Tentamen i Miljö och Matematisk Modellering för TM Åk 3, MVE345
MVE345 24 maj 2012, 8.30-13.00

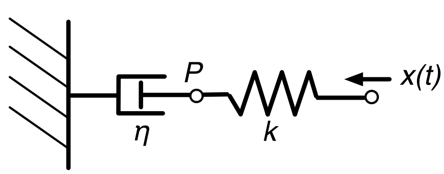
1. Ge exempel på en avklingningsfunktion för att beskriva en gas som bryts ner i atmosfären. Presentera också funktionen med en graf. Det räcker att göra ett punktutsläpp och visa hur utvecklingen därefter ser ut. Beskriv vad som illustreras.
(3 p)

2. Kör modellen PPM-FRT genom att exekvera m-filen ModelGUI i MATLAB (med de andra modellfilerna i samma mapp). Denna mapp hittar du i `\\file00.chalmers.se\home\torbjrn\M3`.

   a) Kör modellen med klimatkänsligheten inställd på 3 respektive 4.5. Hur kommer det sig att temperaturförändringen, som visas i den genererade grafen, år 2000 i princip är identisk i de två olika fallen? (Ett tips är att kryssa ur funktionen ”Clear figures” för att jämföra).

   b) Med hjälp av figurer som modellen genererar, visa på två olika fall där temperaturökningen skulle kunna stanna under två grader år 2100, även med bakgrundsscenariot RCP6***. Beskriv sedan ytterligare ett fundamentalt annorlunda sätt som skulle kunna leda till att vi uppnår tvågradersmålet för år 2100.
(5 p)

3. Betrakta nedanstående mekaniska system som består av en fjäder med fjäderkonstant k och dämpare med viskositet η. Antag att systemet är masslöst och påverkas av en förskjutning $x(t)$ som verkar som insignal, och att utsignalen $y(t)$ är förskjutningen av punkten P från jämviktsläget. Antag vidare att systemet är i vila vid tiden $t = 0$. Bestäm systemets överföringsfunktion och beräkna numeriskt utsignalen om insignalen ges av datan i filen `meksignal.m` som också ligger i mappen `\\file00.chalmers.se\home\torbjrn\M3`. Denna fil har två kolumner med enheterna sekund respektive meter. Parametrarna till modellen är $k = 5$ N/m och $\eta = 20$ Ns/m.



Figur 1: En mekanisk uppställning med en dämpare med viskositet η och en fjäder med fjäderkonstant k.

(6 p)

Var god vänd!

4. Simulera adsorptionen av molekyler på en yta som består av tusen oberoende platser där molekylerna binds in på varje ledig plats med intensiteten pk_a adsoptioner per plats per millisekund (där p är det partiella trycket och $k_a = 0.523$ är adsorptionskoefficienten). De adsorberade molekylerna lossnar med intensiteten $k_d = 0.187$ desorptioner per plats per millisekund. Jämför slutligen ditt simuleringsresultat, för partiella tryck mellan $p = 0.01$ och $p = 1.0$, med den klassiska Langmuirmodellen.
(6 p)

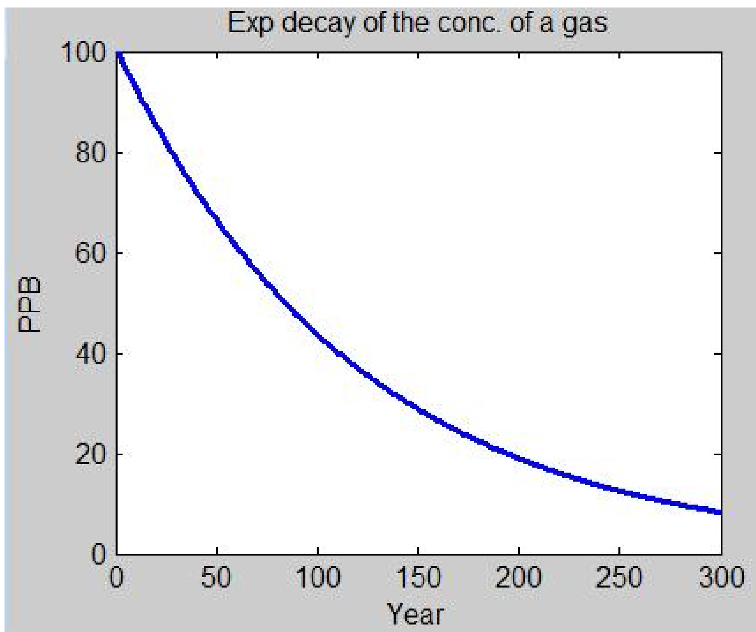
Skriv ned dina lösningar, lägg till eventuella grafer eller illustrationer och spara lösningarna i fyra separata pdf-filer: Uppgift1.pdf, Uppgift2.pdf, etc. Slutligen lämna in genom att gå in på Ping-pong och ladda upp filerna via en länk under "Inlämningsuppgifter". Detta är enda gången det är tillåtet att gå ut på internet. Lycka till!

