

# Subatomär fysik - F3

FFY 081

TENTAKIT

Datum	Tenta	Lösning	Svar
1998-05-29	x		
2001-05-26	x		
2004-08-20	x		
2005-01-08	x		
Okänd 1	x	x	
Okänd 2	x	x	
Okänd 3	x	x	
Okänd 5	x	x	

9 maj 2006

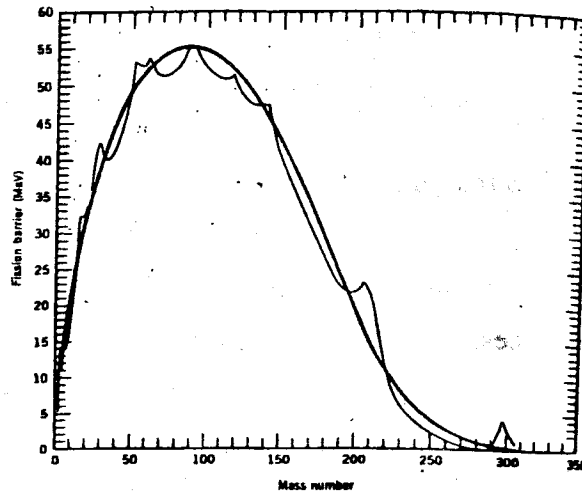
# Tentamen i Subatomär fysik, F3

Tid: Fredag 29/5 1998  
Hjälpmedel: Physics Handbook (med nuklidkarta), valfri räknedosa.  
Poäng: Totalt 20 poäng. Godkänt: 8p.  
Examinator: Björn Jonson  
Frågor: Martin Smedberg, tel. 772 32 63

---

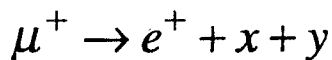
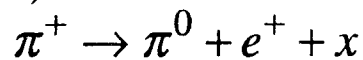
- Figur 1 visar nivå-schemat för  ${}^{175}_{71}\text{Lu}$  samt Nilsson-diagrammet för udda protoner i området  $50 < Z < 82$ . Bestäm spinn och paritet hos grundtillståndet och de fem första exciterade nivåerna ( $\delta_D \approx 0.25$ ). (3p)
- Uranmalm från ett visst område innehåller både  ${}^{235}_{92}\text{U}$  och  ${}^{238}_{92}\text{U}$ . Malmen sönderfaller med successiva  $\alpha$ - och  $\beta$ -sönderfall till stabila blyisotoper, se figur 2. Analys av malmen visar att den innehåller 0.80 g  ${}^{206}_{82}\text{Pb}$  för varje gram av den relevanta uranisotopen. Bestäm malmens ålder i år.  
( ${}^{235}_{92}\text{U} : T_{1/2} = 7 \cdot 10^8$  år,  ${}^{238}_{92}\text{U} : T_{1/2} = 4.5 \cdot 10^9$  år) (3p)
- Den mycket neutronrika kärnan  ${}^{11}\text{Li}$  uppvisar i sitt betasönderfall processen betafördröjd deutronemission. Sönderfallet sker på följande sätt:  
$${}^{11}\text{Li} \xrightarrow{\beta^-} {}^{11}\text{Be}^* \rightarrow {}^9\text{Li} + d$$
  
Beräkna den tillgängliga sönderfallsenergin,  $Q_{\beta d}$ , för processen. Visa också att allmänt gäller relationen  
$$Q_{\beta d} = 3.007 \text{ MeV} - S_{2n}(Z, N)$$
  
där  $S_{2n}$  är tvåneutronseparationsenergin hos moderkärnan. (2p)
- För att producera isotopen  ${}^{56}\text{Co}$  utnyttjas reaktionen  ${}^{56}\text{Fe}(p, n){}^{56}\text{Co}$ . Ett 100 mg/cm<sup>2</sup> tjockt  ${}^{56}\text{Fe}$ -preparat bestrålas med en protonström av 1  $\mu\text{A}$ . Bestrålningen varar 10 timmar och tvärsnittet för reaktionen är 100 mb. Produktkärnan  ${}^{56}\text{Co}$  sönderfaller via  $\beta^+$ -sönderfall med halveringstiden 77 dygn och den därvid bildade positronen annihileras i preparatet. En gammadetektor är placerad 1 m från preparatet och har en effektiv yta av 10 cm<sup>2</sup>. Effektiviteten för att registrera ett emitterat gammakvantum är 30%. Hur många fotoner registreras i gammadetektorn den första timman efter bestrålningens slut? (3p)
- Figuren nedan visar hur aktiveringsenergin för fission för stabila isotoper beror på masstalet A. Den tjocka kurvan visar en beräkning baserad på vätskedroppsmodellen och den tunna kurvan inkluderar även skalmodellen.
  - Varför har den tunna kurvan karaktäristiska toppar och var är de belägna? (1p)
  - Enligt figuren sker spontan fission momentant, dvs aktiveringsenergin  $< 0$ , för masstal A större än ungefär 300. Visa detta med hjälp av semiempiriska massformeln där en från början sfärisk kärna fissionerar genom att övergå till en alltmer deformerad kärna i form av en ellipsoid, se ledning nästa sida. (2p)

Ledning: En ellipsoid med halvaxlarna  $a=R \cdot (1+\epsilon)$  och  $b=R \cdot (1+\epsilon)^{-1/2}$  har för små  $\epsilon$  volymen  $4\pi R^3/3$  och arean  $4\pi R^2 \cdot (1+2/5 \cdot \epsilon^2)$ . Coulombenergin för en homogent laddad ellipsoid minskar med en faktor  $(1-1/5 \cdot \epsilon^2)$  jämfört med en homogent laddad sfär.



6. I följande partikelsönderfall betecknar  $x$  och  $y$  en av de sex olika typerna av neutriner:  $\nu_e, \bar{\nu}_e, \nu_\mu, \bar{\nu}_\mu, \nu_\tau, \bar{\nu}_\tau$

a.)



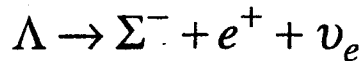
Komplettera reaktionerna med de korrekta neutrinererna.

(1p)

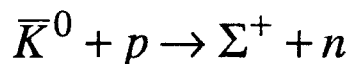
b.) Rita ett kvarkdiagram för  $\beta^+$ -sönderfall.

(1p)

c.) Vilka av processerna nedan är tillåtna respektive förbjudna. Ange typ av växelverkan eller varför de är förbjudna.

