SUBATOMÄR FYSIK

FÖ F

1994

SIDOR: 87

PRIS: ~~30~~ kr 45

SUBATOMÄR FYSIK

FÖ 1 940321. (B. Jonsson)

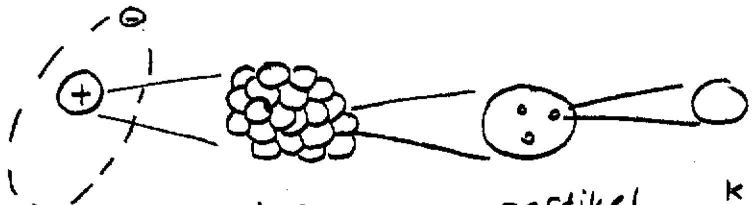
Dugga (8 p max) kan ge 4 p på tentan

Inlämn. uppg. (2 p max) kan ge 2 p på tentan

Tentan (20 p max) 8 p godkänd

∴ Gör dugga & inlämn. uppg. !

ämnets utveckling:



---

relevanta storheter:

atom $\sim 10^{-10}$ m

atom kärnan $\sim 10^{-15}$ m

inför $1 \text{ fm} = 10^{-15}$ m (femtometer, Fermi)

$1 \text{ u} = \left[\frac{1}{12}\ {}^{12}C\right] \approx 1{,}661 \cdot 10^{-27}$ kg

Einsteins ekvation (?) : $E = m_0 c^2$ [J]

$\Rightarrow$ 1 u har energin $1{,}661 \cdot 10^{-27} \cdot (2{,}998 \cdot 10^{8})^2$

$\approx \underline{1{,}49 \cdot 10^{-10} \text{ J}}$,

eller i eV $\frac{1{,}49 \cdot 10^{-10}}{1{,}602 \cdot 10^{-19}}$

$\approx 931{,}9$ MeV,

vilket ger $\underline{\underline{1 \text{ u} \approx 931{,}9 \text{ MeV}/c^2}}$

relativistiskt:

$$\begin{cases} E = E_0 + E_{kin} = m_0 c^2 + E_{kin} \\ E = mc^2 = m_0 \gamma c^2 \end{cases}, \quad \gamma = \frac{1}{\sqrt{1-(v/c)^2}}$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{E_{kin}}} = E - E_0 = m_0 c^2 \left(\frac{1}{\sqrt{1-(v/c)^2}} - 1 \right)$$ (Taylorutveckla kring $(v/c)^2 = 0$)

$$\approx \ldots \approx m_0 c^2 \left\{ \frac{1}{2}(v/c)^2 + \frac{3}{8}(v/c)^4 + \ldots \right\}$$

$$\underline{\underline{> \frac{1}{2} m v^2}}$$

rörelsemängd $p = m_0 \gamma v$,

bilda $\underline{\underline{E^2 - E_0^2}} = m^2 c^4 - m_0 c^4$

$$= m_0^2 c^4 \left\{ \frac{1}{1-(v/c)^2} - 1 \right\}$$

$$= \frac{m_0^2 c^2 v^2}{1-(v/c)^2} = \underline{\underline{p^2 c^2}},$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{E^2 = p^2 c^2 + m^2 c^4}}$$

de Broigles relation $\lambda = (h/p)$, h Plancks konstant

$$\underline{\underline{\hbar = \frac{h}{2\pi} \approx 6{,}58 \cdot 10^{-22} \text{ MeVs}}}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \hbar c \approx 197{,}35 \text{ MeVfm} \\ \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0} \approx 1{,}44 \text{ MeVfm} \quad \text{(kontrollera!)} \\ \alpha = \left(\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0}\right)\left(\frac{1}{\hbar c}\right) \approx \frac{1}{137}, \quad \text{finstrukturkonstanten} \end{cases}$$

Snabb historielektion:

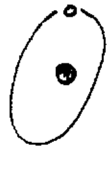
Grekerna – de fyra elementen,

Renässansen – (al)kemi

grundämnen,

periodiska systemet (Mendelejev/Meyer, 1869)

atomer 

atomkärnor  (Rutherford, sekelskiftet)

neutroner (laddning 0),
protoner (laddning +e).

ex.

deuteron : $n + p$ $(+e)$,
triton : $2n + p$ $(+e)$,
^3He : $n + 2p$ $(+2e)$,
α-partikel : $2n + 2p$ $(+2e)$,

⋮ und so weiter...

^{238}U : $146n + 92p$ $(+92e)$, TYNGST i naturen.

Definition. Masstalet A för ett ämne definieras som $A = Z + N$, där Z är antalet protoner hos ämnet och N är antalet neutroner hos ämnet.

Skrivsätt. $^A_Z X_N$, där Z & N kan utelämnas

ex. syre : $Z = 8$, $A = 16$

$$\Rightarrow \begin{array}{l} ^{16}O \equiv (8p + 8n) \\ ^{17}O \equiv (8p + 9n) \\ ^{16}F \equiv (9p + 7n) \end{array}$$

isotop, samma atomnummer Z

isobarer, samma masstal A

Att memorera!

α-partikeln — ^4He,
β-partikeln — $e^{\pm}$,
γ-strålning — högfrekvent elektromagnetisk strålning

$\begin{cases} r_{prot} \sim 10^{-15} \text{ m} , & \text{protonens radie} \\ r_e < 10^{-18} \text{ m} , & \text{elektronens radie} \end{cases}$

$\Rightarrow (r_{prot}/r_e) > 10^3$, elektronen kan betraktas som pktformig.

allt kraftfullare partikelacceleratorer kom att uppdaga "nya partiklar", vilka ofta visade sig vara exciterade tillstånd av protoner & neutroner, de s k nukleonerna.

∴ (i) nukleonerna är sammansatta partiklar
(ii) 1 e V är inte elementarladdningen

man införde kvarkarna,

u	(up)	(laddning $+\frac{2}{3}e$),
d	(down)	(laddning $-\frac{1}{3}e$),
s	(strange)	(laddning $-\frac{1}{3}e$),

och hadronerna (utövar stark växelverkan), som delas in i baryoner (bestående av tre kvarkar) & mesoner (bestående av en kvark & en anti-kvark).

ex. nukleonerna tillhör baryonerna

proton $(u\ u\ d)$ $\quad q = 2(+\frac{2}{3}e) - \frac{1}{3}e = +e$, OK

neutron $(u\ d\ d)$ $\quad q = +\frac{2}{3}e + 2(-\frac{1}{3}e) = 0$, OK

---

med $E^2 = p^2c^2 + m^2c^4$ existerar två lösningar,

$E = \pm\sqrt{}$.

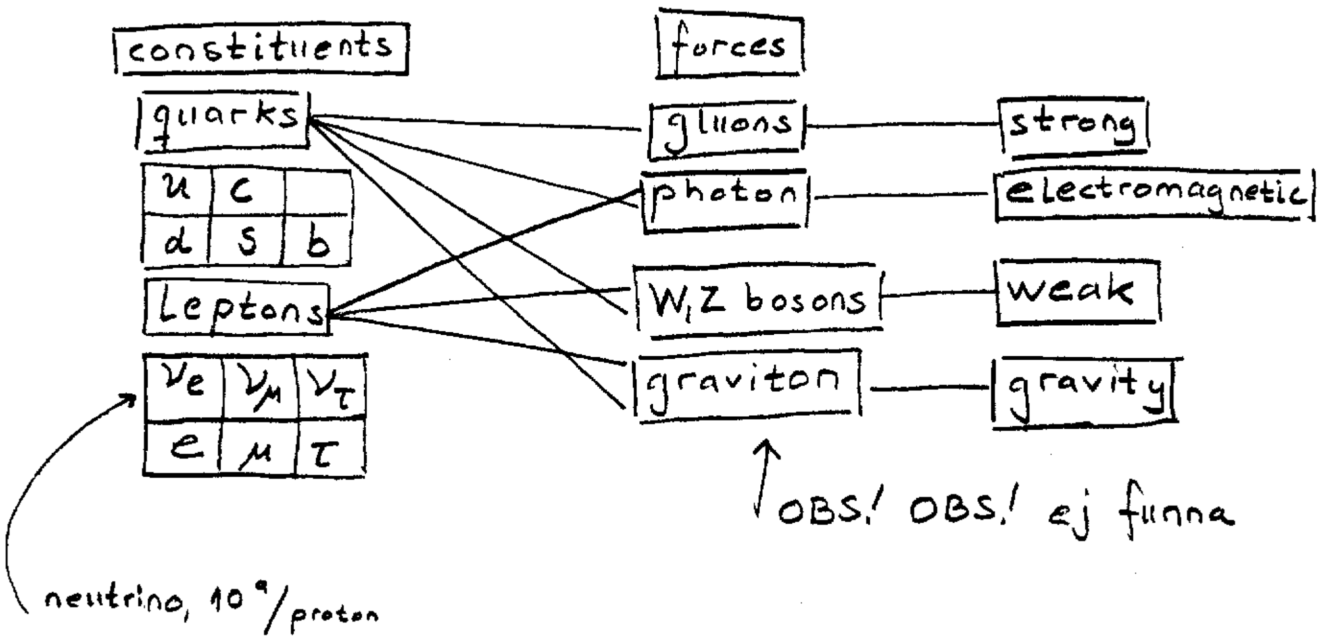
Dirac postulerade existensen av anti-partiklar

∵ varje kvark q har sin anti-kvark $\bar{q}$
(se meson ovan)

$\Rightarrow$ grunden för modern partikelfysik lagd

$\Rightarrow$ The Standard Model $\Longleftrightarrow$ periodiska systemet

THE STANDARD MODEL,

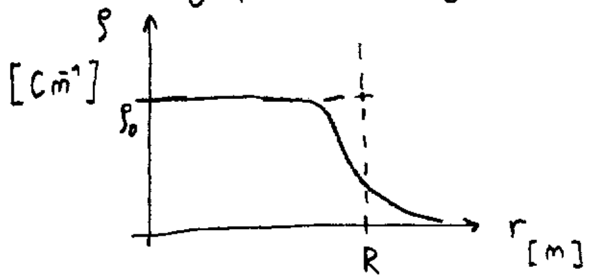


constituents - elementarpartiklarna.
forces - de växelverkande krafterna, "Limmet".
gluonerna & fotonerna masslösa
EM <=> weak
gravitation ej ännu förstådd

krafterna ses som utbytespartiklar
tyngre utbytespartiklar, svagare kraft. bosonerna tunga
(jfr skridskoparet med tennisboll resp. medicinboll ?)

beskrivning av atomkärnan, kräver
elektrisk laddning,
radie (materieradie, laddningsradie),
massa,
bindningsenergier (anm. ^1H, elektronens bindningsenergi, 13,6 eV relativt vätets totala energi, 511 keV ∴ stora energier frigörs då kärnan splittras),
impulsmoment,
exciterade tillstånd i kärnan

laddningsfördelning i kärna.



laddningsradien R

ρ_0 ~ konstant i kärnan,

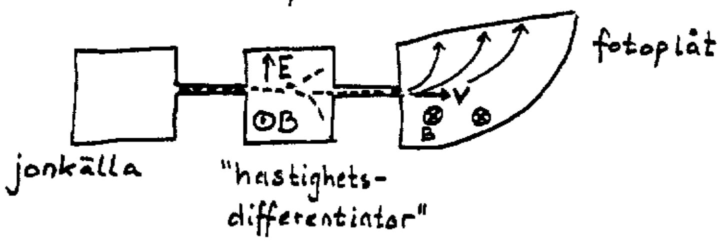
$\Rightarrow$ konstant täthet av neutroner & protoner inuti kärnan

$$\Rightarrow \frac{A}{\left(\frac{4}{3}\pi R^3\right)} \sim \text{konstant}$$, A masstalet

$$\Rightarrow \quad R = R_0 \sqrt[3]{A} \quad , \quad 1{,}2 \leq R_0 \leq 1{,}25 \quad (\text{fm})$$

---

bestämning av kärnans massa, m h a spektrometer



$$qE = qvB \Rightarrow v = (E/B) \qquad (1)$$

vid fotoplåt $\quad \frac{mv^2}{r} = qvB \Rightarrow r = (mv/qB) \qquad (2)$ $\quad$ för givet r

(1) & (2) $\Rightarrow \quad \underline{\underline{m = \frac{qrB^2}{E}}}$

ex. $\quad {}^{12}C \equiv 12\ u$,

$$\Rightarrow \begin{cases} C_9H_{20} \ , & A = 128 \\ C_{10}H_8 \ , & A = 128 \end{cases}$$

masskillnaden $\Delta = m_{C_9H_{20}} - m_{C_{10}H_8} = 12 m_H - m_{^{12}C}$

$$\approx 0{,}0939032 \ldots\ u$$

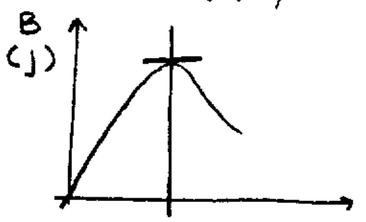
$$\Rightarrow \quad \underline{m_{^1H}} \approx \frac{1}{12}\left(m_{^{12}C} + \Delta\right) \approx \underline{\underline{1{,}00782503\ u}}$$

nukleär bindningsenergi

$m_N c^2$, nukleära massan
$m_A c^2$, atomära massan

$$\underset{\sim 900\ \text{MeV}}{m_N c^2} = m_A c^2 - \underbrace{Z m_e c^2}_{\substack{\text{elektron-}\\ \text{massan}\\ \sim 500\ \text{keV}/e^-}} + \underbrace{\sum_{i=1}^{Z} B_i}_{\substack{\text{bindningsenergin(elektron)}\\ \sim 100\ \text{keV}}},$$

$B = B(A)$,



topp för $A = 55$, dvs Fe

Fö 2 940323

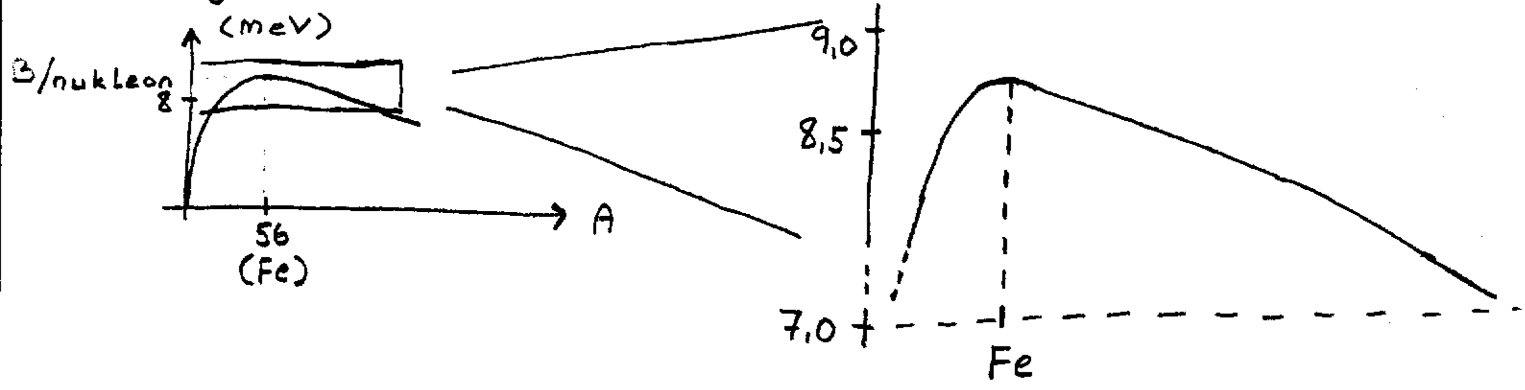
Definition. Bindningsenergin B^* definieras som
$$B = \left(Zm_p + Nm_N - (m_A(^AX) - Zm_e)\right)c^2,$$
där Z & N är antalet protoner & neutroner respektive; $m_p, m_N, m_A(^AX)$ & m_e är protonens, neutronens, kärnans & elektronens massor respektive.