Betygsgränser: 3:a 9 p, 4:a 13 p och 5:a 16 p.

Några lösningsskisser till tentamen i Miljö och Matematisk Modellering
MVE345 24 maj 2012, 8.30-13.00

1. **Avklingningsfunktion**
   Vi kan tex använda MATLAB för att plotta en avklingande funktion på följande sätt (se också figurtexten för en förklaring):

   gasLifeSpan = 120; conversionFactorGas = 0.2; impulseGasEmission= 500; pGas(1) = impulseGasEmission*conversionFactorGas; for iYear=2:300 pGas(iYear) = pGas(iYear-1)*exp(-1/gasLifeSpan); end plot(pGas)



Figur 1: Figuren illustrerar hur den ökade koncentrationen av en gas som bryts ner i atmosfären minskar med tiden efter det att den släpptes ut. "Conversion factor" används för att göra om från massa (Mt) utsläpp till koncentration (ppb).

2. a) Anledningen till det är att vi vet vilken temperaturserie som faktiskt har inträffat och så har vi i modellen anpassat den kylande effekten av vissa klimatpåverkande ämnen vars styrkor är mycket osäkra. På detta vis simulerar modellen historiken korrekt utan att gå utanför ramarna av osäkerheten kring hur stor klimatpåverkan är för olika ämnen. Detta kan man se genom att studera "Total RF". För att se vilka ämnen det är så kan man kolla på "Rad. forcings" figurerna där det tydligt syns vilka ämnen modellen har anpassat "Radiative Forcing" efter för att de historiska temperaturserierna skall kunna stämma överens för olika nivåer av klimatkänslighet.

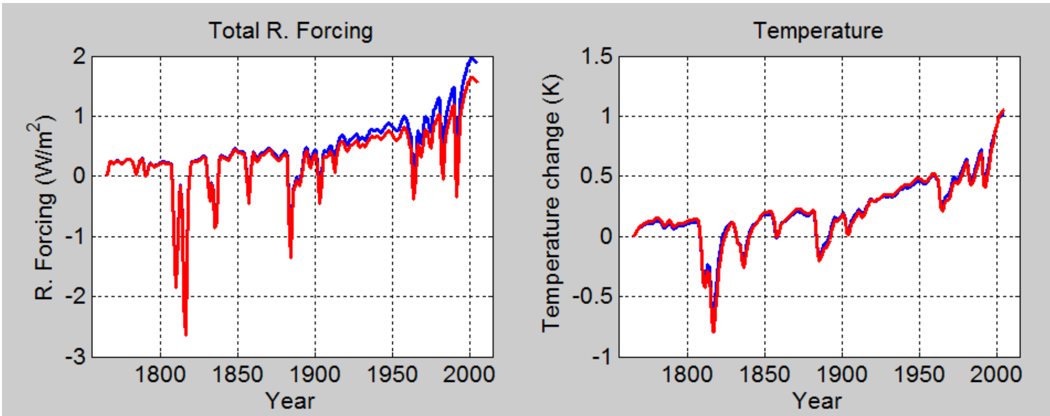
   b) Tvågraderstemperaturmålet kan nås med:

   (a) En låg klimatkänslighet.