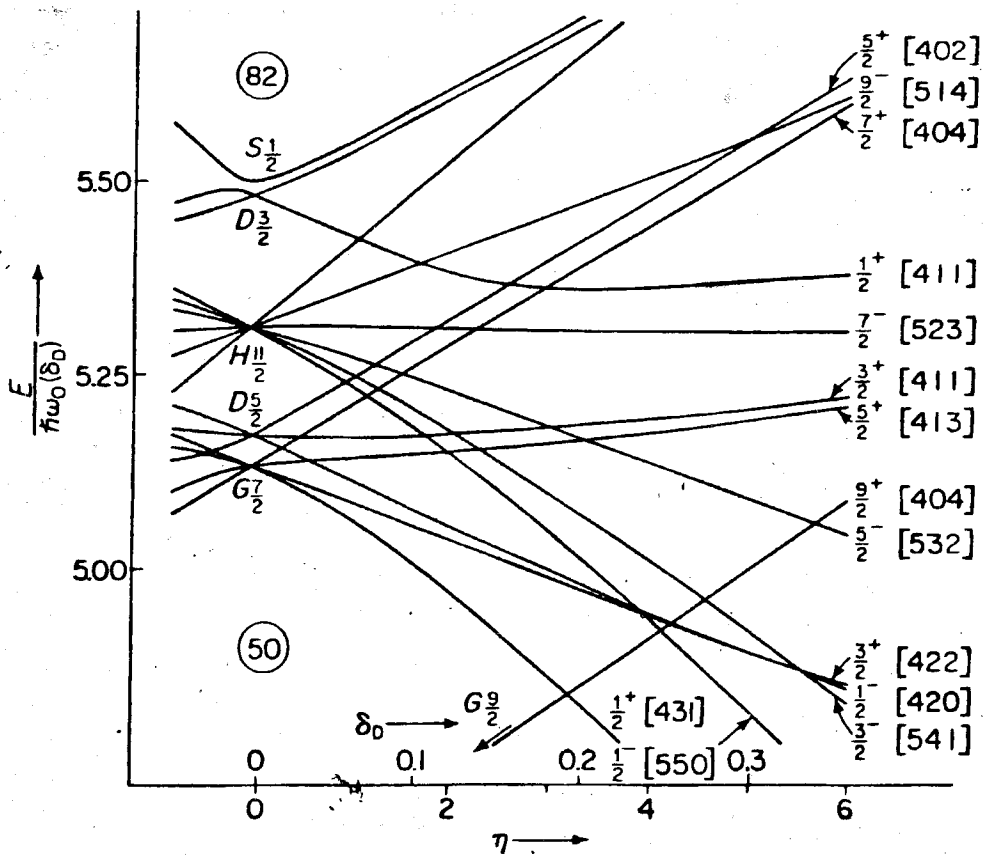
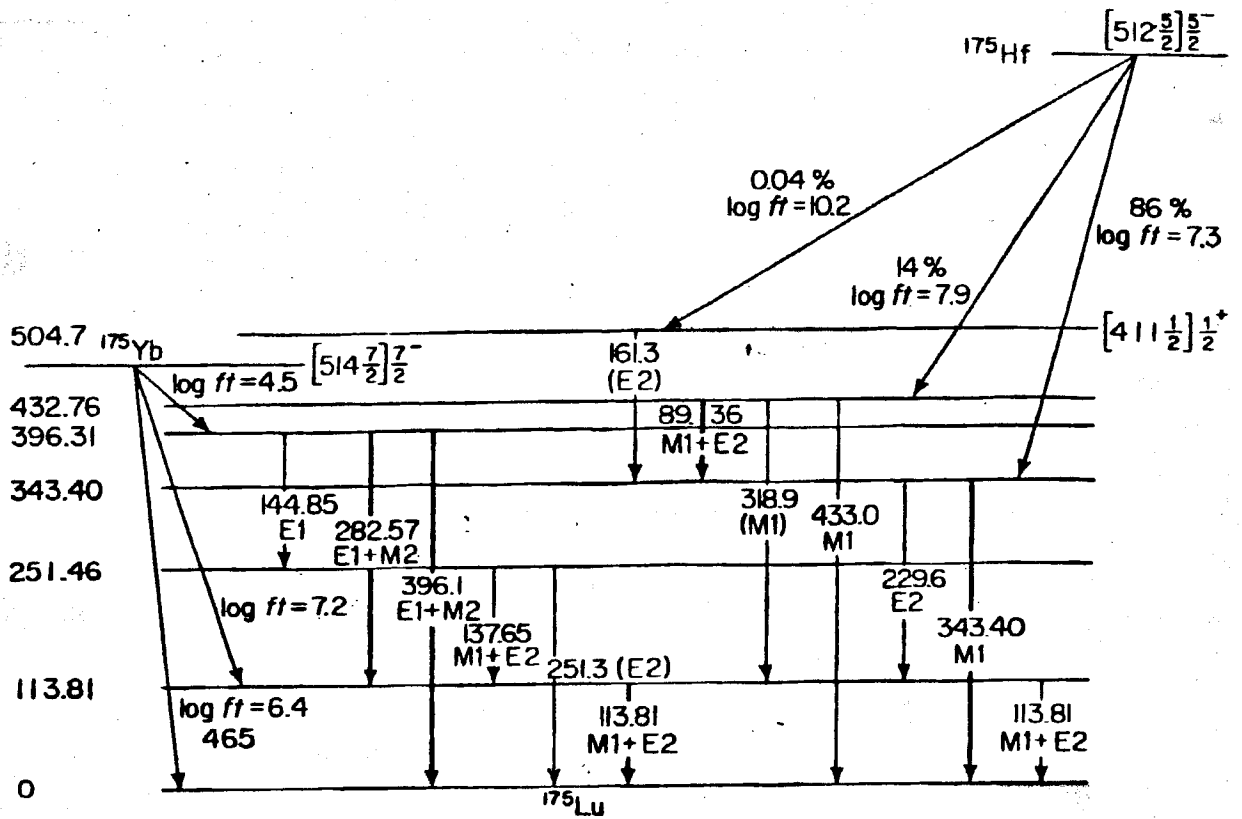


(1p)



7. Den totala energin som utsänds från solen är  $3.83 \cdot 10^{26} \text{ Js}^{-1}$ . Använd detta värde för att bestämma flödet av neutriner (antal per  $\text{m}^2$  och sekund vid jordytan) från proton-proton cykeln. Antag att endast proton-proton cykeln bidrar till solens energiproduktion. Avståndet till solen är  $1.5 \cdot 10^8 \text{ km}$ .

(3p)



Figur 1



N	Z	A	El.	Orig.	S	Mass excess (keV)	Binding energy (keV)	Atomic mass ( $\mu$ )
1	0	1	n			8071.323	0.002	0.0
0	1		H			7288.969	0.001	0.0
1	1	2	H			13135.720	0.001	2224.573
2	1	3	H			14949.794	0.002	8481.821
1	2		He			14931.203	0.002	7718.058
3	1	4	H	-n		26000	110	5500
2	2		He			2424.911	0.001	28295.673
1	3		Li	-p		25320	210	4620
4	1	5	H	-nn		38490	700	1080
3	2		He	-n		11390	50	27410
2	3		Li	-p		11680	50	26330
5	1	6	H	-3n		41860	260	5780
4	2		He			17594.1	1.0	29269.1
3	3		Li			14086.3	0.5	31994.5
2	4		Be	-		18374	5	26924
5	2	7	He	+		26110	30	28820
4	3		Li			14907.7	0.5	39244.5
3	4		Be			15769.5	0.5	37600.3
2	5		B	+3n		27870	70	24720
6	2	8	He			31598	7	31408
5	3		Li			20945.2	0.6	41278.3
4	4		Be			4941.66	0.04	56499.51
3	5		B			22921.0	1.1	37737.8
2	6		C	4n		35094	23	24782
7	2	9	He	++		40820	60	30260
6	3		Li			24954.0	1.9	45340.9
5	4		Be			11347.7	0.4	58164.8
4	5		B	-		12415.8	1.0	56314.3
3	6		C	-pp		28914.0	2.1	39033.8
7	3	10	Li	p - 2n		33440	50	44920
6	4		Be			12606.7	0.4	64977.1
5	5		B			12050.8	0.3	64750.6
4	6		C	-		15698.6	0.3	60320.5
3	7		N	-		39700#	400#	35540#
8	3	11	Li			40790	40	45650
7	4		Be	-n		20174	6	65481
6	5		B			8668.0	0.4	76204.8
5	6		C			10650.2	0.9	73440.3
4	7		N	+3n		24960	180	58350
8	4	12	Be	-nn		25077	15	68650
7	5		B	+pn		13368.9	1.4	79575.2
6	6		C			0.0	0.0	92161.754
5	7		N			17338.1	1.0	74041.3
4	8		O	--		32060	40	58530
9	4	13	Be	++		35160	50	66640
8	5		B	-nn		16562.3	1.1	84453.2
7	6		C			3125.011	0.005	97108.065
6	7		N			5345.46	0.27	94105.27
5	8		O	+3n		23111	10	75558
10	4	14	Be	x		39880	110	69990
9	5		B	+		23664	21	85423
8	6		C			3019.894	0.004	105284.506
7	7		N			2863.419	0.002	104658.627
6	8		O			8006.46	0.07	98733.23
5	9		F	x		33610#	400#	72350#

FFY081

## Tentamen i Subatomär fysik, F3 Williams, Del 3.

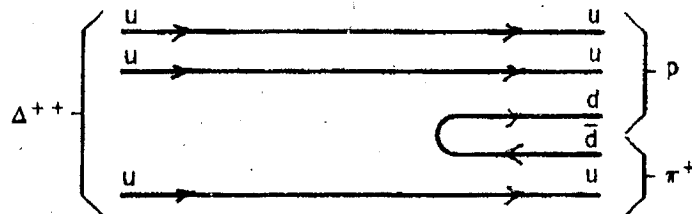
Tid: Lördag 26/5 2001  
 Hjälpmedel: Physics Handbook (med nuklidkarta), räknedosa.  
 Poäng: Totalt 40 poäng.  
 Examinator: Björn Jonson  
 Frågor: Björn Jonson, tel. 209889 eller 0705 862649

1. En Ge detektor används för att studera gammastrålning med energin  $E_\gamma = 4 \text{ MeV}$ . Rita upp ett ungefärligt utseende hos ett sådant gammaspektrum och ange vilka processer som ger upphov till spektralformen. (10 p.)

2. Visa hur de mesoner med  $j^P = 0^-$  och baryoner med  $j^P = 1/2^+$  och  $j^P = 3/2^+$ , som byggs upp av de tre lättaste kvarkarna, kan klassificeras med isospinn och särhet (strangeness) i så kallade "eightfold way" diagram. (5 p.)

Diskutera begreppet färg. Dels hur man kan påvisa detta kvanttal experimentellt och vilken betydelse det har för att förstå  $\Omega^-$ . (5 p.)