* för kärnan ^AX

Uttrycket kan skrivas om som
$$B = \left(Zm_p + Nm_N - (m_A(^AX) - Zm_e)\right)c^2$$
$$= \left(Z(m_p + m_e) + Nm_N - m_A(^AX)\right)c^2 \quad (m_p + m_e,\ \text{massan för}\ ^1H)$$
$$= \left(Z(^1H) + Nm_N - m_A(^AX)\right)c^2 \quad (BE)$$

här inkluderas elektronerna

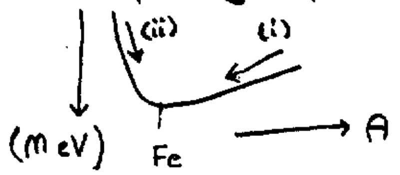
figur 3.16 i Kranes bok.



medelbindningsenergin ~ 8 MeV

Fe har minimal massa/nukleon

vänd på grafen



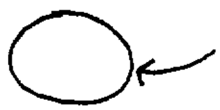
(i) vid fission, sönderslagning av kärnor till lättare (från ^{238}U och nedåt), överskottsmassa blir energivinst

(ii) vid fusion, ihopsmältning till tyngre kärnor, tills man når järn.

(B/A) experimentellt givet enl. figur 3.16.

Byggandet av en modell för atomkärnans massa.

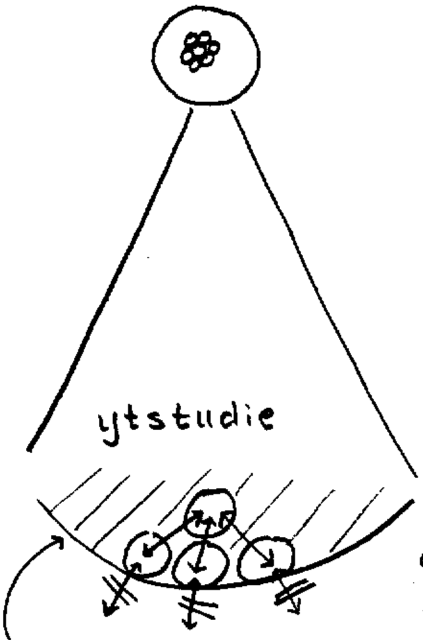
vätskedroppsmodellen.



bindningsenergin är till en grov approximation konstant,

$$B = a_V A \, , \quad a_V \approx 8{,}5 \text{ MeV} \qquad (1)$$

(1) ger ett fel på högst 1 MeV.



inne i "vätskedroppen" råder ett "mättat" tillstånd m a p nukleoner (konstant täthet), och då växelverkan dem emellan är svag, påverkar endast de närmaste grannarna en nukleon i kärnan

nukleonerna vid ytan kommer att ha ett lägre antal grannar än en nukleon längre in.

ytan, area $4\pi R^2$, $R = R_0\sqrt[3]{A}$

$\Rightarrow$ modifiera (1) med en "ytterm"*, enl

$$\underline{\underline{B = a_V A - a_S A^{2/3}}} \quad , \quad (2)$$

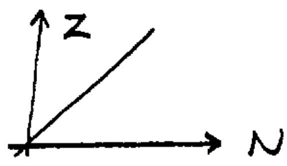
* $\Rightarrow 4\pi R^2 = 4\pi R_0 (\sqrt[3]{A})^2$

$\because$ kärnans yta proportionell mot $A^{2/3}$, d v s "yttermen" proportionell mot $A^{2/3}$

elektrisk repulsion protonerna emellan kommer att minska B,

$$B = a_V A - a_S A^{2/3} - \frac{3}{5}\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Z(Z-1)}{R_0\sqrt[3]{A}}$$
$$\underline{\underline{\approx a_V A - a_S A^{2/3} - a_c \frac{Z^2}{\sqrt[3]{A}}}} \quad , \quad a_c \approx 0{,}7 \text{ MeV} \quad (3)$$

Hurpass väl stämmer (3) med fakta?
Kommer (3) insatt i (B E), SID 7 ge oss ett uitseende enl



, där Z = N - linjen svarar mot de mest stabila Z-värdena för givet masstal A.

(3) i (B E), SID 7

$$\Rightarrow M(A,Z) = Z(^1H) + N m_N - \frac{1}{c^2}\left(a_V A - a_S A^{2/3} - a_c \frac{Z^2}{\sqrt[3]{A}}\right),$$

$$(N = A - Z) \Rightarrow \left.\frac{\partial M}{\partial Z}\right|_{A \text{ konstant}} = m(^1H) - m_N + 2\left(\frac{a_c Z}{c^2\sqrt[3]{A}}\right),$$

sök minimum, $\left(\frac{\partial M}{\partial Z}\right)_A = 0 \Rightarrow Z_{min} = \frac{1}{2}\frac{(m_N - m(^1H))c^2}{a_c}\sqrt[3]{A}$,

$(m_N - m(^1H))c^2 \approx 0{,}782$ MeV $\Rightarrow$ $\underline{Z_{min} \approx 0{,}54\sqrt[3]{A}}$

test. $A = 50 \Rightarrow Z_{min} = 2$!

Här måste ytterliggare termer införas!

Ur ett resonemang grundat på statistisk mekanik får man symmetritermen,

$$-a_{sym} \cdot \frac{(A-2Z)^2}{A} = -a_{sym} \cdot \frac{(N-Z)^2}{A} \quad \text{(S T)}.$$

(ST) försvinner för N = Z, men kommer då Z avviker alltför mycket verka korrigerande.

$$\Rightarrow B = a_v A - a_s A^{2/3} - a_c \cdot \frac{Z^2}{\sqrt[3]{A}} - a_{sym} \frac{(A-2Z)^2}{A} \qquad (4)$$

Upprepa stegen längst ned på SID 9,

$\left(\frac{\partial M}{\partial Z}\right)_A = 0$,

räkna!

$$\Rightarrow \ldots \Rightarrow \quad Z_{min} = \frac{(m_N - m(^1H))c^2 + 4a_{sym}}{2a_c A^{-1/3} + 8a_{sym} A^{-1}},$$

vilket överrenstämmer avsevärt bättre med uppmätta resultat.

---

ex. Beräkna bindningsenergin för en proton för ett ämne kan göras genom att man beräknar bindningsenergin för ämnet med en proton mer än det ursprungliga ämnet,

$\Rightarrow B_p = B_{A+p} - B_A$, där A är masstalet för det ursprungliga ämnet.

Atomer med jämnt masstal är starkare bundna än de med udda masstal.
(beror på parbildning)

Man införde nu (föga överraskande) ytterligare en term, termen δ sådan att

$$\delta \begin{cases} > 0 \ , \text{då } Z \ \& \ N \text{ jämna (jämn/jämn)} \\ = 0 \ , \text{då } Z \text{ el. } N \text{ udda (jämn/udda)} \\ < 0 \ , \text{då } Z \ \& \ N \text{ udda (udda/udda)} \end{cases}$$

Detta ger oss ett uttryck för kärnmassan $M(Z)$ för konstant A på formen

$$M(Z)\Big|_{A \text{ konstant}} = k_0 + k_1 Z + k_2 Z^2 + \frac{E_{pair}}{c^2} \ ,$$

från δ

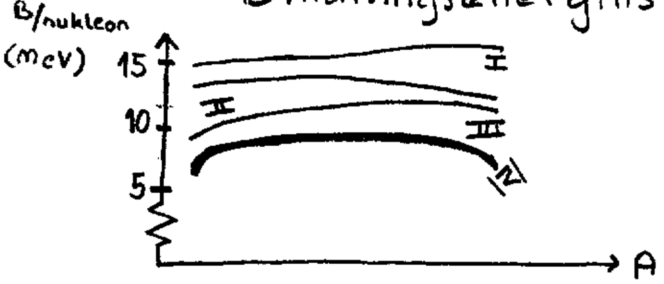
som ju är en parabel.

∴ Udda A ger endast en stabil kärna — A udda
Jämna A ger upphov till två stabila isotoper

2δ — A jämn

vilket korrekt förutsäger faktiska resultat.

Bindningsenergins sammansättning



I volyms- & symmetrienergi
II ytenergi (större för små A)
III coulombenergi (växer med Z)
IV totala bindningsenergin/nukleon

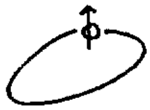
"Never in the field of human conflict was so much owed by so many to so few."
Sir Winston Churchill, tal i House of Commons,
20. augusti 1940

"The maxim of the British people is 'Business as usual'."
Sir Winston Churchill, tal i Guildhall,
9. november 1914

spinn hos nukleonerna.

består av

(i) egenspinn  $\bar{s}$;

(ii) banimpulsmoment  $\bar{l}$;

där potentialen i vilken nukleonen rör sig i skapas av de övriga nukleonerna

$\bar{j} = \bar{l} + \bar{s}$ för en nukleon.

spinn hos kärnan (totala banimpulsmomentet)

$$I = \sum_{n=1}^{A} \bar{j}_n$$

P g a parbildning paras nukleoner med motsatt spinn ihop och tar spinnmässigt ut varandra, d v s

A jämn, $I = 0$,
A udda, I heltalsmultipel av $\frac{1}{2}$.

ex. $I = \frac{3}{2}$, med positiv/negativ paritet

$I^{\pi} = \frac{3}{2}^{+}$,

$I^{\pi} = \frac{1}{2}^{-}$

totala pariteten är produkten av nukleonernas paritet.

---

magnetiskt dipolmoment.

$$\bar{\mu} = \frac{1}{2}\frac{e\hbar}{m}\bar{l} = g_L \mu_N \bar{l} \quad , \quad \mu_N = \frac{1}{2}\frac{e\hbar}{m}$$

där μ_N är nukleära magnetonen ($\mu_N \approx 0{,}032\,\mu eVT^{-1}$),

för neutronen : $g_L = 0$
för protonen : $g_L = 1$.

magnetiskt spinnmoment.

$$\mu = g_s s \mu_N \quad , \quad s = \frac{1}{2}.$$

Dirac ville ha $g_s = 2$ men mätningar gav g_s för elektronen som $g_s \approx 2{,}0023$.

Avvikelsen förklarades m h a Feynmans kvantumelektrodynamik ända ned till 12. decimalen.'

Men hur skulle man förklara uppmätta värden för nukleonerna - för protonen $g_s \approx 5{,}58$ & för neutronen $g_s \approx -3{,}82$?

Kanske så här:

p (u·u· d·) n (d·d· u·)

$q_u = +\frac{2}{3}e$
$q_d = -\frac{1}{3}e$

mätningarna ovan utfördes på 40-talet och var de första tecknen på kvarkar.

elektriskt kvadrupolmoment.

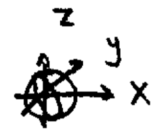
fås ur termutveckling av E-fältet ?

och ges av kvantmekaniken för en proton

som

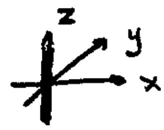
$$eQ = e\int \Psi^{*}(3z^2 - r^2)\,\Psi\, dv.$$

sfärisk symmetri.



$$x = y = z \;\Rightarrow\; 3z^2 - r^2 = 0$$

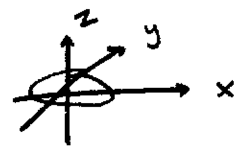
längs med z-axeln.



$$x = y = 0, \quad z^2 = r^2$$

$$\Rightarrow Q > 0$$

planpolärt.



$$z = 0, \quad x^2 + y^2 = r^2$$

$$\Rightarrow Q < 0$$

$\because$ inget 4-polmoment för sfärisk symmetri, positivt 4-polmoment om rörelse längs med z-axeln, negativt 4-polmoment om plan rörelse.

Fö 3 940411

Kraft mellan nukleonerna (den starka växelverkan).

allmänna egenskaper.