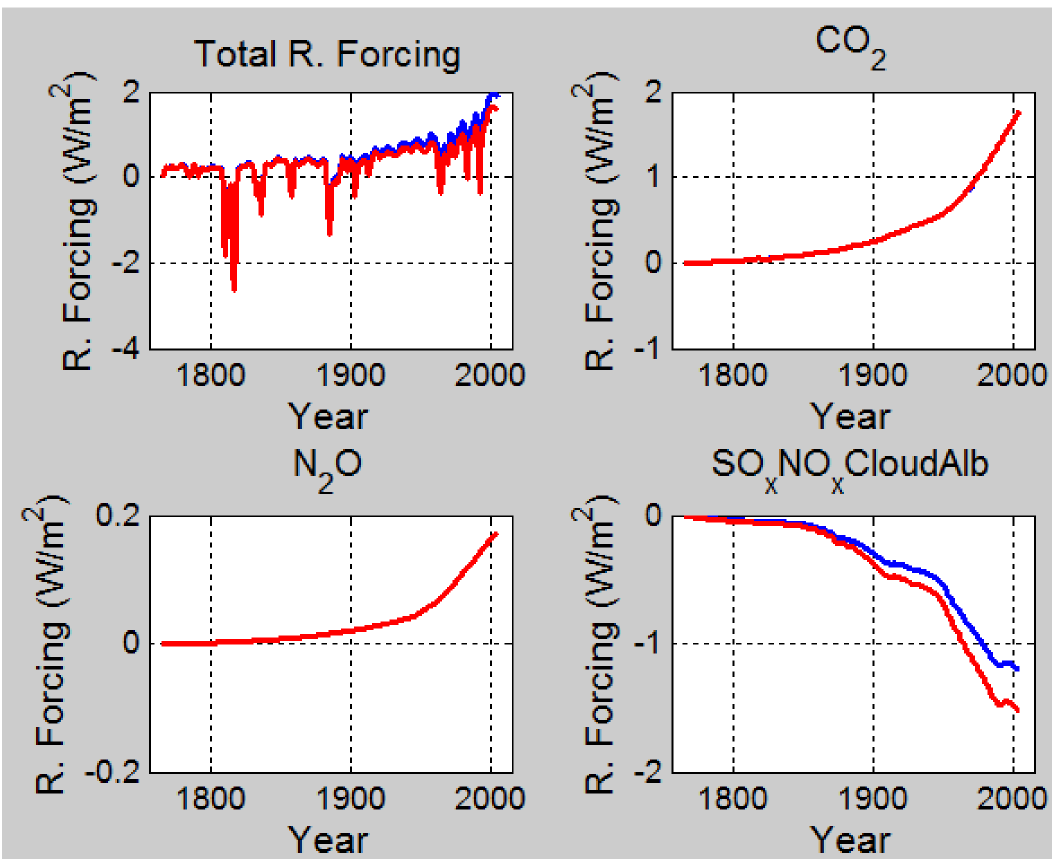
   (b) Minskningar av klimatpåverkande ämnen med positivt bidrag.

   (c) Ökningar av klimatpåverkande ämnen med negativt bidrag.

   (d) Användning av tekniker för infångning och lagring av koldioxid.



Figur 2: Denna figur visar den historiska utvecklingen av temperaturen och ”Radiative Forcing” för två olika värden på klimatkänslighet.



Figur 3: Denna figur visar den historiska utvecklingen av olika ”Radiative Forcing” bidrag (från olika klimatpåverkande ämnen) för två olika värden på klimatkänslighet.