3. Kvarkstrukturen för sönderfallet  $\Delta^{++} \rightarrow p + \pi^+$  kan ritas upp på följande sätt



Rita upp motsvarande diagram av kvarkstukturen för följande reaktioner

- a.  $\pi^+ + p \rightarrow \Delta^{++} \rightarrow \pi^+ + p$  (1 p.)
- b.  $p + \pi^+ \rightarrow \Sigma^+ + K^+$  (3 p.)
- c.  $K^+ \rightarrow \pi^0 + \mu^+ + \nu_\mu$  (3 p.)
- d.  $\Sigma^0 \rightarrow \Lambda^0 + \gamma$  (3 p.)
4. I kärnsyntesen är en viktig process CNO cykeln. För att denna process skall vara möjlig behövs  $^{12}\text{C}$ . Hur bildas  $^{12}\text{C}$  i syntesen? (2 p.)  
 Vilka reaktioner ingår i CNO cykeln. (3 p.)  
 Diskutera supernovaexplosioner och kärnsyntesen i samband med dem. (5 p.)

## Tentamen i Subatomär fysik, F3

Tid: Fredag 20/8 2004  
Hjälpmedel: Physics Handbook (med nuklidkarta), räknedosa.  
Poäng: Totalt 75 (100) poäng.  
Frågor: Björn Jonson, tel. 7723262/ 0705 862649

Skriv längst ner på tentamensomslaget om Du har gjort inlämningsuppgiften och i så fall vilket år. Om Du inte har gjort inlämningsuppgiften eller tycker att Du skulle vilja förbättra dina poäng kan du lösa uppgifterna på nästa sida.

1.  $^{238}\text{U}$  startar en sönderfallskedja som efter ett antal  $\alpha$  och  $\beta$  sönderfall slutligen når den stabila isotopen  $^{206}\text{Pb}$ . I ett prov av uranmalm finner man att förhållandet mellan antalet bly och urankärnor är

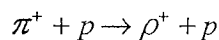
$$N(^{206}\text{Pb})/N(^{238}\text{U}) = 0.0058.$$

Använd detta värde för att bestämma malmens ålder. Antag att allt  $^{206}\text{Pb}$  kommer från sönderfallet av  $^{238}\text{U}$ . ( $T_{1/2} (^{238}\text{U}) = 4.468 \cdot 10^9$  år) (10 p)

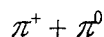
2. Man önskar använda ett tunt lager av  $^{113}\text{Cd}$  ( $Z=48$ ) för att dämpa flödet av termiska neutroner till 0.01 % av ursprungsvärdet. Hur tjockt lager  $^{113}\text{Cd}$  behövs? ( $\rho(^{113}\text{Cd}) = 8.7 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$  och tvärsnittet för neutroninfångning är  $2.1 \times 10^4$  barn). (15 p)

3. Enligt Fermis teori för betasönderfall kan ett betaspektrums form beskrivas som en funktion av kinetiska energin,  $T_e$ , för elektronen. Visa att då  $Q \ll m_e c^2$  är medelenergin för ett betaspektrum  $\langle T_e \rangle = 1/3Q$ . ( $Q$  betecknar ändpunktsenergin för betasönderfallet och  $m_e$  elektronmassan.) (15 p)

4.  $\rho^+$  mesonen kan bildas i en pion-kärn kollision. Den sönderfaller sedan till  $\pi^+$  och  $\pi^0$  enligt



↓



Reaktionen kan också gå direkt till  $p\pi^+\pi^0$  utan att bilda  $\rho^+$ . Beskriv hur man kan skilja en reaktion med produktion av  $\rho^+$  från den direkta reaktionen. (10 p)

5. Beskriv huvuddragen i kvarkmodellen för mesoner och baryoner. (15 p)
6. Beskriv kärnsyntesen för element med masstal större än 60. (10 p)



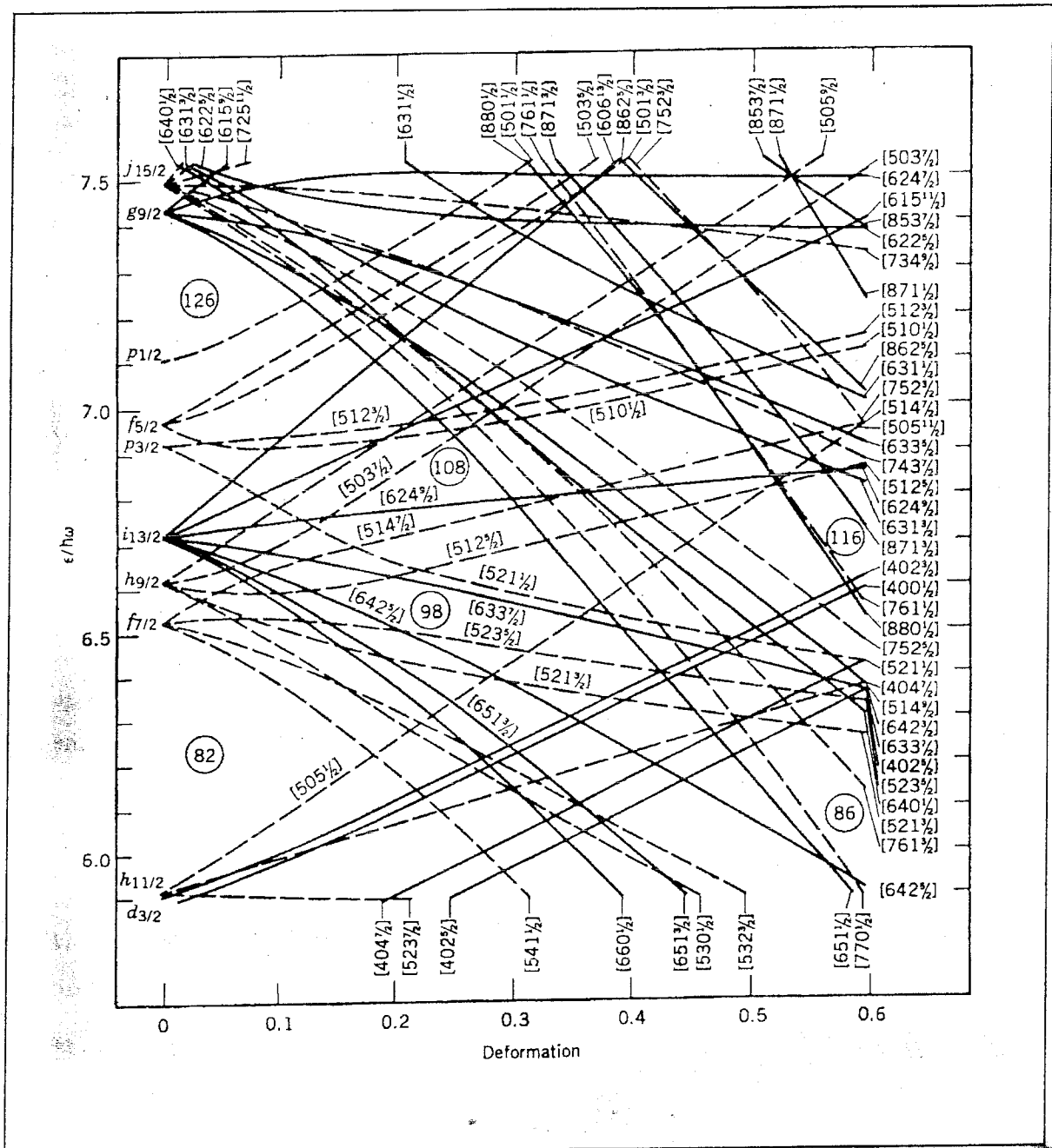
## Uppgifter för 100 p.

7.  $^{174}\text{Hf}$  är deformerad och de tre första exciterade nivåerna utgörs av rotationstillstånd baserade på grundtillståndet. Det första exciterade tillståndet har energin 91 keV. Beräkna energierna för de övriga två exciterade tillstånden och ange spinn och paritet för samtliga fyra (grundtillstånd och tre exciterade) tillstånd.

(10 p)

8.  $^{177}\text{Hf}$  är deformerad med  $\epsilon = 0.25$ . Energierna hos de fem första exciterade tillstånden är 113, 250, 321, 409, 426 och 555 keV. Inordna dessa tillstånd samt grundtillståndet i två rotationsband med hjälp av Nilsson diagrammet nedan. Ange spinn och paritet för samtliga tillstånd.

(15 p)



FFY081

## Tentamen i Subatomär fysik, F3

Tid: Lördag 8/1 2005  
 Hjälpmedel: Physics Handbook (med nuklidkarta), räknedosa.  
 Poäng: Totalt 75 (100) poäng.  
 Frågor: Björn Jonson, tel. 7723262/ 0705 862649

1. Den elektriska effekten som behövs för en satellit är 20 W. Denna kan erhållas genom omvandling av energi som frigörs vid radioaktivt sönderfall. Om man skulle utnyttja  $\alpha$ -sönderfallet ( $E_\alpha = 5.5$  MeV) hos rent  $^{238}\text{Pu}$  ( $t_{1/2} = 89$  år), hur stor måste i så fall aktiviteten och massan  $^{238}\text{Pu}$  hos källan vara? Effektiviteten är 5 %.