(i) stark vid små avstånd (relativt coulomb)

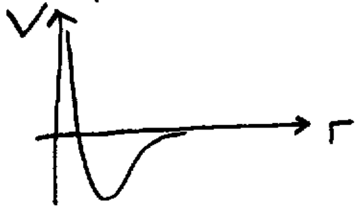
(ii) försumbar vid stora avstånd (relativt coulomb)

(iii) påverkar ej leptonerna

(iv) laddningsoberoende

(v) spinnberoende

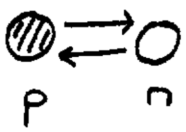
(vi) repulsiv vid "point blank"



potentiellt utseende

Atomfysiken börjar med att behandla väteatomen under coulombkraften, vilket ger upphov till elektronfördelningarna i form av orbitaler.

"Kärnfysikens väteatom" är __deutronen__ ^2H



Deutronen saknar exciterade tillstånd, dvs uppvisar inga högre energitillstånd med lägre grad av bundenhet.

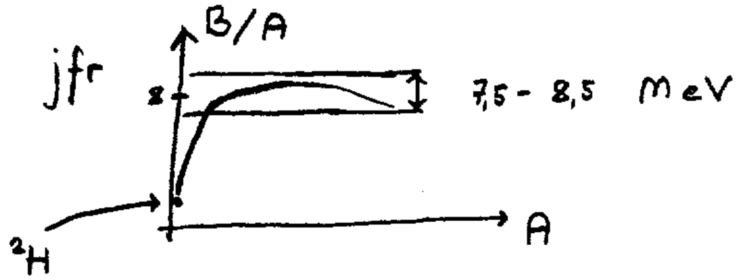
Dess bindningsenergi är

$$B = [m(^1H) + m(n) - m(^2H)]c^2 = 2{,}22 \text{ MeV},$$

$^1H + n \longrightarrow {}^2H + \gamma$, skapas

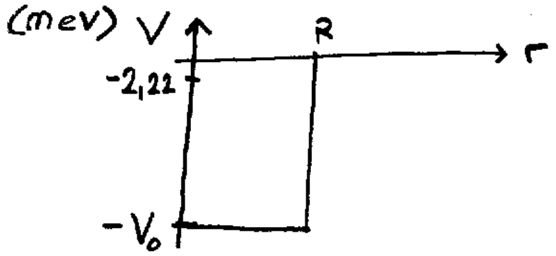
$^2H + \gamma \longrightarrow {}^1H + n$, förstörs

$E_\gamma = 2{,}22$ MeV



Deutronens bindningsenergi avsevärt lägre än för det stora flertalet.

En första modellering – en 3D Lådpotential à la kvant.



$$V(r) = \begin{cases} -V_0 & , r < R \\ 0 & , r \geq R \end{cases}$$

Ansätt $\psi(r) = \frac{1}{r}u(r)$,

in i Schrödinger (Krane, ekv.(2.4), sid. 12),

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{d^2u}{dr^2} + V(r)u(r) = Eu(r)$$

$r < R$: $\quad u(r) = A\sin k_1 r + B\cos k_1 r$,

$$k_1^2 = \frac{2m}{\hbar^2}(E + V_0)$$

$r > R$: $\quad u(r) = Ce^{-k_2 r} + De^{+k_2 r}$,

$$k_2^2 = -\frac{2mE}{\hbar^2} \qquad (E < 0)$$

Begränsade lösningar – $B = D = 0$,

(R V) –
$$\begin{cases} A\sin k_1 R = Ce^{-k_2 R} & (1) \\ Ak_1\cos k_1 R = -k_2 Ce^{-k_2 R} & (2) \end{cases}$$

Dividera (2) med (1),

$$k_1 \cot k_1 R = -k_2$$

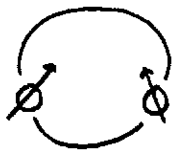
$$\Rightarrow V_0 = -35 \text{ MeV}$$

Uppmätta värden.

$$-50 \leq V_0 \leq -30 \quad (\text{MeV})$$

spinn med paritet, $I^{\pi} = 1^{+}$

Deutronen ser alltså ut ungefär såhär



med totala banimpulsmomentet

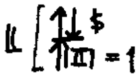
$$\mathbb{I} = \mathbb{S}_n + \mathbb{S}_p + \mathbb{l}$$

De uppmätta värdena ger oss följande möjliga kombinationer av spinn s & banimpuls l ($s = \frac{1}{2}$)

(i) ↑ ↑ , $l = 0$

(ii) ↑ ↓ , $l = 1$

(iii) ↑ ↑ , $l = 1$ (enl.  $|\mathbb{I}| = 1$)

(iv) ↑ ↑ , $l = 2$ (enl. )

pariteten ges av $(-1)^{l}$, vilket utesluter (ii) & (iii).

Antag att $l = 0$, dvs i kombination (i).
(orbitalbidraget till det totala magnetiska momentet noll)
Då ges det totala magnetiska momentet av

$$\mu = \mu_n + \mu_p = \frac{g_s^n \mu_N}{\hbar} s_n + \frac{g_s^p \mu_N}{\hbar} s_p .$$

med $s_n = s_p = \frac{1}{2}\hbar$ (max-värdet) & μ_N nukleonmagnetonen,
$g_s^n = -3{,}8261$, $g_s^p = 5{,}887$ fås

$\mu = 0{,}877804\, \mu_N$.

Uppmätt värde är

$\mu = 0{,}857436\,\mu_N$,

vilket ger ett "nja".

Antag att en blandning av $\ell=0$ & $\ell=2$ tillstånd är en korrektare beskrivning av deutronen,

$$\psi = a_s \psi|_{\ell=0} + a_d \psi|_{\ell=2}$$

ger

$$\mu = a_s^2 \mu|_{\ell=0} + a_d^2 \mu|_{\ell=2} \, .$$

Räkningar baklänges med uppmätt värde ger ca 4 % av $\ell=2$ tillståndet.

Kvadropolmomentet är uppmätt till

$Q = 0{,}00288$ b

(Nja) Det behövs

Kärnmodeller för tyngre kärnor.

måste : (i) beskriva observerade egenskaper,

och (helst) (ii) kunna förutsäga resultat av nya mätningar

figurerna på sid 119 ff i Krane uppvisar en regelbundenhet liknande den som uppstår i atomfysikens skalmodell.

Detta leder till ...

(nukleära) skalmodellen.

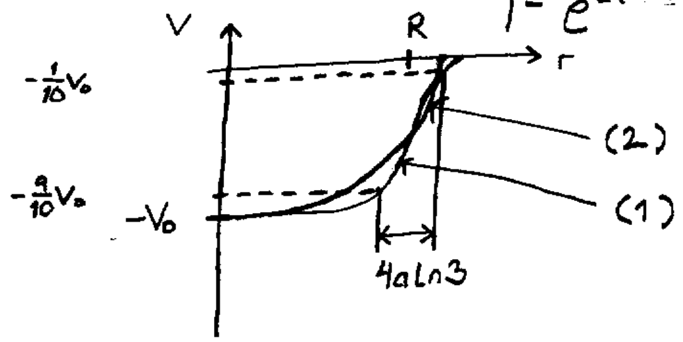
De magiska talen (2, 8, 20, 28, 50, 82 & 126) skulle isåfall ange antalet nukleoner för de slutna skalen.

Inför en mer realistisk potential, Wood-Saxons,

$$V(r) = -\frac{V_0}{1-e^{-[(r-R)/a]}} \quad , \quad R = R_0 \sqrt[3]{A} \quad (1)$$

$a = 0{,}524$ fm

$V_0 \sim 50$ MeV



och approximera Wood-Saxons med en 3D harmonisk oscillator,

$$V(r) = \frac{1}{2}kr^2 - V_0 \quad , \quad (2)$$

$$E_n = \hbar\omega_0\left(\frac{3}{2}+n\right) \quad , \quad \text{ger} \begin{Bmatrix} n \text{ udda} \Rightarrow \ell \text{ udda} \\ n \text{ jämn} \Rightarrow \ell \text{ jämn} \end{Bmatrix}$$

Tabell.

n	ℓ	E_n
0	0	$\frac{3}{2}\hbar\omega_0$
1	1	$\frac{5}{2}\hbar\omega_0$
2	0	$\frac{7}{2}\hbar\omega_0$
	2	$\frac{7}{2}\hbar\omega_0$
3	1	$\frac{7}{2}\hbar\omega_0$
	3	$\frac{9}{2}\hbar\omega_0$

?

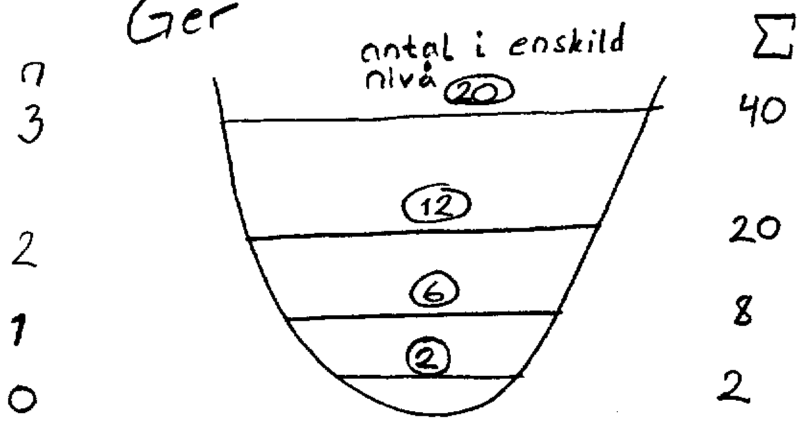
Givet n antar ℓ värdena $\ell = n, n-2, \ldots$

Degenerositet.

ℓ ger $2\ell+1$ tillstånd
$(m_\ell = -\ell, -(\ell-1), \ldots, \ell)$

$s = \frac{1}{2}$ ger $2s+1 = 2$ tillstånd
$(m_s = -\frac{1}{2}, +\frac{1}{2})$

Ger



mindre bra

ex. $n = 3$, har $\sum_{l} 2\cdot(2l+1)$ tillstånd, d vs

$$2\cdot(2\cdot 1+1) + 2\cdot(2\cdot 3+1) = 6 + 14 = 20 \text{ tillstånd},$$

addera lägre nivåers tillstånd

$\Rightarrow 40$

Lathund: antal tillstånd för en nivå n är $(n+1)(n+2)$.

---

något är mindre bra eftersom de magiska talen inte fås efter $n=2$ nivån.

Leder oss till inkludering av (nukleär) spinn-bankoppling (i analogi med atomfysiken, dock ej av elektromagnetisk karaktär)

Skrivs som

$V_{SO}(r)\bar{l}\cdot\bar{s}$, där V_{SO} ointressant för tillfället.

Ett tillstånd betecknas nu med totala banimpulsmomentet $\bar{j} = \bar{l} + \bar{s}$ $\left\{ \begin{array}{l} s = \frac{1}{2} \\ j = l \pm \frac{1}{2} \end{array} \; ; \; l = 0 \Rightarrow j = +\frac{1}{2} \right\}$

$$\Rightarrow j^2 = (\bar{l} + \bar{s})^2 = l^2 + 2\bar{l}\cdot\bar{s} + s^2$$

$$\Rightarrow \bar{l}\cdot\bar{s} = \frac{1}{2}\left(j^2 - l^2 - s^2\right)$$

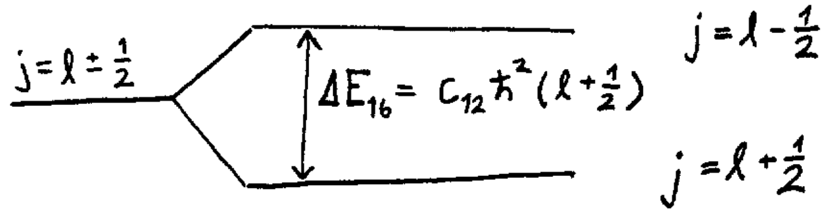
$$\Rightarrow \quad \langle \bar{l} \cdot \bar{s} \rangle = \frac{1}{2}\hbar^2 \left[j(j+1) - l(l+1) - s(s+1) \right]$$

Låt $\bar{l} \cdot \bar{s}$ verka på tillståndet m,

$$\bar{l} \cdot \bar{s} \, |m\rangle = \begin{cases} \frac{1}{2}\hbar^2 l \, |m\rangle & \text{för } j = l + \frac{1}{2} \quad (s = \frac{1}{2}) \\ -\frac{1}{2}\hbar^2 l \, |m\rangle & \text{för } j = l - \frac{1}{2} \quad (s = -\frac{1}{2}) \end{cases}$$

$\therefore$ uppsplittringen proportionell mot l & med en negativ potential V_{so} kommer det större j-värdena tryckas ned.

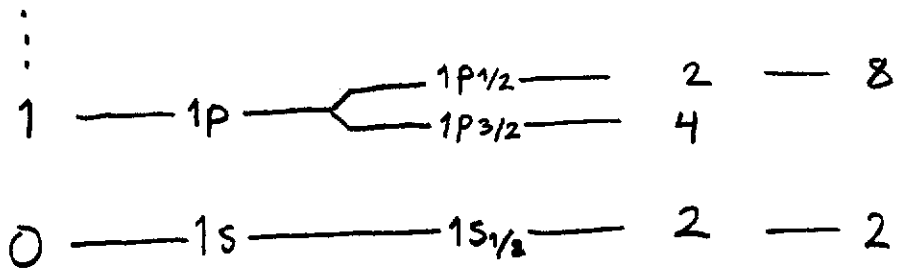
ex. ${}^{5}_{3}Li_2$, $l = 1$, $I = \frac{3}{2}^-$



---

nomenklatur:

n	l		
0	0	$1s_{1/2}$	(1. s-tillståndet)
1	1	$1p_{1/2}$, $1p_{3/2}$	
2	0	$2s_{1/2}$	(2. s-tillståndet)
	2	$1d_{3/2}$, $1d_{5/2}$	
3	1	$2p_{1/2}$, $2p_{3/2}$	
	3	$1f_{5/2}$, $1f_{7/2}$	
⋮			



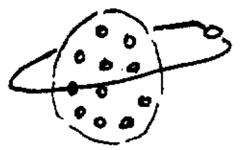
reproducerar de magiska talen samt förutsäger inom modellens giltighetsområde spinn & paritet.