3. **Impulssvar:** Kraften i fjädern ges enligt Hookes lag av $F_f = k(x - y)$, där y mäts åt samma håll som $x(t)$ åt vänster. Kraften på grund av dämparen är å sin sida proportionell mot hastigheten och ges av $F_d = \eta\dot{y}$. Eftersom kraften i två seriella komponenter måste vara lika så har vi att $\eta\dot{y} = k(x - y)$, vilket leder till differentialekvationen

$$\frac{\eta}{k}\dot{y}(t) + y(t) = x(t) \tag{1}$$

Laplacetransformering och lite algebra ger överföringsfunktionen

$$H(s) = \frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{1}{1 + \eta s/k}. \tag{2}$$

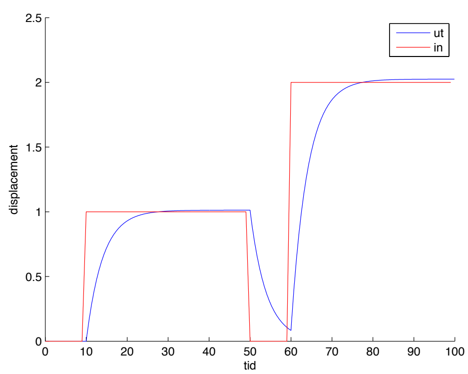
Inverstransformering (se tex Mathematicas funktion `InverseLaplaceTransform`) ger nu

$$h(t) = \frac{k}{\eta}e^{-\frac{k}{\eta}t} \tag{3}$$

Genom att utnyttja faltningen $y(t) = \int_0^t x(t)h(t - \tau)d\tau$ och göra en numerisk approximation

$$y(t) \approx \Delta t \sum_j x(t)h(t - \tau_j), \tag{4}$$

där $\Delta t = t/N$ och $\tau_j = j\Delta t$, fås följande lösning:

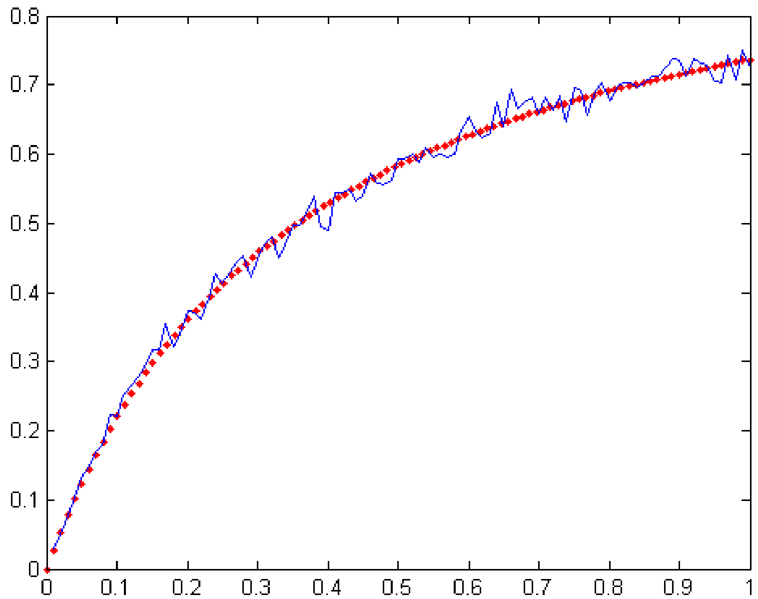


Figur 4: Numerisk lösning med $\Delta t = 0.1$.

4. **Generaliserad adsorption**
Vi simulerade genom att skapa en vektor v som har längd tusen och vars element, v_j, har värdet noll respektive ett beroende på om platsen j är ledig eller upptagen. Vi tänker också att vi går igenom hela vektorn på en millisekund. Vi har då en adsorption till en bestämd ledig plats som är $pk_a = 0.523p$ och analogt blir en upptagen plats ledig med sannolikheten $k_d = 0.187$. Detta kan tex åstadkommas i MATLAB med den centrala raden:

```
v(j)=(1-v(j))*(rand<p*ka)+v(j)*(rand>kd);
```

Vi kan nu iterera denna process många gånger, till exempel 1000 gånger, vilket ger en sluttid på en sekund. Vi kan sedan upprepa detta för partiella tryck p från 0.01 till 1.0 och plotta resultatet tillsammans med Langmuirs modell för $K = k_a/k_d \approx 2.797$ och plotta $Kp/(1 + Kp)$ med röda punkter; se figur **??**.



Figur 5: Simuleringen är den heldragna blåa kurvan och Langmuirs modell är plottad med de röda punkterna