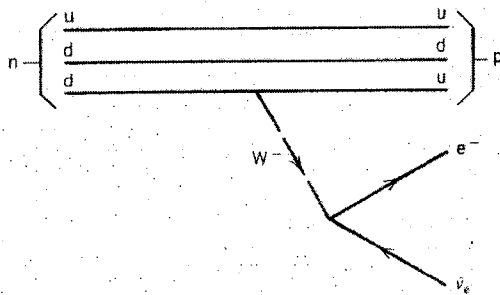
(15 p)

2. Redogör för Fermis teori för betasönderfall genom att utgå från Fermis Gyllne Regel:

$$\lambda = \frac{2\pi}{\hbar} |V_{fi}|^2 \rho(E_f).$$

(15 p)

3. Betasönderfall av en neutron kan beskrivas med följande kvarkdiagram



Rita upp motsvarande diagram för följande sönderfall och reaktioner:

- (i)  $p + \pi^+ \rightarrow \Sigma^+ + K^+$   
 (ii)  $\pi^0 \rightarrow 2\gamma$   
 (iii)  $\phi \rightarrow \pi^+ + \pi^- + \pi^0$  ( $\phi = s\bar{s}$ )  
 (iv)  $\pi^+ \rightarrow \mu^+ + \nu_\mu$

(15 p.)

4. Visa hur  $Q$ -värdena för de olika typerna av betasönderfall kan uttryckas i atommassor. (15 p.)

5. Beskriv de viktigaste reaktionerna i solen. (15 p.)

Skriv längst ner på tentamensomslaget om Du har gjort inlämningsuppgiften och i så fall vilket år. Om Du inte har gjort inlämningsuppgiften eller tycker att Du skulle vilja förbättra dina poäng kan du lösa uppgifterna på nästa sida.

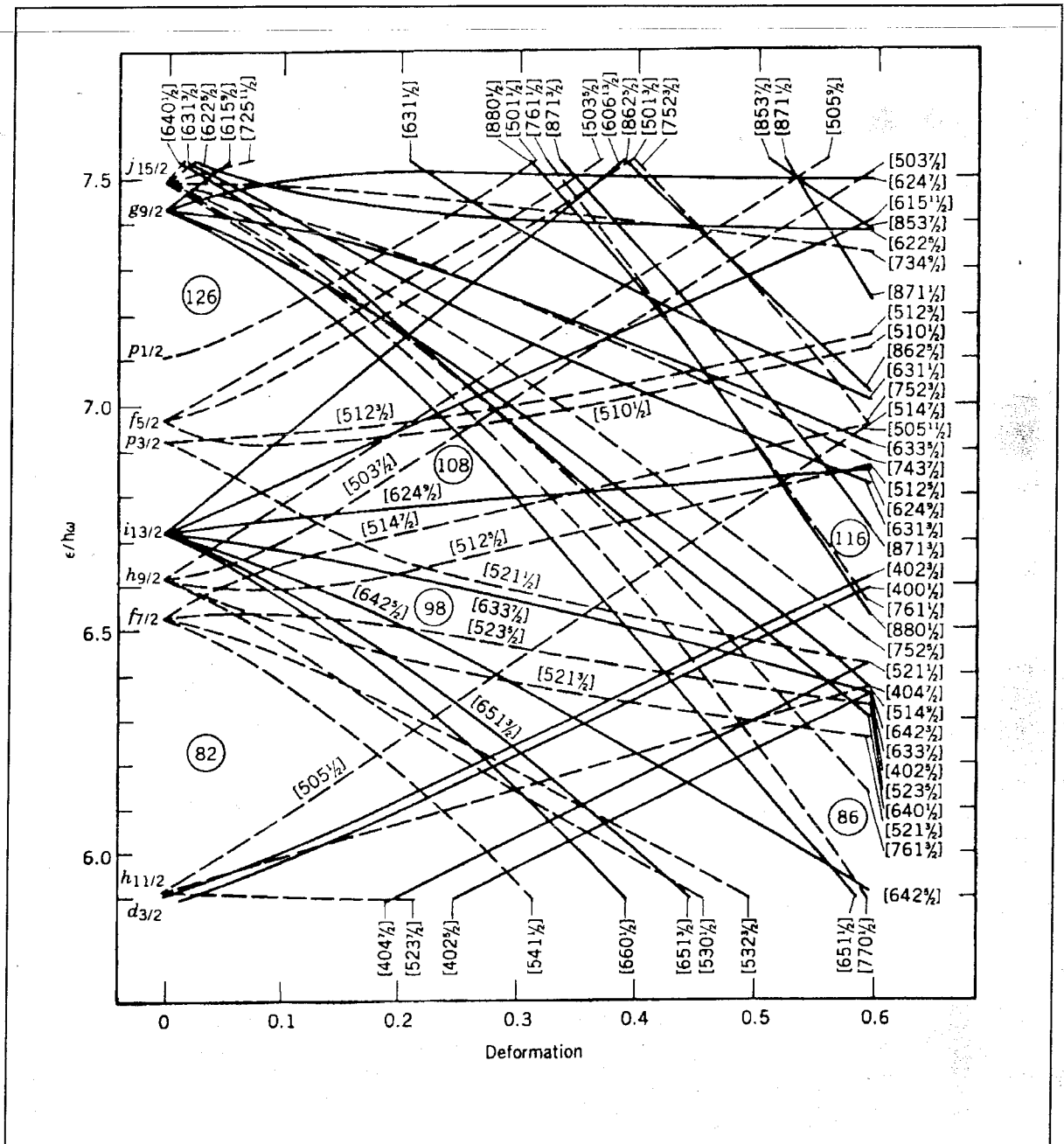
## Uppgifter för 100 p.

7.  $^{174}\text{Hf}$  är deformerad och de tre första exciterade nivåerna utgörs av rotationstillstånd baserade på grundtillståndet. Det första exciterade tillståndet har energin 91 keV. Beräkna energierna för de övriga två exciterade tillstånden och ange spinn och paritet för samtliga fyra (grundtillstånd och tre exciterade) tillstånd.

(10 p)

8.  $^{177}\text{Hf}$  är deformerad med  $\epsilon = 0.25$ . Energierna hos de fem första exciterade tillstånden är 113, 250, 321, 409, 426 och 555 keV. Inordna dessa tillstånd samt grundtillståndet i två rotationsband med hjälp av Nilsson diagrammet nedan. Ange spinn och paritet för samtliga tillstånd.

(15 p)



1.  ${}^{51}_{22}\text{Ti}$  och  ${}^{51}_{23}\text{V}$  har spinn och paritet enligt skalmodellens förutsägelse.  ${}^{51}_{22}\text{Ti}$   $\beta^-$  - sönderfaller till en nivå med excitationensenergin 0.32 MeV i  ${}^{51}_{23}\text{V}$  med  $\log ft = 4.9$  och desexciteras med gammastrålning av blandad  $M1$  och  $E2$  karaktär.
  - a) Bestäm spinn och paritet ( $I^\pi$ ) för grundtillstånden hos  ${}^{51}_{22}\text{Ti}$  och  ${}^{51}_{23}\text{V}$
  - b) Vilka är de möjliga spinn och paritetsvärdena för 0.32 MeV nivån i  ${}^{51}_{23}\text{V}$ ? (3p.)
  
2. Visa att parbildning är en omöjlig process utan närvaro av en kärna, som kan absorbera en del av rekylenergin. (3 p.)
  
3. Diskutera begreppet isospin för kärnor och partiklar (2 p.)
  
4. Visa att differentiella tvärsnittet för Rutherfordspridning kan skrivas
 
$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \left( \frac{zZe^2}{4\pi\epsilon_0} \right)^2 \left( \frac{1}{4T_a} \right)^2 \frac{1}{\sin^4 \frac{\theta}{2}}$$
 (Ledning:  $\mathbf{v} = \frac{dr}{dt} \hat{r} + r \frac{d\beta}{dt} \hat{\beta}$ ) (3 p.)
  
5.  $\rho^+$  mesonen kan bildas i en pion-kärn kollision. Den sönderfaller sedan snabbt till  $\pi^+$  och  $\pi^0$  enligt
 
$$\pi^+ + p \rightarrow \rho^+ + p$$

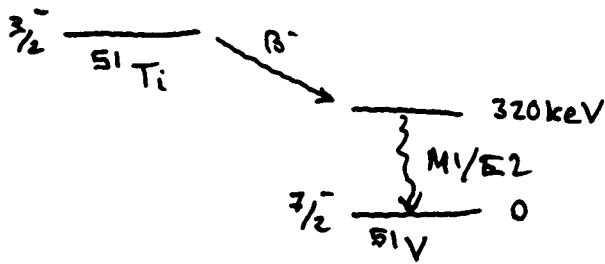
$$\downarrow$$

$$\pi^+ + \pi^0$$

Reaktionen kan också gå direkt till  $\pi^+ \pi^0$  utan att bilda  $\rho^+$ . Beskriv hur man kan skilja en reaktion med produktion av  $\rho^+$  från den direkta reaktionen. (3 p.)
  