FÖ 4 940414

∴ skalmodellen m. harmoniska oscillatorn m. spinn-bankoppling reproducerar de magiska talen.

Skalmodellen

parbildningen gör att jämn-jämna kärnor har grundtillståndet $I = 0^+$, sista oparade nukleonen bestämmer kärnans spinn-paritet.



en nukleon betraktas som en oberoende partikel i en potential

kollektiva excitationer

vibrationer,

radien $R(t) = R_{av} + \sum_{\lambda \geq 1} \sum_{\mu=-\lambda}^{+\lambda} \alpha_{\lambda\mu}(t) Y_{\lambda\mu}(\theta, \varphi)$,

spegelsymmetri $\alpha_{\lambda\mu} = \alpha_{\lambda(-\mu)}$

$R_{av} = R_0 A^{1/3}$

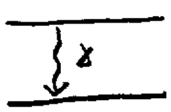
studera figuren 5.18, sid. 140 i Krane

$\lambda = 0$ inga vibrationer,
$\lambda = 1$ dipol, vibrerande sfär
$\lambda = 2$ kvadrupol, föränderlig ellips
$\lambda = 3$ oktopol, "päron"

i analogi med det elektromagnetiska kvantat, fotonen använder vi vibrationskvantat fononen

En $\lambda = 2$ "enhet" $\equiv$ kvadrupolfonon

$\pi Y_{2\mu} = (-1)^2 Y_{2\mu}$, jämn paritet



2^+ 1. exciterade tillståndet

0^+ grundtillståndet

addera ytterligare en kvadrupolfonon till 1. exciterade tillståndet,

5 tillstånd per 4-fonon $\Rightarrow$ 25 tillstånd

μ	-2	-1	0	1	2
-2	-4	-3	-2	-1	0
-1	-3	-2	-1	0	1
0	-2	-1	0	1	2
1	-1	0	1	2	3
2	0	1	2	3	4

1 st: (2,2) $\rightarrow$ 4

2 st: (1,2), (2,1) $\rightarrow$ 3

(ger upphov till en vågfktn

$\Psi_{12} = \frac{\sqrt{2}}{2}\left(\Psi_A \Psi_{13} + \Psi_{13} \Psi_A\right)$, sid. 39,

heltalsspinn kräver symmetriska totala vågfktner)

"Det här är bara kvantmekanik"
förelåsaren

ger $\quad l = 4 \quad \mu = -4, -3, \ldots, +3, +4$

$\quad\quad l = 2 \quad \mu = -2, -1, 0, +1, +2$

$\quad\quad l = 0 \quad \mu = 0$

fig. 5.19, sid. 141 i Krane , $\underline{\underline{\frac{E(4^+)}{E(2^+)} = 2{,}0}}$

Läs gärna i Krane, för här var det rörigt.

hemuppgiftsanknytning

slå i "Table of Isotopes" & karakterisera kärnor

vibrationer är excitationer av kärnan och förändrar nukleonernas inre positioner

<u>rotationer</u> av deformerade kärnor i grundtillståndet.

radien $R(\theta,\varphi) = R_{av}\{1+\beta \underbrace{Y_{20}}_{\text{kvadrupol}}(\theta,\varphi)\}$

deformationsparametern β

$\beta > 0$ prolat form (amerikansk fotboll) 

$\beta < 0$ oblat form (nattvarden) 

kvadrupolmomentet ges av

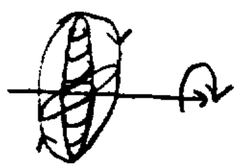
$$eQ = e\int \psi^*(3z^2-r^2)\psi\, dv$$

enl. SID 14 har prolaten $Q>0$

& oblaten $Q<0$,

MEN då man endast kan mäta interna förändringar i kärnan, kommer man att för prolaten se en oblat ($Q<0$) & vice versa.

(fig. 5.21, sid. 144)



roterande prolat
ser ut som en oblat

Kinetisk energi för en roterande kropp (stel)
(Ph. Hdbk, sid. 132)

$$\begin{cases} E_K = \frac{1}{2}\mathcal{J}\omega^2 \\ \ell = \mathcal{J}\omega \end{cases} \Rightarrow E_K = \frac{\ell^2}{2\mathcal{J}}$$

$$\xRightarrow{\text{kvant}} E_K = \frac{\hbar^2}{2\mathcal{J}} I(I+1)$$

$$\begin{cases} \text{jämn-jämna kärnor} \Rightarrow \text{jämn paritet} \\ \text{spegelsymmetri} \Rightarrow \text{jämna } I \end{cases}$$

$$\Rightarrow 2^+, 4^+, 6^+, \ldots$$

$$\begin{cases} E(2^+) = \frac{\hbar^2}{2\mathcal{J}} \cdot 6 \\ E(4^+) = \frac{\hbar^2}{2\mathcal{J}} \cdot 20 \end{cases} \Rightarrow \underline{\underline{\frac{E(4^+)}{E(2^+)} = \frac{20}{6} \approx 3{,}33}}$$

ex. $^{170}_{72}\mathrm{Hf}$

		(keV)	
	6^+	641,1	
	4^+	320,6	ok
uppmätt.	2^+	100,0	
	0^+	0	

teori. $100 = \frac{\hbar^2}{2\mathcal{J}} \cdot 6 \Rightarrow \frac{\hbar^2}{2\mathcal{J}} = \frac{50}{3}$

$$\Rightarrow E(6^+) = \frac{50}{\cancel{3}_1} \cdot \cancel{42}^{14} = 700 \text{ (keV)} \quad \text{ok}$$

observera att det inte rör sig om stelkroppsrotation

stelt

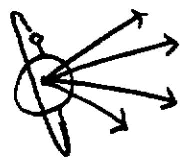
ytvåg,
intern rörelse i kärnan

ovan gäller för jämn-jämna kärnor.

vad gäller för udda-A kärnor?

enl. skalmodellen finns $2j+1$ degenererade energitillstånd för givet spinn med skilda projektioner.

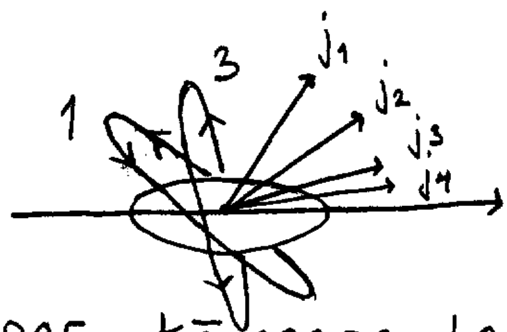
pga (den sfäriska) symmetrin känner banan ingen skillnad dem emellan.



Ses kärnan som deformerad upphör rumsoberoendet och man får ett energitillskott map banans orientering.

(fig. 5.26, 152)

prolat



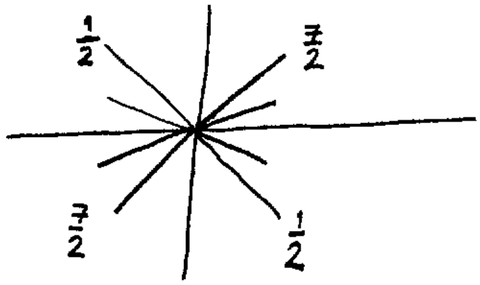
(negativa projektionerna ej med)

1 överlappar kärnans laddningsfördelning mer än 3, där 1 är banan svarande mot minsta spinnkomponenten

för oblaten blir pss största spinnkomponenten mest påverkad av kärnan.

större växelverkan svarar mot en lägre energi

Ger (Sven Gösta) Nilsson modellen



$\beta < 0$ (oblat)

$\beta > 0$ (prolat)

ex. $^{17}_{8}O_9$ (enl. skalmodellen) $I^\pi = \frac{5}{2}^+$

$^{19}_{10}Ne_9$ (deformerad med $\beta \approx +0{,}2$) $I = \frac{1}{2}^+$

Att kunna läsa diagram med uppsplittring ovan gås igenom på räkneövningarna. Bra att kunna. (Studera extrablad i läshandledningen)

radioaktivitet

grundantagande. konstanta sannolikheter för sönderfall

N antalet radioaktiva atomer

$dN \sim -N dt$

$dN = -\lambda N dt$

$\Rightarrow N = N|_{t=0} \cdot e^{-\lambda t}$, $N|_{t=0} = N_0$

halveringstid $t_{\frac{1}{2}}$

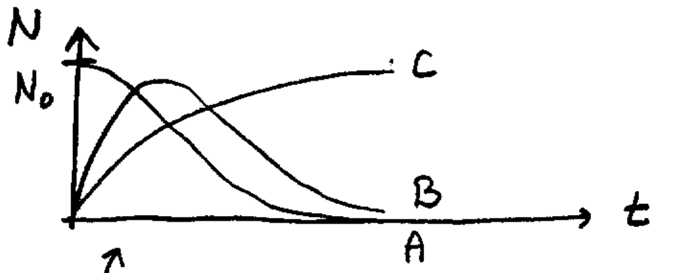
$N(t_{\frac{1}{2}}) = \frac{1}{2} N_0$, $t_{\frac{1}{2}} = \frac{1}{\lambda} \ln 2$

medellivslängd τ

$$\tau = \int_0^{+\infty} t \left|\frac{dN}{dt}\right| dt \cdot \left(\frac{1}{\int_0^{+\infty} \left|\frac{dN}{dt}\right| dt} \right) = \frac{1}{\lambda}$$

med $A \xrightarrow{\lambda_A} B \xrightarrow{\lambda_B} C$, C stabil

$$\begin{cases} \dfrac{dN_A}{dt} = -\lambda_A N_A \\ \dfrac{dN_B}{dt} = \lambda_A N_A - \lambda_B N_B \\ \dfrac{dN_C}{dt} = \lambda_B N_B \end{cases}$$



$N_A + N_B + N_C = N_0$

OBS ungefärligt utseende

---

används främst till datering av gamla objekt.

$N_P \xrightarrow{\lambda} N_D$, N_P antalet förälderkärnor, N_D antalet dotterkärnor

för $t = t_0$ är $N_D(t_0) = 0$,

ger
$$\begin{cases} N_D(t_1) + N_P(t_1) = N_P(t_0) & (1) \\ N_P(t_1) = N_P(t_0)\, e^{-\lambda \underbrace{(t_1 - t_0)}_{\Delta t}} & (2) \end{cases}$$

$$\overset{(2)}{\Rightarrow} \Delta t = \frac{1}{\lambda} \ln \left\{ \frac{N_P(t_0)}{N_P(t_1)} \right\} \overset{(1)}{=} \frac{1}{\lambda} \ln \left\{ 1 + \frac{N_D(t_1)}{N_P(t_1)} \right\} \qquad (3)$$

$N_D(t_1)$ & $N_P(t_1)$ mätes

(3) är basen för kol-14 metoden som sträcker sig ca 50000 år bakåt.

Om $N_D(t_0) \neq 0$ blir (1)

$$N_D(t_1) + N_P(t_1) = \underbrace{N_D(t_0)}_{\text{okänd}} + N_P(t_0) \qquad (1')$$

omväg

$\boxed{{}^{86}Sr}$ $\boxed{{}^{87}Sr}$
$\nwarrow$
$\boxed{{}^{87}Kr}$

, där ${}^{86}Sr$ stabil & utan förälder, dvs

$$\underline{\underline{N_{D'}(t_0) = N_{D'}(t_1)}}$$

$$\overset{(1')}{\Rightarrow} \quad \frac{N_D(t_1) + N_P(t_1)}{N_{D'}(t_1)} = \frac{N_D(t_0) + N_P(t_0)}{N_{D'}(t_0)}, \quad \left(N_P(t_0) = N_P(t_1) e^{\lambda(t_1 - t_0)}\right)$$

$$\Rightarrow \quad \frac{N_D(t_1)}{N_{D'}(t_1)} = \frac{N_P(t_1)}{N_{D'}(t_1)} \left[e^{\lambda(t_1 - t_0)} - 1 \right] + \frac{N_D(t_0)}{N_{D'}(t_0)}$$

ger den räta linjen

$$y = x \cdot m + b$$

under antagandet att $\frac{N_D(t_0)}{N_{D'}(t_0)}$ konstant mätes olika värden på (x, y).

Ger fig. 6.11, sid. 183 &

jordens ålder $t_1 - t_0 = 4{,}5$ miljarder år.

FÖ 5, 940418

α- & β-sönderfall

α-sönderfall

Definition. α-partikeln definieras som ${}^{4}_{2}He_2$ (den 1. dubbelmagiska kärnan)

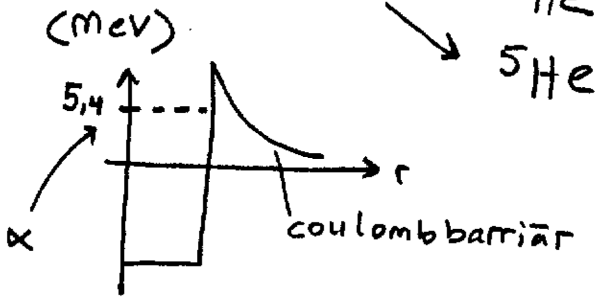
Bindningsenergin $\underline{B_\alpha} = [2 \cdot 1{,}008664 + 2 \cdot 1{,}007825 - 4{,}027240]$
$= \underline{28{,}3\ MeV}$, vilket är relativt stort

(jfr medelvärdet ~ 8 MeV)

ex.

$$^{232}U \rightarrow \begin{cases} {}^{3}He & -9{,}92 \\ {}^{4}He & +5{,}4 \\ {}^{5}He & -2{,}57 \end{cases} \quad (MeV)$$

olika sönderfall med frigjorda energimängder



α-partikeln rör sig i kärnan och är fri först då coulombbarriären penetrerats.

Gamow fann denna penetrationssannolikhet för α-sönderfall.

allmänt. $^{A}_{Z}X \longrightarrow {}^{A-4}_{Z-2}X' + \alpha$

energikonservering. $m_X c^2 = m_{X'} c^2 + m_\alpha c^2 + T_{X'} + T_\alpha$, (1)

där $T_{X'}$ är nya kärnans rekyl vid α-partikelns uttråde med kinetiska energin T_α.

$\overset{(1)}{\Rightarrow}$ $(m_X - m_{X'} - m_\alpha)c^2 = T_{X'} + T_\alpha$ (2)

inför Q-faktorn, $\underline{\underline{Q_\alpha \equiv (m_X - m_{X'} - m_\alpha)c^2}}$

$\overset{(2)}{\Rightarrow}$ $T_{X'} + T_\alpha = Q_\alpha$.

Då $Q_\alpha > 0$ kommer systemet vinna energi & α-sönderfallet inträffar.

---

momentets bevarande.

$t = 0$ (X)

$t > 0$ $\overset{p_{X'}}{\longleftarrow}$ (X') (α) $\longrightarrow p_\alpha$

$\Rightarrow$ $p_{X'} = p_\alpha$ (3)

(4) $T = \dfrac{p^2}{2m_\alpha}$ (¬(relativistiskt) då $T \sim 5$ MeV att jmföra med totala 4 GeV)

$\overset{(4)}{\Rightarrow}$ $Q = \dfrac{p_{X'}^2}{2m_{X'}} + \dfrac{p_\alpha^2}{2m_\alpha} \overset{(3)}{=} \dfrac{p_\alpha^2}{2m_\alpha}\left(1 + \dfrac{m_\alpha}{m_{X'}}\right) = T_\alpha\left(1 + \dfrac{m_\alpha}{m_{X'}}\right)$

$\Rightarrow$ $\underline{\underline{T_\alpha = \dfrac{Q}{\left(1 + \frac{m_\alpha}{m_{X'}}\right)}}}$;

ca 2 % av Q är den sk rekylen, hörande till restkärnan X'.

Varför försummas ej rekylen ?

2 % av Q ~ 5 MeV är ca 100 keV, vilket inte är försumbart ur ett atomärt perspektiv.

Vad man mäter är α-partiklarnas halveringstid.

ex.

^{232}Th , $Q = 4{,}08$ MeV , $T_{\frac{1}{2}} = 14 \cdot 10^{9}$ y

^{218}Th , $Q = 9{,}85$ MeV , $T_{\frac{1}{2}} = 10^{-7}$ s

en faktor två i Q värdet ger en faktor 10^{24} för halveringstiden. Hm...

---

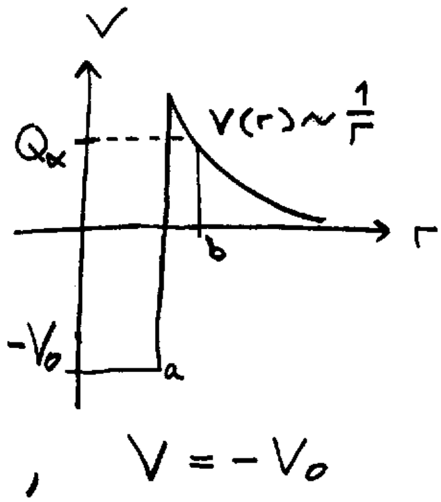
empirisk relation

$$\log T_{\frac{1}{2}} = C - D Q_{\alpha}^{-\frac{1}{2}}$$

(fig. 8.1, sid 249)

---

modell



en tidigare (när?) bildad α-partikel fri i en sfäriskt symmetrisk potential

(i) $r < a$, $V = -V_0$

$T_\alpha = V_0 + Q_\alpha$, kinetiska energin

(ii) $a < r < b$,

(iii) $r > b$

fri med kinetiska energin T minus rekylen.

(ii) teckna sönderfallskonstanten λ såsom

$\lambda = fP$, där f är antal försök per sekund, P "penetrabiliteten", sannolikhet per försök.

(a) uppskatta f,

med $V_0 = 35$ MeV & $Q = 5$ MeV

är $T = \frac{1}{2}Mv^2 = 40$ MeV,

$$\frac{1}{2}M_\alpha v^2 = \frac{1}{2}M_\alpha c^2 (v/c)^2 = 40$$

$M_\alpha \sim 4 \cdot 10^3$ MeV/c^2 (egentligen $4 \cdot 931{,}50$ MeV)

$$\Rightarrow \left(\frac{v}{c}\right)^2 \sim \frac{4}{200} = \frac{1}{50} \sim \frac{1}{7^2}$$

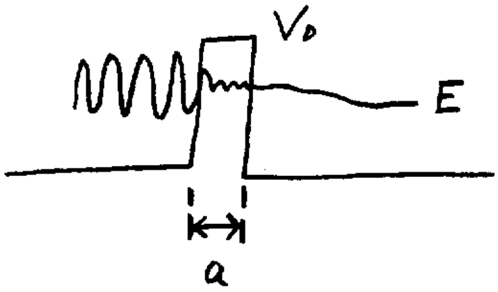
$\Rightarrow v \sim \frac{1}{7}c = \underline{\underline{0{,}14\,c}}$, med $R = R_0 \sqrt[3]{A}$
$= 1{,}20 \cdot \sqrt[3]{200} = 7{,}0$ fm

ger $f = (v/2r)$

$$= \frac{1}{2} \cdot \frac{c}{7 \cdot 7} \cdot 10^{15} = \underline{\underline{3 \cdot 10^{21}\ s^{-1}}}$$

(b) uppskatta P,

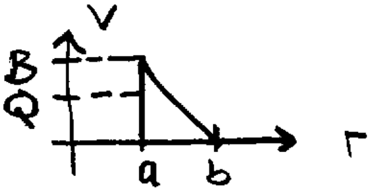
tunnlingsfenomenet à la kvant



med $T = \dfrac{1}{1 + \frac{1}{4}\frac{V_0^2}{E(V_0 - E)}\sinh^2 k_2 a}$ transmissionskoefficienten

$$k_2^2 = \frac{2m}{\hbar^2}(V_0 - E)$$

Approximera coulombbarriären med en "sågtand"



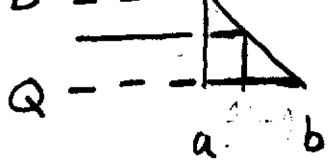
zc α

Z'e X'

$$B = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{zZ'e^2}{a}$$

medelhöjd $\frac{1}{2}(B - Q)$

medelbredd $\frac{1}{2}(b - a)$



ger ett k_2,

$$k_2^2 = \frac{2m}{\hbar^2} \cdot \frac{1}{2}(B - Q)$$

värde på radien b då α-partikeln lämnar kärnan $(B = Q)$

$$b = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{zZ'e^2}{Q}$$

ex. $Z' = 90$; $a = 7{,}5$ fm

$\Rightarrow B = 1{,}44 \cdot \frac{z \cdot 90}{7{,}5} = 34{,}6$ MeV ; $Q \sim 6$ MeV

$\Rightarrow k_2 \approx \sqrt{\frac{2m}{\hbar^2} \cdot \frac{1}{2}(B-Q)} \approx 1{,}7$ fm^{-1}

($m = 4 \cdot 10^3$ MeV/c^2 ; $\hbar c = 197{,}3$ MeVfm)

$b = \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{zZ'}{Q} = \underline{43 \text{ fm}}$

$\Rightarrow k_2 \cdot \frac{1}{2}(b-a) = 30$

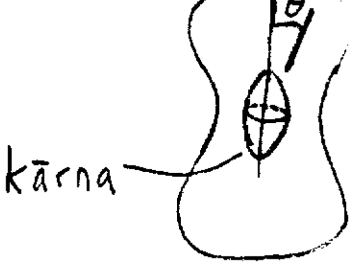
$\sinh x = \frac{1}{2}(e^x - e^{-x}) \approx \frac{1}{2}e^x$ då x stort

$\Rightarrow \underline{\underline{P \approx e^{-2k_2 \cdot \frac{1}{2}(b-a)}}}$

Trots de rätt grova approximationerna fås en acceptabel bild av α-sönderfall, rätt storleksordning på förväntade sannolikheter samt hur dessa förändras för ändringar i Q-värdet.

För en deformerad kärna får sannolikheten P ett rumsberoende.

ex. ellipsoidformig kärna



— intensitetsfördelning, då coulumbbarriären går som $\frac{1}{r}$ är den lägre för exempelvis $\theta = 0$.

β sönderfall

α sönderfall är ett exempel på stark växelverkan.

β sönderfall styrs av den svaga växelverkan.

fungerar enligt

$Z \mapsto Z \pm 1$

$N \mapsto N \mp 1$

$A = Z + N$ konstant

samt elektroninfångning.

emission av β-partiklar, elektronen (e^-) eller positronen (e^+),

---

under β sönderfall "glider" instabila isotoper nedför massparabeln,

protonrik kärna ger β^+ ($p \rightarrow n + e^+$)

neutronrik kärna ger β^- ($n \rightarrow p + e^-$)

ex. ${}^{210}_{83}Bi \xrightarrow{\beta^-} {}^{210}_{84}Po$

ger en masskillnad $\Delta M = 1{,}16$ MeV, som borde ge upphov till en utsänd elektron med en kinetisk energi av 1,16 MeV

Dock uppmättes en kontinuerlig fördelning av utsända elektroner, fig. 9.1 sid. 273

Någonting fattades, och Wolfgang Pauli föreslog 1931 att ytterligare en partikel sändes ut under sönderfallet som svarade mot skillnaden i energi.

Den eftersökta partikeln var neutrinon, som inte bromsar för något, och därför är svårdetekterbar.

β sönderfall för en fri neutron

$$n \longrightarrow p + e^- + \bar{\nu}_e \,, \qquad \text{halveringstid } 604 \text{ s}$$

Q värde liksom för α-sönderfall

$$Q = [\, m_n - m_p - m_e - m_\nu \,] c^2$$

antag att neutrinon är masslös.

vid vila innan sönderfallet

$$\Rightarrow \quad Q = T_p + T_e + T_\nu$$

försumma rekylen $T_p \sim 0{,}3$ keV, ger

$$Q_\beta\Big|_{max} = 0{,}782 \pm 0{,}013 \text{ MeV}$$

(i) β^-

$$\underline{Q_{\beta^-}} = [m_N({}^A_Z X) - m_N({}^{\ A}_{Z-1} X) - m_e]\,c^2$$

{ nukleära massan ur $M(A,Z) = m_N({}^A_Z X) + Zm_e$ }

$$= [(M(A,Z) - \cancel{Zm_e})$$
$$-(M(A,Z+1) - \cancel{(Z+1)}m_e) - \cancel{m_e}]\,c^2$$

$$= \underline{\underline{[M(A,Z) - M(A,Z+1)]}}$$, P 55

(ii) β^+

$$Q_{\beta^+} = [(M(A,Z) - Z\cancel{m_e})$$
$$-(M(A,Z-1) - (\cancel{Z}-1)m_e) - m_e]\,c^2$$
$$= \underline{\underline{[M(A,Z) - M(A,Z-1) - 2m_e]}}$$

$Q_{\beta^+} > 0$ för β^+ sönderfall

=> atomära masskillnaden måste vara större än $\underline{\underline{2 \cdot 0{,}511 = 1{,}022 \text{ MeV}}}$

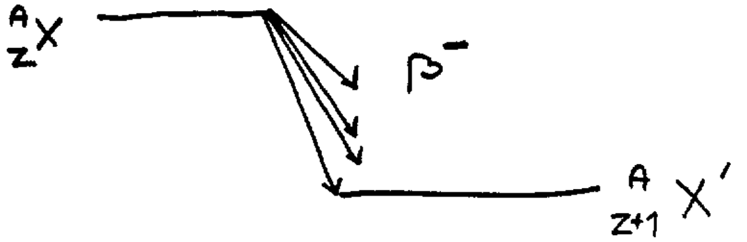
"Det här är väldigt likt ett gammalt tentatal..."
en viskande fågel

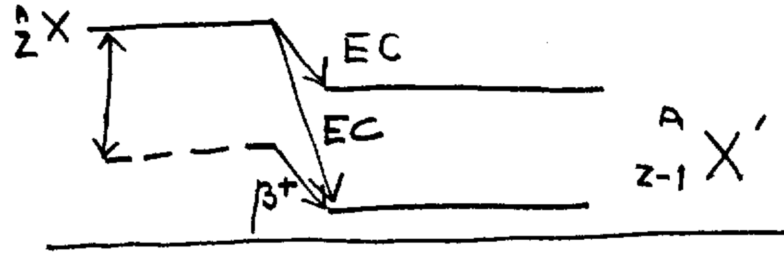
(iii) elektroninfångning (Electron Capture)

$$Q_{EC} = [(M(A,Z) - Zm_e)$$
infångad
$$+ m_e - (M(A,Z-1) - (Z-1)m_e]\,c^2$$
$$= [M(A,Z) - M(A,Z-1)]$$

möjlig även för $Q < 1{,}022$ MeV

förklarande figur





kronologisk översikt av β sönderfalls-modeller

I. $^A_ZX \longrightarrow {}^A_{Z+1}X + e^- + \overline{\nu}_e$ (kärnor reagerar)

II. $n \longrightarrow p + e^- + \overline{\nu}_e$ (nukleoner reagerar)

III. $d \longrightarrow u + e^- + \overline{\nu}_e$ (kvarkar växelverkar under emission av W, som är 100 ggr större än en proton! Hm...)