6. Kärnsyntes för element med masstal större än 60 sker huvudsakligen vid två olika processer. Vilka är dessa? Beskriv huvud dragen i deras förlopp. (2 p.)
  
7. Tritium har ett Q värde för beta-sönderfall av ca 18.6 keV. Man har ansett att detta sönderfall skulle kunna utgöra en möjlighet att bestämma massan hos en neutrino. Hur? (2 p.)

①

1.



${}_{22}^{51}\text{Ti}_{29}$  har en oparad  
neutron i  $2p_{3/2}$   
 $\Rightarrow I^\pi = 3/2^-$

${}_{23}^{51}\text{V}_{28}$  oparad proton i  
 $1f_{7/2} \Rightarrow I^\pi = 7/2^-$

(1)  $\log ft = 4.9 \Rightarrow$  tillåten övergång  $\Rightarrow \Delta I = 0, \pm 1 \quad \Delta \pi = \text{nej}$   
( $1/2^-, 3/2^-, 5^-$ )

Antag 320 keV nivån  $I_1, \pi_1$

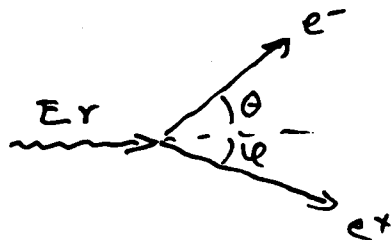
M1:  $|\frac{7}{2} - I_1| \leq 1 \leq |\frac{7}{2} + I_1| \Rightarrow I_1 = \frac{5}{2}, \frac{7}{2}, \frac{9}{2}$

(2) E2:  $|\frac{7}{2} - I_1| \leq 2 \leq |\frac{7}{2} + I_1| \Rightarrow I_1 = \frac{3}{2}, \frac{5}{2}, \frac{7}{2}, \frac{9}{2}, \frac{11}{2}$

M1/E2 byter ej paritet  $\Rightarrow I_1^\pi = \frac{5}{2}^-, \frac{7}{2}^-, \frac{9}{2}^-$

(1) och (2) ger endast  $\frac{5}{2}^-$  för 320 keV nivån

2.



$E_\gamma = h\nu$

$p = \frac{E_\gamma}{c} = \frac{h\nu}{c}$

Energi konservervning

$h\nu = mc^2(\gamma_1 + \gamma_2) \quad (1)$

Rörelse mängdskons

$\frac{h\nu}{c} = \gamma_1 \beta_1 mc \cos \theta + \gamma_2 \beta_2 mc \cos \phi =$   
 $= mc(\gamma_1 \beta_1 \cos \theta + \gamma_2 \beta_2 \cos \phi) \quad (2)$

(1) och (2) ger

$\beta_1 \cos \theta = 1 \quad \beta_2 \cos \phi = 1$

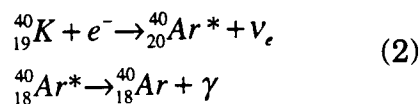
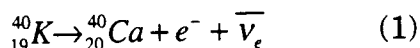
$\cos \theta \leq \cos \phi \leq 1$

$\beta_1 = \frac{v_1}{c} < 1$  och  $\beta_2 = \frac{v_2}{c} < 1$

$\therefore$  omöjligt.

②

- 1 Naturligt kalium har två stabila isotoper  $^{39}\text{K}$  och  $^{41}\text{K}$  samt en liten mängd  $^{40}\text{K}$  (0.0118% av antalet atomer) som är radioaktiv. Sönderfallet av  $^{40}\text{K}$  kan ske genom både  $\beta^-$  sönderfall och elektroninfångning (EC) enligt



där  $^{40}_{20}\text{Ar}^*$  betecknar ett exciterat tillstånd i  $^{40}\text{Ar}$  som desexciteras genom emission av gammastrålning. Man har uppmätt antalet  $\beta^-$  partiklar från naturligt kalium (1) till  $2.7 \cdot 10^4 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-1}$  och antalet gammakvanta (2) till i genomsnitt 12 per 100  $\beta^-$  sönderfall. Använd dessa data för att bestämma halveringstiden för  $^{40}\text{K}$ .

(3 p.)

2. Den tyngsta heliumisotopen som kan bildas är  $^8\text{He}$  ( $T_{1/2}=0.122 \text{ s}$ ). Vid studier av betasönderfallet av  $^8\text{He}$  har man vid ISOLDE, CERN, Genève, funnit det mycket exotiska sönderfallet betafördröjd tritonemission. Spektralformen hos de observerade tritonerna kan endast förklaras om man antar att dotterkärnan,  $^8\text{Li}$  har ett exciterat tillstånd vid ca 9 MeV. Det är viktigt för förståelsen av det observerade sönderfallet att klargöra om antagandet om tillståndets existens är riktigt. Detta kan göras genom att studera reaktionen



För att studera en sådan reaktion experimentellt bestrålas  $^6\text{Li}$  med den radioaktiva isotopen  $^6\text{He}$ . Det differentiella reaktionstvårsnittet för reaktionen (3) kan beräknas med god noggrannhet och resultatet framgår av figur 1. Hur många  $\alpha$ -partiklar kan man förvänta sig att detektera under ett dygn om man utför experimentet på följande sätt. Intensiteten hos  $^6\text{He}$  strålen är  $10^6 \text{ s}^{-1}$ . Strålmålets tjocklek väljs till  $5 \text{ mg/cm}^2$  och man använder en detektor med en rymdvinkel av 0.01 sr placerad i en vinkel  $\theta = 5^\circ$ .

(3 p.)

3. Isotopen  $^{251}_{99}\text{Es}$  har stabil deformation med deformationsparametern  $\epsilon \approx 0.2$  (se figur 2). Energierna för de sex första exciterade tillstånden är 8.3, 31.7, 55.8, 76.1, 114.0 och 182.8 keV. Inordna dessa tillstånd samt grundtillståndet i två rotationsband. Ange impulsmoment och paritet för samtliga tillstånd.

(3 p.)

4. Beräkna med hjälp av semi-empiriska massformeln ett uttryck för den frigjorda energin,  $Q_\alpha$ , då en tung atomkärna ( $A, Z \gg 1$ )  $\alpha$ -sönderfaller. Bindningsenergin för en  $\alpha$ -partikel är  $28.30 \text{ MeV}/c^2$ . Den enda naturligt förekommande guldisotopen är  $^{197}\text{Au}$ . Bestäm  $Q_\alpha$  för denna isotop och diskutera dess stabilitet utifrån detta värde.

(3p.)

5. Baryoner med spinn 3/2 kan placeras in i ett diagram där ena axeln utgörs av isospinnets projektion ( $T_3$ ) och den andra av särtalet (S). De experimentella värdena för massorna hos dessa baryoner är

$$\begin{aligned}\Delta &\approx 1232 \text{ MeV}/c^2 \\ \Sigma^* &\approx 1385 \text{ MeV}/c^2 \\ \Xi^* &\approx 1530 \text{ MeV}/c^2\end{aligned}$$

Förutom dessa 9 partiklar finns det ytterligare en. Vilken? Ange samtliga partiklars kvarkinnehåll. Räcker de ovan nämnda kvanttalen för att förklara denna grupp av partiklar? (Eftersom svaret givetvis är nej skall det motiveras!) Använd ovanstående massdata för att ge en grov uppskattning av massan hos den tionde partikeln. Motivera svaret.

(3 p.)

6. Antalet fotoner i Universum kan uppskattas från de grundläggande uttrycken för svartkroppsstrålning där energitätheten ges av

$$u(E)dE = \frac{8\pi E^3}{(hc)^3} \frac{1}{e^{E/kT} - 1} dE$$

Härled ett uttryck för antalet fotoner vid temperaturen T.

Om vi antar att Universums massdensitet idag är lika med den kritiska densiteten

$$\rho_c = \frac{3H^2}{8\pi G}$$

där H är Hubbles konstant med värdet  $67 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$  vad blir då förhållandet mellan antalet fotoner och nukleoner i universum?