Fermis gyllene regel

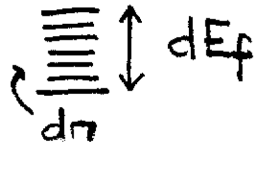
sönderfallskonstanten λ ges av

$$\lambda = \frac{2\pi}{\hbar}|V_{fi}|^2 \rho(E),$$

där $V_{fi} = \int \Psi_f^* V \Psi_i \, dv$, Ψ_f & Ψ_i vågfktnerna för slut- starttillstånd respektive

$\rho(E)$ tillståndstätheten,

$$\rho(E) = \frac{dn}{dE_f}$$



inkludera vågfktnerna för elektronen och neutrinon,

$$\varphi_e^* \ \& \ \varphi_\nu^* .$$

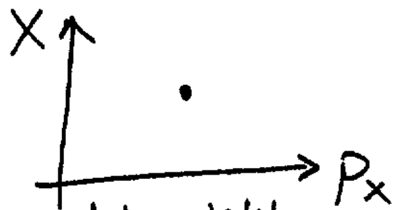
$$\Rightarrow V_{fi} = g \int [\Psi_f^* \varphi_e^* \varphi_\nu^*] O \Psi_i \, dv$$

g konstant som anger växelverkans styrka,

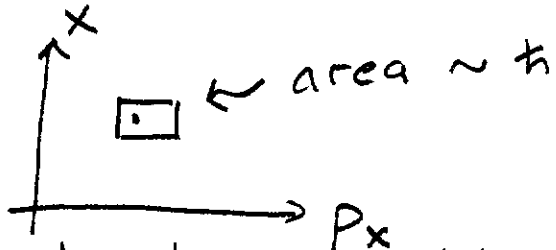
O operator, ointressant

Hur många tillstånd i sluttillståndet?

över till fasrummet



klassiskt



kvantmekaniskt

$$\Delta x \Delta p_x \sim \hbar$$

$$3D \Rightarrow \Delta x \Delta y \Delta z \Delta p_x \Delta p_y \Delta p_z \sim h^3 , \quad \Delta x \Delta y \Delta z = V$$

med $p^2 = p_x^2 + p_y^2 + p_z^2$

fås

med rörelsemängd mellan p & $p+dp$ som

$4\pi p^2 dp$ (volymen av skalet)

en elektron per volym V ?

$$\Rightarrow dn_e = \frac{4\pi p^2 dp V}{h^3}, \quad \& \text{ pss } \quad dn_\nu = \frac{4\pi q^2 dq V}{h^3}$$

där q är neutrinons rörelsemängd

$$\Rightarrow \quad dn = dn_e \, dn_\nu$$
$$= \left(\frac{4\pi V}{h^3}\right)^2 p^2 dp \, q^2 dq$$

vågfktnerna φ_e & φ_ν (fria)

$$\begin{cases} \varphi_e(\mathbf{r}) = \dfrac{1}{\sqrt{V}} e^{-i\frac{\mathbf{p}\cdot\mathbf{r}}{\hbar}} \\ \varphi_\nu(\mathbf{r}) = \dfrac{1}{\sqrt{V}} e^{-i\frac{\mathbf{q}\cdot\mathbf{r}}{\hbar}} \end{cases} ,$$

för $T_e = 1$ MeV är $(p/\hbar) = 0{,}007 \text{ fm}^{-1}$,
och i V (kärnans volym) blir $pr \ll 1$

Det är därför rimligt att approximera φ_e & φ_ν med 1 $\left(e^{i(\mathbf{p}\cdot\mathbf{r})/\hbar} \approx 1 - i(\mathbf{p}\cdot\mathbf{r})/\hbar \approx 1 \right)$

Ger $\left(\frac{dn}{dE_f} = \rho(E) \right)$

$$d\lambda = \frac{2\pi}{\hbar} \cdot g^2 |M_{fi}|^2 (4\pi)^2 \cdot \frac{p^2 dp \, q^2}{h^6} \cdot \frac{dq}{dE_f} \quad , \quad \text{där}$$

$$M_{fi} = \int \Psi_f^* O \, \Psi_i \, dv \qquad p\text{-oberoende}$$

ignorera

$$E_f = E_e + E_\nu = E_e + qc \quad , \quad \text{vilket ger}$$

$$\frac{dq}{dE_f} = \frac{1}{c}$$

inför $K = \frac{2\pi}{\hbar} g^2 |M_{fi}|^2 (4\pi)^2$, ger

$$\underline{\underline{d\lambda = K \cdot \frac{p^2 q^2 dp}{h^6 c}}}$$

$$Q = T_e + qc \quad \text{(försumma rekylen } T_p\text{)}$$

$$\Rightarrow \quad q = \frac{1}{c}(Q - T_e) \qquad \text{GER}$$

$$dN \sim K_1 p^2 q^2 dp$$
$$= K p^2 (Q - T_e)^2 dp$$

Fö 6, 940421

Fermis (andra) gyllene regel

$$\lambda \sim \frac{2\pi}{\hbar} |V_{fi}|^2 \rho(E_f)$$

fungerar för alla typer av sönderfall

övergångsmatriselementet $|V_{fi}|^2$, innehållandes planvågorna

$$\psi_i \, , \psi_f^* \varphi_e^* \varphi_\nu^*$$

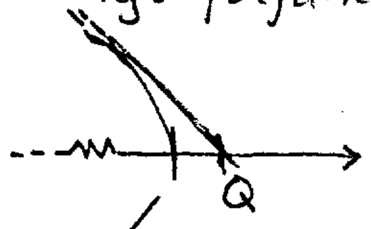
med approximationen $\varphi_e^* \approx 1$, $\varphi_\nu^* \approx 1$

m h a β- sönderfallet kan Q värdet fås ur

$$Q - T_e \propto \frac{N(p)}{p^2 F(Z,p)} ,$$

se fig. 9.4, sid. 283

Är neutrinon likt fotonen masslös?
Om så inte är fallet kommer grafen i fig. 9.4 vid hög upplösning vid närheten av Q se ut enligt följande,



Senaste rön ger $m_\nu c^2 < 7{,}2$ eV, vilket är mycket svårmätbart då Q är av storleksordningen keV.

Fermis gyllene regel gäller under antagandena att spinnet är noll & att pariteten är oförändrad

---

Alltså,

α-sönderfall. $\begin{matrix} A \\ Z \end{matrix} \mapsto \begin{matrix} A-4 \\ Z-2 \end{matrix}$

β-sönderfall. $\begin{matrix} A \\ Z \quad N \end{matrix} \longmapsto \begin{matrix} A \\ Z \pm 1 \quad N \mp 1 \end{matrix}$

Vad sker härnäst?

γ - sönderfall

(i) exciterad kärna, mindre bunden

(ii) återgår till grundtillst. samtidigt som energi emitteras i form av γ-strålning, dvs högenergetisk elektromagnetisk strålning

Kvantteori för sönderfall.

$$\begin{array}{ll} a \;\text{———}\; E_a & \\ \;\;\;\text{———}\; 0 & \end{array} \longleftarrow \text{Givet system}$$

samt tidsberoende potentialen

$V(t) = V + V'$, där V är konstant & V' är en störning

in i Schrödinger som ger $\psi_a(\mathbf{r})$.

med $i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial t} = E\psi$ fås

$$\psi_a(\mathbf{r},t) = \psi_a(\mathbf{r})\, e^{-i(E_a/\hbar)t}$$

sannolikheten att systemet beskrivs av ψ_a är ju $|\psi_a|^2$, alltså

$|\psi_a|^2 = |\psi_a^* \psi_a|^2 = |\psi_a(\mathbf{r})|^2$ konstant utan tidsberoende

$\therefore$ Här faller inte mycket sönder

Förändra energiuttrycket (totala?)

$$E = E_a - \tfrac{1}{2} i \Gamma \quad , \quad \text{ger}$$

$$\Psi_a(\mathbf{r}, t) = \Psi_a(\mathbf{r})\, e^{-i[(E_a - \frac{1}{2} i \Gamma)/\hbar]t}$$

$$= \Psi_a(\mathbf{r})\, e^{-\frac{1}{2}(\Gamma/\hbar)t} \cdot e^{-i(E_a/\hbar)t}$$

ger pss

$$\underline{\underline{|\Psi_a|^2 = |\Psi_a(\mathbf{r})|^2 e^{-(\Gamma/\hbar)t}}} \quad , \qquad \text{jfr } N = N_0 e^{-\lambda t}$$

ekvationen beskriver nu ett tidsberoende exponentiellt sönderfall.

utveckla analogin,

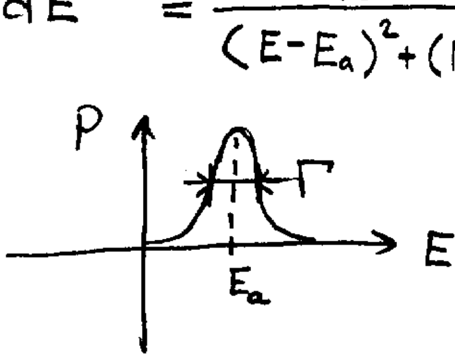
$$\lambda = (\Gamma/\hbar) = \frac{1}{\tau}$$

$$\Rightarrow \quad \underline{\underline{\tau \Gamma = \hbar}} \qquad \text{jfr Heisenberg}$$

fouriertransformera $|\Psi_a|^2$,

$$P(E)dE = \frac{dE}{(E - E_a)^2 + (\Gamma/2)^2} \quad , \qquad E_a \text{ ——— } dE$$

ser ut,



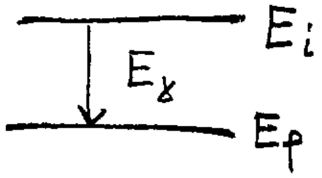
Poängen med ovan är att man med dagens mätinstrument kan mäta bredden Γ och på så sätt m h a relationen

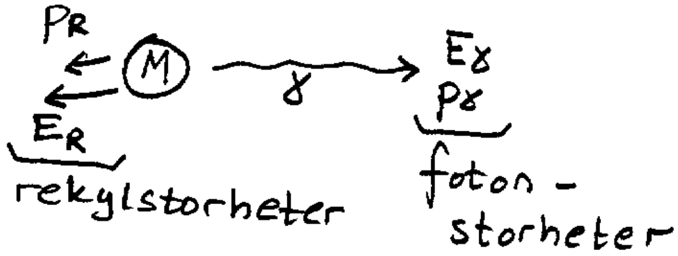
$$\tau \Gamma = \hbar$$

uppskatta livslängderna för mycket kortlivade isotoper endast genom att studera energifördelningen.

Tentalätt, tentarätt ... (kap. 6.2, sid. 165ff)

energin.





konserverad energi & impuls

$$\begin{cases} E_i = E_f + E_\gamma + T_R \\ p_\gamma = p_R \end{cases}$$

(initialt i vila)

$\neg$(relativistiskt),

$$T_R = \frac{p_R^2}{2M} = \frac{1}{2}\frac{p_\gamma^2}{M} \qquad E_\gamma = c p_\gamma$$

$$= \frac{1}{2}\frac{E_\gamma^2}{Mc^2}$$

ger med $\Delta E = E_i - E_f$,

$$\underline{\underline{\Delta E}} = E_\gamma + T_R = \underline{\underline{E_\gamma + \frac{1}{2}\frac{E_\gamma^2}{Mc^2}}}$$

lös ut E_γ,

$$E_\gamma = Mc^2\left[-1 (\pm) \sqrt{1+2(\Delta E/Mc^2)}\,\right] \qquad \Delta E \ll Mc^2$$

Taylor $\approx Mc^2\left[-1 + 1 + \frac{\Delta E}{Mc^2} - \frac{1}{8}\left(\frac{2\Delta E}{Mc^2}\right)^2\right]$

$$= \underline{\underline{\Delta E - \frac{1}{2}\frac{(\Delta E)^2}{Mc^2}}}$$

ex. $A = 100$, $\Delta E = 100$ keV

$\Rightarrow \frac{1}{2}\frac{(\Delta E)^2}{Mc^2} \approx \frac{1}{2}\cdot\frac{(\frac{1}{10})^2}{100\cdot 10^3} = \underline{\underline{50\cdot 10^{-9}}}$ i storleksordningen av naturliga linjebredden

MeV

~931,50 MeV/c²

∵ rekylerna är försvinnande små & kan försummas till skillnad från den tvåprocentiga rekylen vid α-sönderfall.

---

fotonen har sin masslöshet till trots egenspinnet 1 och kan föra med sig impuls från kärnan vid γ-sönderfall.

paritetsändring för multipolfält av ordning L,

magnetisk övergång $\pi(ML) = (-1)^{L+1}$,

elektrisk övergång $\pi(EL) = (-1)^{L}$,

udda/jämn resonemang,

$\int \psi_f^* \underbrace{O}_{\text{operator}} \psi_i \, dv$, paritet för start- & sluttillstånd samt för operatorn O ger urvalsregler ex, $\pi_i \cdot \pi_f = +$

$\Rightarrow \pi_o = +$, annars blir det inget kvar alls ↑?

$\left\{ \begin{array}{l} \cancel{E0}, E2, \ldots \\ M1, M3, \ldots \end{array} \right.$ tillåtna, dock ej E0 eftersom en foton bär egenspinnet 1 ($0^{\pi_i} \rightarrow 0^{\pi_f}$ kan ju ej frambringa en foton)

ex. $\pi_i \cdot \pi_f = -$

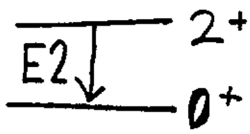
p s s $\begin{array}{l} E1, E3, \ldots \\ M2, M4, \ldots \end{array}$ tillåtna

ex, ——— 1^+

——— 0^+ $(|1-0| \leq L \leq 1+0)$

$\left\{ \begin{array}{l} \Delta J = 1 \\ \pi_i \pi_f = + \end{array} \right. \Longrightarrow \underline{\underline{M1}}$

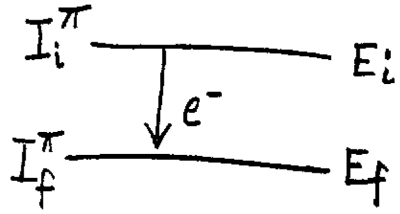
minnesregel.

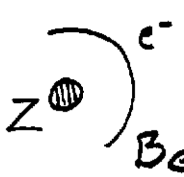


Inre konversion.

Inre konversion tillåter "$0 \rightarrow 0$" övergångarna. observerad hos t ex ^{16}O (och andra dubbel-magiska kärnor)

resultatet är emission av en atomär elektron med energin $E_e = (E_i - E_f) - B_e$





Be , bindningsenergin

om både γ- & e^--emission möjlig blir totala sönderfallskonstanten λ_t lika med

$$\lambda_t = \lambda_\gamma + \lambda_e = \lambda_\gamma (1 + \alpha) \, , \quad \alpha = \frac{\lambda_e}{\lambda_\gamma}$$ är konversions-koefficienten

Då $\alpha = \alpha(E)$, (sid. 345)
kan mätningar ge indikationer på vad som inträffar.

---

inre konversion är ~~ej~~ en tvåstegsprocess [γ-strålning emitteras av kärnan, absorberas av en elektron som lämnar sitt skal], utan en direkt växelverkan mellan kärna-elektron.

---

energi. (γ-strålnings absorption)

$$(E_\gamma = h\nu = \hbar\omega \, ;) \quad p_\gamma = (E_\gamma / c) \, ; \quad E_R = \frac{1}{2}\frac{E_\gamma^2}{m_R c^2}$$

$$E_i - E_f = E_\gamma - E_R$$

om $E_\gamma = 100$ keV, $m_R = 100\,u$ blir

$$E_R = \frac{1}{2}\frac{(10^5)^2}{100 \cdot (10^9 \cdot 10^6)} = 0{,}05 \text{ eV}$$

med tidsintervall av storleksordningen ps blir naturliga linjebredden Γ

$$\Gamma \sim \text{meV}$$

med en rekyl räknad i eV kommer γ-energi emitterad av en isotop inte kunna absorberas av samma isotop, MEN med Dopplereffekt & termiska rörelser blir den naturliga linjebredden diffus.

se fig. 10.25, sid. 364.

absorptions - & emissionslinjerna överlappar.

γ-strålen kan absorberas.

Mössbauereffekt.

nedkylning av materia förväntades ge minskad absorption då den termiska rörelsen minskar & överlappet minskar med detta.

Istället uppmättes ökad absorption för låga T.

Warum?

minskad termisk rörelse är ekvivalent med att gittret stelnar till och att rekylen dämpas av hela gitterstrukturen,

$$E_R = \frac{1}{2}\frac{E_\gamma^2}{Mc^2}, \quad M = 10^{20} m_R \text{ gittermassa}$$

en utmärkt mätningmetod för mätning av mycket låga energier (sid. 366).

Kärnreaktioner

ex.

$$\alpha + {}^{14}N \longrightarrow {}^{17}O + p$$

$$p + {}^{7}Li \longrightarrow 2\alpha \qquad ({}^{8}Be)$$

generalisering. partikel A infaller mot kärnan X, vilket ger kärnan Y och partikeln B.

$$A \longrightarrow X \qquad\qquad Y \longrightarrow B$$

$$\Longleftrightarrow$$

$$A + X \longrightarrow Y + B$$

$$\Longleftrightarrow$$

$$X(A,B)Y$$

reaktionstyper. (i) spridning (scattering)

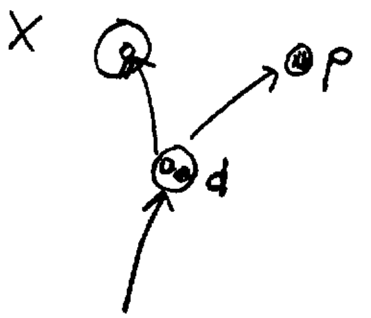
exempelvis med $X = Y$

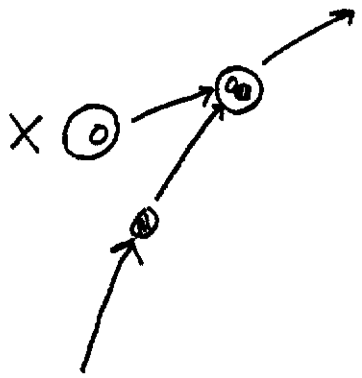
elastisk

inelastisk, Y exciteras ($Y \rightarrow Y^*$)

(ii) direkt överföring

Stripping. ${}^{A}_{Z}X(d,p){}^{A+1}_{Z}X$





pick up. ${}^{A}_{Z}X(p,d){}^{A-1}_{Z}X$

(iii) "compound nucleus reaction"

$$A + a \longrightarrow [C]^* \longrightarrow B^{(*)} + b$$

ex. $\alpha + {}^{39}K \longrightarrow [{}^{43}Sc^*] \longrightarrow {}^{42}Ca^* + p$

tiden för växelverkan är av storleksordningen

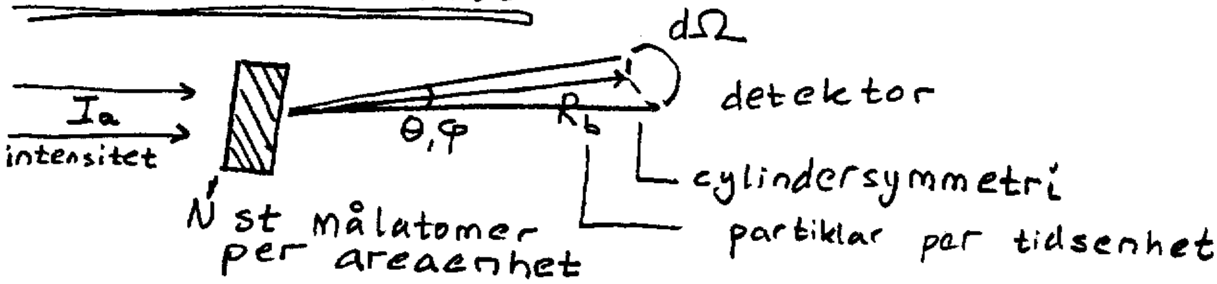
$$R/c = (R_0 \sqrt[3]{A}/c) \sim 10^{-22}\ \text{s}$$

compound-kärnan existerar i ca 10^{-16} s, vilket betyder att den existerar $10^{-16} \cdot \frac{1}{10^{-22}} = 10^6$ ggr längre än tiden för reaktionerna.

Detta betyder att ingående & utgående partiklar ej känner av varandra.

---

reaktionstvärsnitt.



tvärsnittet σ är

$$\sigma = \underbrace{\frac{1}{I_a N}}_{\text{sannolikhet för reaktion}} \underbrace{R_b}_{\text{totalt antal spridda partiklar}}$$

varje atomkärna omgärdas av en reaktionszon, reaktionstvärsnittet

med $R \sim 6$ fm som reaktionsradie,

är $\sigma = \pi R^2 \sim 100\ \text{fm}^2 \equiv 1\ \text{bn}$ (en barn)

$$= 10^{-28}\ \text{m}^2$$

ex. neutrinon har ett $\sigma \sim \mu\text{bn}$

σ är ett mått på reaktionsvillighet om $R_b = r(\theta, \varphi)$,

$\Rightarrow \quad dR_b = \frac{1}{4\pi} r(\theta,\varphi)\, d\Omega$

$\Rightarrow \quad d\sigma = \frac{1}{I_a N} dR_b$

$\Rightarrow \quad \underline{\underline{\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{1}{4\pi I_a N} r(\theta,\varphi)}}$, det differentiella tvär-snittet

rymdvinkeln $d\Omega = \sin\theta \, d\theta \, d\varphi$

$\Rightarrow \quad \sigma = \int \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right) d\Omega = \int_0^{\pi} \sin\theta \, d\theta \int_0^{2\pi} d\varphi \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)$

---

energier.

konserverad energi för $a + X \rightarrow Y + b$

$$m_X c^2 + T_X + m_a c^2 + T_a = m_Y c^2 + T_Y + m_b c^2 + T_b ,$$

ger ett Q värde

$$Q = -[m_{final} - m_{initial}] c^2$$

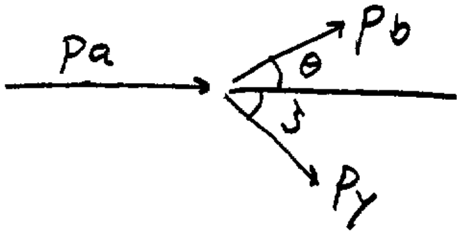
obs.!

$$= [m_X + m_a - m_Y - m_b] c^2 ,$$

$Q > 0$, exoterm reaktion, sker gärna

$Q < 0$, endoterm reaktion, sker mindre gärna

impuls.



för spridning (elastisk) gäller $Q = 0$

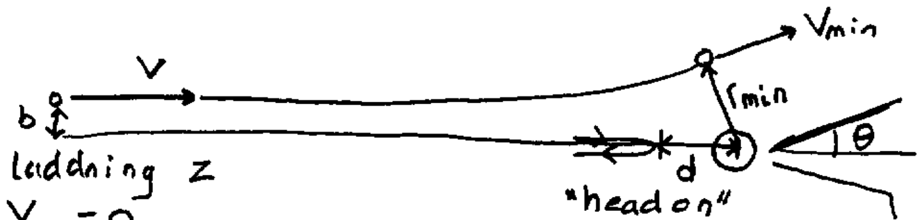
FÖ 7, 940425.

$$a + X \longrightarrow Y + b \iff X(a,b)Y$$

är ett klassiskt betraktelse sätt.

kap. 11.6 behandlar Rutherfordtvärsnittet och bör läsas.

spridning av α-partiklar från guldfolie.



$V_c = \frac{zZe^2}{4\pi\varepsilon_0 r_{min}}$

$T = \frac{1}{2} m v_{min}^2$

laddning z

$V_c = 0$

$T = \frac{1}{2} m v^2$

$\ell = mvb$

spridningsparametern b

"head on"

$V_c = \frac{zZe^2}{4\pi\varepsilon_0 d}$

$T = 0$

för "head on" - partiklar avvek experimentet i det att en större spridning än förväntat uppmättes.

$\Delta p \sim \sin\frac{1}{2}\theta$

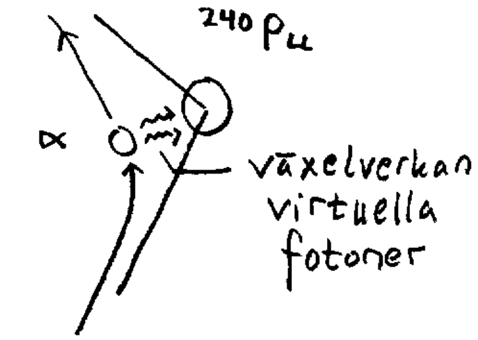
$$\Rightarrow \frac{d\sigma}{d\Omega} = \left(\frac{zZe^2}{4\pi\varepsilon_0}\right)^2 \left(\frac{1}{4T_a}\right) \frac{1}{\sin^4\frac{1}{2}\theta} \sim \frac{1}{\sin^4\frac{1}{2}\theta}$$

, se fig. 11.10, sid. 401

fig. 3.11, sid. 58, då α-partikelns energi når över ett tröskelvärde tar kärnkraften över.

---

fig. 11.12, sid. 402 Coulombexcitation



ger ett γ-spektrum, som ger ämnets halveringstid. för isotoper med mycket kort halveringstid fungerar ej coulombexcitation, utan man exciterar isotopen genom att accelerera den.

compoundkärnor.

med en radie på fm kommer reaktionstiden att vara ca 10^{-22} s.

compoundkärnan är relativt detta tidsintervall ganska långlivad & dess energi kommer att ha hunnit fördela sig i dess inre.

ex.

$$\left.\begin{array}{l} p + {}^{63}_{29}Cu \\ \alpha + {}^{60}_{28}Ni \end{array}\right\} \longrightarrow {}^{63}_{30}Zn$$

$$\Rightarrow \left|\begin{array}{l} {}^{63}Cu(p,n)\,{}^{63}Zn \\ {}^{63}Ni(\alpha,n)\,{}^{63}Zn \end{array}\right.$$ samma slutprodukt

fig. 11.19, sid. 417 visar reaktionssannolikheter

olika kärnor visar ungefär samma utseende på sannolikheterna.

$^{64}Zn^*$ är compoundkärnan.

∴ compoundkärnans sönderfall oberoende av hur den bildades (?)

---

resonanstyper.

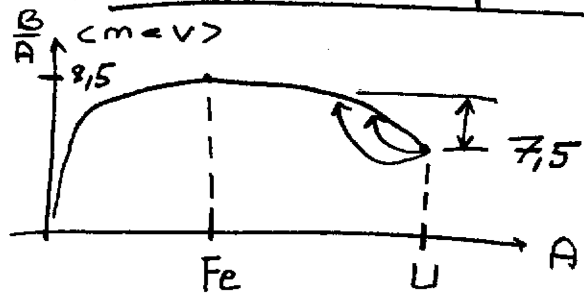
jättemonopolresonans. (jfr andning, täthets-variation)

jättedipolresonans. p & n oscillerar motriktat varandra

jättekvadrupolresonansen

fission & fusion

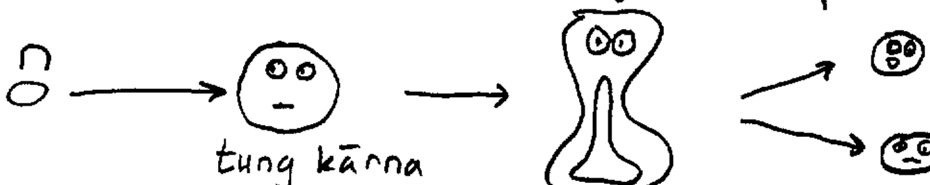
graf.