Ledning:

$$\int_0^{\infty} \frac{x^{\nu-1}}{e^{\mu x} - 1} dx = \frac{1}{\mu^{\nu}} \Gamma(\nu) \zeta(\nu)$$

$$\Gamma(\nu) = (\nu - 1)!$$

$$\zeta(3) = 1.202$$

$$\zeta(4) = \frac{\pi^4}{90}$$

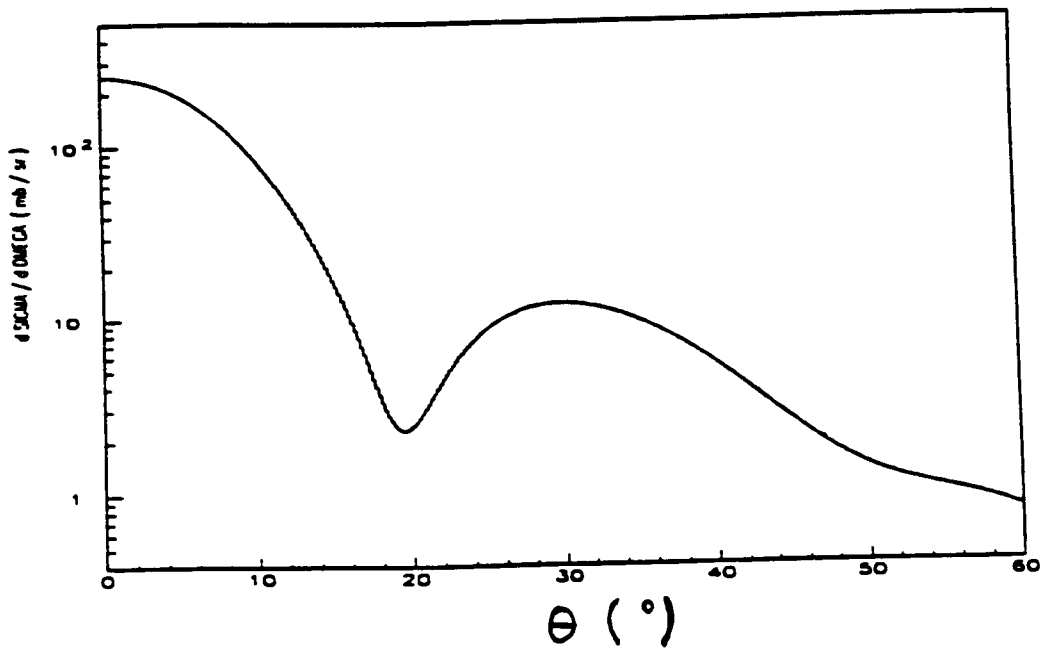
Den astronomiska enheten  $1 \text{ pc} = 3.26 \text{ ly}$  (ljusår)

(3 p.)

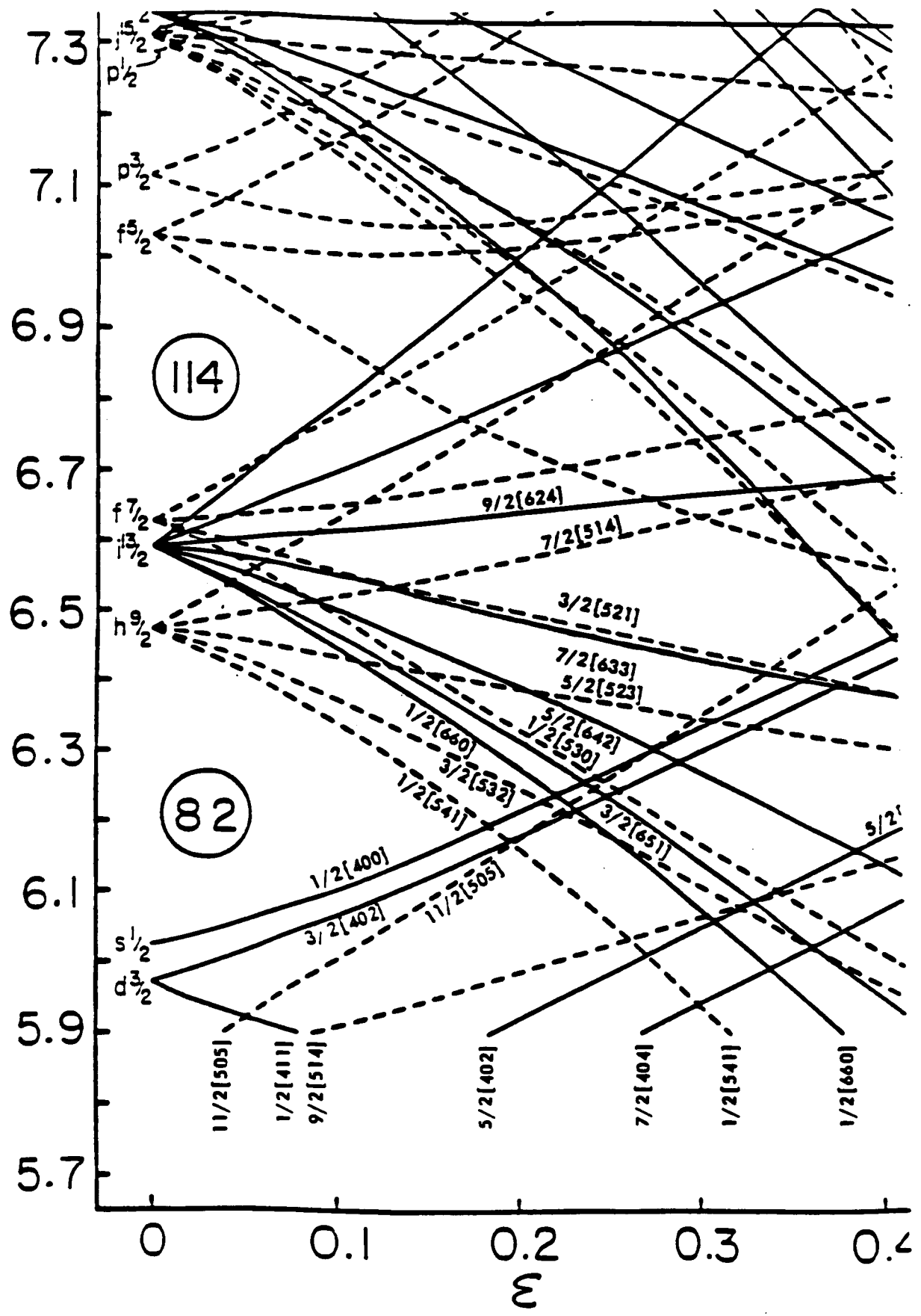


(2)

Figur 1.



Differential cross-section for the  ${}^6\text{Li}({}^6\text{He}, \alpha){}^8\text{Li}^*$  reaction.



Nilsson diagram for odd protons,  $82 \leq Z \leq 126$ .

(2)

1.

$$\lambda_{\beta^-} = 2.7 \cdot 10^4 \text{ kg}^{-1} \cdot \text{s}^{-1} \cdot 40 \text{ g/mol} \cdot \frac{1}{6.022 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1} \cdot 118 \cdot 10^{-4}} = 4.75 \cdot 10^{-10} \text{ år}^{-1}$$

$$\lambda = \lambda_{\beta^-} + \lambda_{EC} = \lambda_{\beta^-} \left(1 + \frac{\lambda_{EC}}{\lambda_{\beta^-}}\right) = \lambda_{\beta^-} \left(1 + \frac{12}{100}\right) = 5.37 \cdot 10^{-10} \text{ år}^{-1}$$

$$t_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda} = 1.29 \cdot 10^{10} \text{ år}$$

2.



$$\theta = 5^\circ \quad \frac{d\sigma}{d\Omega} \approx 200 \frac{\text{mb}}{\text{sr}}$$

$$\sigma = \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right) d\Omega = 200 \frac{\text{mb}}{\text{sr}} \cdot 0.01 = 2 \text{ mb}$$

Produktionshastighet:

$$R = N \sigma I = \frac{5 \cdot 10^{-3} \text{ g/cm}^2}{6 \text{ g/mol}} \cdot 6.022 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1} \cdot 2 \cdot 10^{-3} \cdot 10^{-28} \text{ m}^2 \cdot 10^{10} \text{ s}^{-1} = 1 \text{ s}^{-1}$$

$\therefore 8.6 \cdot 10^4$  per dygn

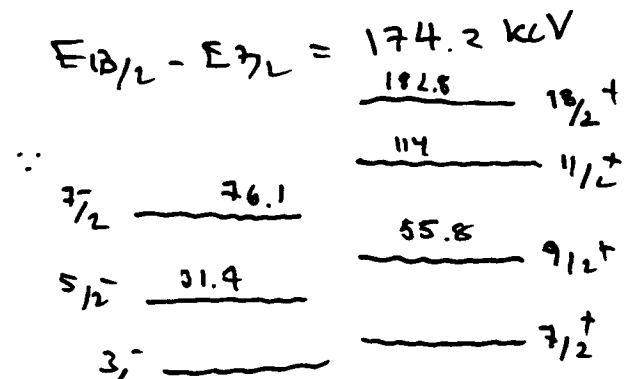
3. Från Nilsson diagrammet g.s  $\frac{3}{2}^- [521]$  och l:a exciterade tillståndet  $\frac{7}{2}^+ [633]$

Till stånden genererar rotationsbanden  $\frac{3}{2}^-, \frac{5}{2}^-, \frac{7}{2}^-, \frac{9}{2}^- \dots$  och  $\frac{7}{2}^+, \frac{9}{2}^+, \frac{11}{2}^+$

Antag 0:  $\frac{3}{2}^-$  och  $31.7 \cdot \frac{5}{2}^-$

(i)  $E_{5/2^-} - E_{3/2^-} = \frac{\hbar^2}{2I} \left[ \frac{5}{2} \cdot \frac{7}{2} - \frac{3}{2} \cdot \frac{5}{2} \right] \Rightarrow \frac{\hbar^2}{2I} = \frac{31.7}{5}$   
 $E_{7/2^-} - E_{5/2^-} = \frac{\hbar^2}{2I} \left( \frac{7}{2} \cdot \frac{9}{2} - \frac{5}{2} \cdot \frac{7}{2} \right) = \frac{12 \hbar^2}{2I} = \frac{12}{5} 31.7 = 76.1 \text{ keV OK}$   
 $E_{9/2^-} - E_{7/2^-} = 21 \cdot \frac{\hbar^2}{2I} = 133 \text{ keV OK}$

(ii)  $E_{9/2^+} - E_{7/2^+} = \frac{\hbar^2}{2I} \left[ \frac{9}{2} \cdot \frac{11}{2} - \frac{7}{2} \cdot \frac{9}{2} \right] = \frac{9 \hbar^2}{2I} \cdot (55.8 - 8.3) \Rightarrow \frac{\hbar^2}{2I} = \frac{47.5}{9}$   
 $E_{11/2^+} - E_{9/2^+} = \frac{20 \hbar^2}{2I} = 105.6 \text{ keV OK } (114 - 8.3 = 105.7 \text{ keV})$   
 $E_{13/2^+} - E_{11/2^+} = 174.2 \text{ keV } (182.8 - 8.3 = 174.5 \text{ keV})$



(2)

$$4. \quad Q_\alpha = (M(\frac{A}{Z}X) - M(\frac{A-4}{Z-2}X) - M_\alpha) c^2 =$$

$$= -a_v [A - (A-4)] + a_s [A^{2/3} - (A-4)^{2/3} + a_c \left[ \frac{Z^2}{A^{1/3}} - \frac{(Z-2)^2}{(A-4)^{1/3}} \right] +$$

$$+ a_{sym} \left[ \frac{(A-2Z)^2}{A} - \frac{(A-4-2(Z-2))^2}{A-4} \right] + B(Z, Y)$$

För stora  $A, Z, N$   $(1+x)^n \approx 1+nx \quad x \ll 1$

$$Q_\alpha = -4a_v + \frac{8}{3} a_s A^{2/3} + 4a_c Z A^{-1/3} \left(1 - \frac{Z}{3A}\right) - 4a_{sym} \frac{(A-2Z)^2}{A^2} + B(Z, Y)$$

$$B(2, 4) = 29.3 \text{ MeV}$$

$$\text{För } \frac{197}{81} \text{ Au} \quad Q_\alpha = 3.1 \text{ MeV}$$

$Q_\alpha > 0$  innebär möjligt  
men hindras av  
Coulombbarriären

- 5.
- |          |                    |
|----------|--------------------|
| $\Delta$ | ddd, udd, uud, uuu |
| $\Sigma$ | dds, uds, uus      |
| $\Xi$    | dds, uss           |
| $\Omega$ | sss                |

$$\Delta M = \Sigma - \Delta \approx \Xi - \Sigma \approx 150 \text{ MeV}/c^2$$

$$M_{\Omega^-} \approx 1530 + 150 = 1680 \text{ MeV}/c^2$$

6. sid. 761

1. Vad är den tillåtna stråldosen per år för allmänheten i Sverige?  
(1 p.)
2. Atomkärnan  ${}^{238}_{92}\text{U}$  initierar en radioaktiv sönderfallskedja med successiva  $\alpha$ - och  $\beta$ -sönderfall tills den slutligen når den stabila kärnan  ${}^{206}_{82}\text{Pb}$ . Hur många  $\alpha$ - respektive  $\beta$ -sönderfall observeras i denna kedja?  
(3 p.)
3. Den elektriska effekten som behövs för en satellit är 20 W. Denna kan erhållas genom omvandling av energi som frigörs vid radioaktivt sönderfall. Om man skulle utnyttja  $\alpha$ -sönderfallet ( $E_{\alpha} = 5.5 \text{ MeV}$ ) hos rent  ${}^{238}\text{Pu}$  ( $t_{1/2} = 89 \text{ år}$ ), hur stor måste i så fall aktiviteten och vikten av  ${}^{238}\text{Pu}$ -källan vara? Effektiviteten är 5 %.  
(3p.)
4. De tabellerade massorna för  ${}^9\text{Li}$ ,  ${}^9\text{Be}$  och  ${}^9\text{B}$  är 9.0268 u, 9.0122 u och 9.0133 u. Bestäm värdet på asymmetrikoefficienten i den semiempiriska massformeln utgående från dessa massor.  
(3p.)
5. Kärnsyntes för element med masstal större än 60 sker huvudsakligen vid två olika processer. Vilka är dessa? Beskriv i huvuddrag de båda processernas förlopp.  
(3 p.)
6.  $\Omega^-$  - partikeln tillhör en deкупlett av baryoner med spinn 3/2. Av vilka kvarkar är den uppbyggd och vilka kvanttal behövs för att beskriva den?  
(2 p.)
7.  ${}^{51}_{22}\text{Ti}$  och  ${}^{51}_{23}\text{V}$  har spinn och paritet enligt skalmodellens förutsägelse.  ${}^{51}\text{Ti}$   $\beta^-$  - sönderfaller till en nivå med excitationenergin 0.32 MeV i  ${}^{51}\text{V}$  med  $\log ft = 4.9$  och desexciteras med gammastrålning av blandad  $M1$  och  $E2$  karaktär.
  - a) Bestäm spinn och paritet ( $I^{\pi}$ ) för grundtillstånden hos  ${}^{51}_{22}\text{Ti}$  och  ${}^{51}_{23}\text{V}$
  - b) Vilka är de möjliga spinn och paritetsvärdena för 0.32 MeV nivån i  ${}^{51}\text{V}$ ?  
(3 p.)

③

2.

$$\left. \begin{aligned} 4N_\alpha &= 238 - 206 \\ 2N_\alpha - N_\beta &= 92 - 82 \end{aligned} \right\} = \begin{aligned} N_\alpha &= 8 \\ N_\beta &= 6 \end{aligned}$$


---

3.

$$P = E_\alpha \left( -\frac{dN}{dt} \right) = \frac{20}{0.05}$$

$$\text{Aktivitet: } -\frac{dN}{dt} = \frac{400}{E_\alpha} = 4.54 \cdot 10^{14} \text{ Bq} = \lambda N$$

$$N = \frac{4.54 \cdot 10^{14}}{\ln 2} \cdot 89.365.27.3600 \cdot m(^{238}\text{Pu}) = 0.73 \text{ kg}$$


---

4.

$$M(^9_4\text{Be}) - M(^9_3\text{Li}) = M(^1_1\text{H}) - m_n + a_c \left( \frac{16-9}{9^{1/3}} \right) + a_{\text{symm}} \left( \frac{1-9}{9} \right)$$

$$\frac{7}{9^{1/3}} a_c - \frac{8}{9} a_{\text{symm}} = -12.92 \text{ MeV}$$

$$M(^9_5\text{B}) - M(^9_4\text{Be}) = M(^1_1\text{H}) - m_n + a_c \left( \frac{25-16}{9^{1/3}} \right)$$

$$\Rightarrow a_c = 0.42 \text{ MeV}$$

$$\therefore a_{\text{symm}} = 16.0 \text{ MeV}$$

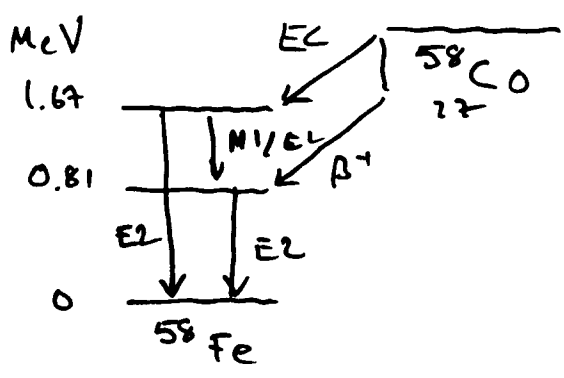

---

7. se ① 1.

5

- 1. Isotopen  $^{249}_{97}\text{Bk}$  har stabil deformation med deformationsparametern  $\epsilon \approx 0.2$ . Energierna för de åtta första exciterade tillstånden är 8.8, 39.6, 41.8, 82.6, 93.7, 137.7, 155.8 och 204.6 keV. Inordna dessa tillstånd samt grundtillståndet i två rotationsband. Ange rörelsemängdsmoment och paritet för samtliga tillstånd. Det relevanta Nilssondiagrammet bifogas som Figur 1. \*) (3 p.)

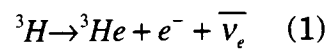
- 2. Ett förenklat sönderfallsschema för  $^{58}\text{Co}$  visas nedan. Betasönderfallen är av tillåten typ. Vilka värden på impulsmoment och paritet erhålles för de i figuren angivna kärntillstånden. (2p.)



- 3. Flödet av neutriner från solen är  $10^{11}$  per  $\text{cm}^2$  och sekund. En Volvo 240 antas bestå av 1 ton järn.
  - a) Bestäm den inducerade radioaktiviteten i järnet efter 24 timmar om tvärsnittet för bildning av  $^{56}\text{Mn}$  i inverst betasönderfall är  $10^{-20}$  b? Halveringstiden för  $^{56}\text{Mn}$  är 2 timmar och 36 minuter.
  - b) Hur stor är aktiviteten efter ytterligare 24 timmar om man antar att neutrinoströmmen plötsligt upphör? (3p.)

- 4. Enligt Fermis teori för betasönderfall kan ett betaspektrums form beskrivas som funktion av kinetiska energi,  $T_e$ , för elektronen. Visa att då  $Q \ll m_e c^2$  är medelenergin av ett betaspektrum  $\langle T_e \rangle = 1/3 Q$ . ( $Q$  är ändpunktsenergin för betasönderfallet och  $m_e$  elektronmassan)
 

Hur stor blir medelenergin som antineutriner för med sig vid sönderfallet av den tyngsta väteisotopen tritium



(3 p.)

\*) Fig. 2 (2)

5. Använd  $Q$  värdet för sönderfallet (1) för att göra en uppskattning av radien hos  ${}^3\text{He}$ .

(3 p.)

6. Den neutrala mesonen  $K^0$  kan spontant konverteras till sin antipartikel  $\bar{K}^0$ . Man finner experimentellt att sönderfallet av denna meson ger upphov till två olika livslängder.

$$\tau(K_1) = 0.892 \cdot 10^{-10} \text{ s}$$

och

$$\tau(K_2) = 5.18 \cdot 10^{-8} \text{ s}$$

Diskutera orsaken till detta. En detaljerad redogörelse krävs för full poäng.

(3 p.)

7. Visa att universums utsträckning är begränsad endast då den konstant,  $k$ , som anger rum-tidens krökning är positiv. Bestäm för  $k > 0$  den tidpunkt då universum når sin maximala utsträckning om vi antar att universum domineras av strålning. I detta fall är energidensiteten,  $\rho$ , omvänt proportionell mot  $R^4$ , dvs.  $\rho = a/R^4$  ( $a$  är en konstant).  
Ledning: Universums utsträckning bestäms av den så kallade skalfaktorn  $R$  ( $R = R(t)$ ,  $R(0) = 0$ ), som uppfyller

$$\frac{1}{R^2} \left( \frac{dR}{dt} \right)^2 = \frac{8\pi G}{3} \rho - \frac{k}{R^2}.$$

(3p.)

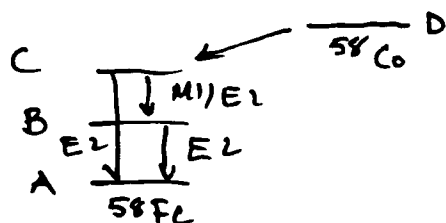


5

1.

$13/2^+$	$155.8$	$\frac{204.1}{137.7}$	$11/2^-$
$11/2^+$	$93.7$	$\frac{82.6}{35.6}$	$7/2^-$
$9/2^+$	$41.8$	$\frac{35.6}{8.8}$	$5/2^-$
$7/2^+$	$0$		$3/2^-$

2.



$$A = I^\pi = 0^+ \quad j-j$$

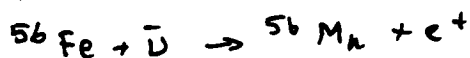
$$B = I^\pi = 2^+ \quad (E2) \quad -$$

$$C = I^\pi = 2^+ \quad (E2)$$

D: Tilläget  $\beta$  sönderfall  $\Delta I = 0, -1$   
 $\Delta \pi = \text{nej}$

$$I^\pi = 1^+, 2^+, 3^+ \text{ möjliga (Exp. } 2^+)$$

3.



$$T_{1/2} = 2.6 \text{ h}$$

$$A = R(1 - e^{-\lambda t})$$

$$R = N \sigma I = \frac{10^6 \text{ g}}{56 \text{ g/mol}} \cdot 6.022 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1} \cdot 10^{-20} \cdot 10^{-28} \text{ m}^2 \cdot \frac{10^{11}}{10^{-4} \text{ m}^2 \text{ s}} = 1.075 \cdot 10^{-5} \text{ s}^{-1}$$

$$a) A(24 \text{ h}) = 1.075 \cdot 10^{-5} (1 - e^{-\frac{\ln 2}{2.6} \cdot 24}) = 1.07 \cdot 10^{-5} \text{ s}^{-1}$$

$$b) A = 1.07 \cdot 10^{-5} \text{ s}^{-1} \cdot e^{-\frac{\ln 2}{2.6} \cdot 211} = 1.8 \cdot 10^{-8} \text{ s}^{-1}$$

4.

$$N(p) \sim p^2 q^2 \sim p^2 (Q-T)^2$$

$$Q \ll mc^2 \quad T = p^2 / 2m$$

$$\langle T \rangle = \frac{\int_0^Q N(T) T dT}{\int_0^Q N(T) dT} = \frac{\int_0^Q T^{3/2} (Q^2 - 2QT + T^2) dT}{\int_0^Q T^{1/2} (Q^2 - 2QT + T^2) dT} = \frac{Q}{3}$$



$$Q = [M(3\text{H}) - M(3\text{He})] c^2 = 18.6 \text{ keV}$$

$$Q \ll mc^2$$

$$\text{Medelenergi för } \bar{\nu}_e \quad \frac{2}{3} Q = 12.4 \text{ keV}$$

(5)

$$5. \quad Q = [m(^3\text{H}) - m(^3\text{He})]c^2 = \{m(^1\text{H}) + 2m_n - \frac{B}{c^2}(^3\text{H}) -$$

$$- (2m(^1\text{H}) + m_n - \frac{B}{c^2}(^3\text{He}))\}c^2 = 18.6 \text{ keV} =$$

$$= (m_n - m(^1\text{H}))c^2 - B(^3\text{H}) + B(^3\text{He})$$

$$B(^3\text{H}) - B(^3\text{He}) = 763.4 \text{ keV}$$

Skillnaden i  $B$  = den el. statiska repulsionen mellan de två protonerna i  $^3\text{He}$

$$E_C \approx \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 R} = 763.4 \Rightarrow R = \frac{1.44 \text{ MeV fm}}{763.4 \text{ keV}} = 1.9 \text{ fm}$$

7.

$$\frac{1}{R^2} \left( \frac{dR}{dt} \right)^2 = \frac{8\pi G}{3} \rho - \frac{k}{R^2} \quad (1) \quad R(0) = 0$$

$$\text{Begränsa minivärdet} \quad \frac{dR}{dt} \Big|_{t=t_m} = 0$$

Endast då  $k > 0$  eftersom  $\rho > 0$

$$\rho = \frac{a}{R^4}$$

$$R^2 \left( \frac{dR}{dt} \right)^2 = \frac{8\pi G}{3} a - kR^2$$

$$\int_0^R \frac{R' dR'}{\sqrt{\frac{8\pi G}{3} a - kR'^2}} = \int_0^t dt'$$

$$-\frac{1}{k} \sqrt{\frac{8\pi G}{3} a - kR^2} + \frac{1}{k} \sqrt{\frac{8\pi G}{3} a} = t$$

vilket ger

$$R^2 = 2\sqrt{\frac{8\pi G}{3} a} t - kt^2$$

$$R^2 \text{ max för } t_m = \frac{1}{k} \sqrt{\frac{8\pi G}{3} a}$$

$$R^2_{\text{max}} = 2\sqrt{\frac{8\pi G}{3} a} \frac{1}{k} \sqrt{\frac{8\pi G}{3} a} - k \frac{1}{k^2} \cdot \frac{8\pi G}{3} a =$$

$$= \frac{1}{k} \cdot \frac{8\pi G a}{3}$$