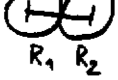
vanligaste uranisotopem
^{235}U & ^{238}U

vid fission splittras en tyngre kärna till lättare kärnor. Då de lättare kärnorna har högre bindningsenergi kommer energi att frigöras.

ex.



ex. $^{238}_{92}U \rightarrow 2\ ^{119}_{46}Pd$



$R = R_1 = R_2$, $R_1 + R_2 = 2 \cdot 1{,}25 \cdot \sqrt[3]{119} = \underline{12{,}61}$ fm

$$V = \frac{46 \cdot 92\, e^2}{4\pi\varepsilon_0\, \underline{4{,}61} \cdot 10^{-15}} = 250 \text{ MeV} \quad ?$$

bindningsenergin. $B(^{238}U) = -238 \cdot 7{,}6 = \underline{-1809 \text{ MeV}}$

$2B(^{119}Pd) = -2 \cdot 119 \cdot 8{,}5 = -2023$ MeV

$\rightarrow$ 214 MeV frigörs.

$$n + {}^{235}U \longrightarrow {}^{236}U^{*} \longrightarrow {}^{91}Kr^{*} + {}^{142}Ba + 3n$$

$$\Delta M = 174 \text{ MeV}$$

excitationsenergin styr händelseförloppet.
om den ej uppnår den s k aktiveringsenergin E_a sker just ingenting.

---

en kärnreaktor kräver 3 % av ^{235}U
Då endast 0,007 % existerar naturligt krävs en anrikningsprocess.

Varför används ^{235}U och inte ^{238}U ?

$$\left\{ \begin{array}{l} t_{\frac{1}{2}}(235) = 7 \cdot 10^{8} \text{ y} \\ t_{\frac{1}{2}}(238) = 4{,}5 \cdot 10^{9} \text{ y} \end{array} \right\}$$

^{235}U , udda isotop.

i reaktionen ovan sänds tre neutroner ut som genererar densamma.

(kontroll av denna kedjereaktion är viktig. Då Ca har ett högt neutrontvärsnitt används det i kontrollstavarna)

tabell.

	^{236}U	^{239}U
E_a	6,2	6,6
E_{ex}	6,5	4,8

^{239}U kolonnen ger att det saknas energi för en kedjereaktion.

$$E_{ex}({}^{236}U) = [M({}^{235}U) + M(n) - M({}^{236}U)]c^2$$

skillnaden mellan excitationsenergierna kommer från paritetstermen.

$^{235}U_{nat} = 0{,}00720 \pm 0{,}00001$

$t_{\frac{1}{2}}(235) = 7 \cdot 10^8$ y ; $t_{\frac{1}{2}}(238) = 4{,}5 \cdot 10^9$ y

$$r(0) = \frac{N_{235}(0)}{N_{235}(0) + N_{238}(0)} \quad , \ NU$$

Då 3 % ^{235}U är den nödvändiga koncentrationen för en kärnreaktor kan man fråga sig om inte det någon gång i historien funnits en naturlig reaktor.

$$r(t) = \frac{N_{235}(0)\, e^{-\lambda_5 t}}{N_{235}(0)\, e^{-\lambda_5 t} + N_{238}(0)\, e^{-\lambda_8 t}}$$

$$r(t_3) = \frac{3}{100} \Rightarrow \ldots \Rightarrow t_3 \approx -1{,}7 \cdot 10^{9} \text{ y} \quad \sim 2$$

I Oklo, Gabon, finns uranfyndigheter där koncentrationen ^{235}U är mellan 0,0044–0,00717. Det saknas ^{235}U och man tror att en naturlig reaktor funnits där som fissionerat bort ca 5 ton ^{235}U.

För att nå tillräckliga koncentrationer av uran för klyvning antar man att världshavens begynnande syreproduktion för ca 2 miljarder år sedan sätter en nedre gräns. Uranet löses nämligen upp (UO_2^{2+}) och kan sedan sedimenteras.

Ca 200 MeV per fission frigörs, och för 5 ton blir det ungefär $2 \cdot 10^{30}$ MeV, eller 10^8 MWh (jfr kärnreaktorns 10^3 MWh)

Antag att vattnet ej förångas.
Då fås istället 0,01 MW under 10^6 y.

bevis. fig. 13.33, sid. 518.

Neodymium, Nd, en typisk fissionsprodukt.
koncentrationerna Nd isotoper överrensstämmer väl med en kärnreaktors 

Tentarätt, tentalätt ...

Fusion

ihopslagning av kärnor.

DD reaktionerna.

$$^2H + {}^2H \longrightarrow {}^3He + n, \qquad Q = 3{,}3 \text{ MeV}$$

$$^2H + {}^2H \longrightarrow {}^3He + p, \qquad Q = 4{,}0 \text{ MeV}$$

DT reaktion

$$^2H + {}^3H \longrightarrow {}^4He + \underbrace{n}_{14{,}1 \text{ MeV}}, \qquad Q = 17{,}6 \text{ MeV}$$

coulombbarriären.

$$V_c = \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0} \frac{Z_a Z_x}{R_a + R_x}$$

för DT, $V_c = 1{,}44 \cdot \frac{1}{1{,}25\,(2^{1/3} + 3^{1/3})} = 0{,}43$ MeV ex. solens energiproduktion

allmänt. 90 % av universums alla atomer är väte

1 % utav resten är ej helium,

kontraktion av gasmoln, leder till ökande gravitation vilket leder till ökande kontraktion, leder till ökande temperatur som till slut ger fusion.

I. $^1H + {}^1H \longrightarrow {}^2H + e^+ + \nu$, $Q = 1{,}44$ MeV (jfr β-sönderfall)

$\sigma \sim 10^{-33}$ barn!

temperaturen vid solens centrum är ca $15 \cdot 10^6$ K (jaså?)

ger en medelenergi $\frac{1}{2}kT = \frac{1}{2} \cdot 86{,}166 \cdot 10^{-6} \cdot 15 \cdot 10^6 = 0{,}65$ keV

ger reaktionshastigheten $5 \cdot 10^{-18}$ s^{-1} (proton)$^{-1}$?

MEN det finns i runda tal 10^{56} protoner att reagera med,

$\Longrightarrow$ 10^{38} protoner/s , vilka snabbt reagerar vidare enligt

II. $^2H + {}^1H \longrightarrow {}^3He + \gamma$, $Q = 5{,}45$ MeV

med en reaktionshastighet 1 per sekund,

vidare $^3He + {}^1H \longrightarrow {}^1H + {}^3He$, jvktstillstånd

$^3He + {}^3He \longrightarrow {}^4He + 2p + \gamma$, $\quad Q = 12{,}86$ MeV

$\therefore\ 4\,{}^1H \longrightarrow {}^4He + 2e^+ + 2\nu$, $\quad Q = 26{,}7$ MeV

vilket är nettoresultatet i proton-proton cykeln (sid. 535)

III. 9 % helium (α-partiklar)

$^3He + {}^4He \longrightarrow \underbrace{{}^7Be}_{}$ instabil

ger antingen

$^7Be \xrightarrow{EC} {}^7Li + \nu$

$^7Li + {}^1H \rightarrow 2\,{}^4He$

eller

$^7Be + {}^1H \longrightarrow {}^8B + \gamma$

$^8B \longrightarrow 2\,{}^4He$, $\quad t_{\frac{1}{2}} \sim 10^{-16}$ s

vilka båda ger samma slutresultat.

CNO-cykeln.

$(3\,{}^4He \rightarrow {}^{12}C)$

$^{12}_{6}C + {}^1H \longrightarrow {}^{13}N + \gamma$,

$^{13}N \longrightarrow {}^{13}C + e^+ + \gamma$,

$^{13}C + {}^1H \longrightarrow {}^{14}N + \gamma$,

$^{14}N + {}^1H \longrightarrow {}^{15}O + \gamma$,

$^{15}O \longrightarrow {}^{15}N + e^- + \nu$,

$^{15}N + {}^1H \longrightarrow {}^{12}C + {}^4He$ $\quad$ rundgång,

^{12}C kan ses som en katalysator, och nettoprocessen är ekvivalent med proton-proton cykeln.

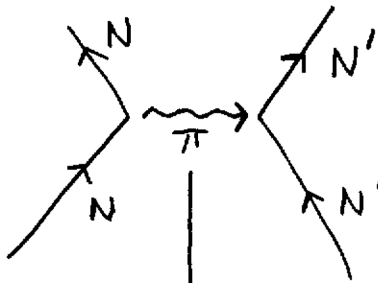
FÖ 8, 940428

Mesonfysik

Standardmodellens partikeltyper,

hadroner < baryoner , qqq , spinn $\frac{1}{2}, \frac{3}{2}, \ldots$
mesoner , $q\bar{q}$, spinn 0,1

Leptoner — elektron , e , spinn $\frac{1}{2}$
neutrinos , ν , spinn $\frac{1}{2}$



pionen, utbytespartikeln som förmedlar den starka växelverkan.

kärna

kärnan omges av ett pionmoln, skapade av nukleonerna

Heisenberg. $\Delta E \Delta t \sim \hbar$

$\Longrightarrow \Delta t = \frac{\hbar}{\Delta E}$, $\Delta E = m_\pi c^2$

$\Longrightarrow R = c\Delta t = \frac{\hbar c}{m_\pi c^2}$ $\left(\begin{array}{l} R \sim 1{,}4 \text{ fm} \\ \hbar c = 197 \text{ MeVfm} \end{array} \right)$

$\Longrightarrow \underline{\underline{m_\pi \sim 140 \text{ MeV}/c^2}}$

Yukawa (1935) försökte beskriva pionens/utbytespartikeln potential

krävde relativistiska dispersionsrelationen,

$$E^2 = p^2c^2 + m^2c^4,$$

det dög ej heller med den vanliga Schrödinger-ekvationen.

Kvantoperatorer.

$$E \longrightarrow i\hbar\frac{\partial}{\partial t}$$

$$p \longrightarrow -i\hbar\nabla$$

$$\Rightarrow \quad \left(\nabla^2 - \frac{m^2c^2}{\hbar^2}\right)\phi = \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2\phi}{\partial t^2}\,,$$

Klein-Gordons ekvation

statisk lösning. $\nabla^2\phi - K^2\phi = 0 \quad , \quad K = \frac{mc}{\hbar}$

sfäriskt symmetrisk lösning.

$$\phi(r) = C\frac{1}{r}e^{-Kr}\,,$$

där C är räckvidden för den starka växelverkan

exponentialfaktorn ger en mycket snabbt avtagande styrka

π-mesonen har tre skepnader,

$\pi^+, \; \pi^0, \; \pi^-$, laddningen $+e, 0, -e$

och anti-partiklarna $\pi^-, \; \pi^0, \; \pi^+$.

isospinn (formalism under vilken n & p ses som olika tillstånd av nukleonen)

för p. $I_z = +\frac{1}{2}$,
för n. $I_z = -\frac{1}{2}$,
för π. 3 tillstånd, $2I(\pi) + 1 = 3$, ger $I(\pi) = 1$, spinn

isospinn $\begin{cases} \text{för } \pi^+. & I_z = +1, \\ \text{för } \pi^0. & I_z = 0, \\ \text{för } \pi^-. & I_z = -1 \end{cases}$

---

bestämning av π-mesonens massa.

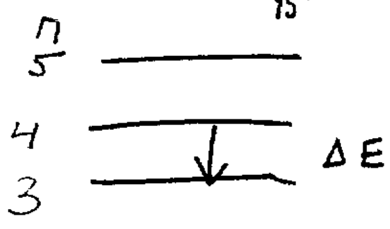
π^-. π^- infallande mot kärna, ser sig själv som en elektron, d v s lägger sig i en bohrbana, faller nedåt & emitterar γ-strålar, hamnar till slut innanför kärnradien.

Vätemodellen. $$E_n = -13{,}6 \frac{Z^2}{n^2} \frac{m_{\pi^-}}{m_e},$$
$$r_n = \frac{\varepsilon_0 h^2 n^2}{\pi m_{\pi^-} e^2 Z},$$

med $m_e \sim 0{,}5$ MeV & $m_{\pi^-} \sim 140$ MeV

$\Rightarrow r_\pi \sim \frac{1}{280} r_{e^-}$, för $n = 1,2$ är π^- oftast redan uppslukad.

ex. $^{31}_{15}P$



, $\Delta E = 13{,}6 \cdot \underbrace{10^{-3}}_{\text{keV konversion}} \cdot \frac{139}{0{,}511} = \underline{40{,}46 \text{ keV}}$

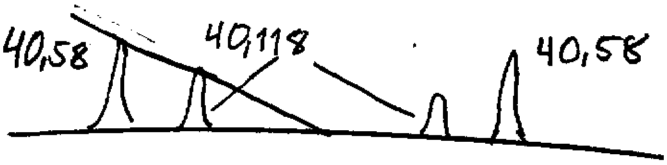
↑ förväntad storleksordning

Ger

för $_{44}$Mo, $\Delta E(_{44}\text{Mo}) = 40{,}58$ keV

för $_{62}$Sm, $\Delta E(_{62}\text{Sm}) = 40{,}118$ keV (K röntgen)

ger



$\Longrightarrow$ $\underline{m_{\pi^-}c^2 = 139{,}5675 \pm 0{,}009 \text{ MeV}}$

π^+. ej tillämpbar på π^+.

studera istället dess sönderfall,

$\pi^+ \longrightarrow \mu^+ + \underbrace{\nu_\mu}_{\text{muonneutrino}}$

konserverad energi.

$m_\pi c^2 = E_{\mu^+} + E_\nu = m_\mu c^2 + T_{\mu^+} + cp_{\mu^+}$ $\left(\begin{array}{l} p_\nu = p_{\mu^+} \\ E_\nu = cp_\nu \end{array}\right)$

$\overleftarrow{p_\nu} \; O \; \overrightarrow{p_{\mu^+}}$ $\Longrightarrow$ $\underline{m_{\pi^+}c^2 = 139{,}5658 \pm 0{,}0018 \text{ MeV}}$

se fig. 17.3, sid. 659.

π^0. oladdad, studera återigen sönderfall

$\pi^0 \longrightarrow 2\gamma$,

man mäter θ

$\Longrightarrow$ $\underline{m_{\pi^0}c^2 = 134{,}9745 \text{ MeV}}$

$m_{\pi^0} \sim m_{\pi^\pm} - 5$ MeV, vilket beror på kvarkinnehållet ($\pi^0 \leftrightarrow d\bar{u}$, $\downarrow\uparrow$)

pionens spinn-paritet.

$I(\pi) = 1$, paritet udda

reaktionen

$$p + p \rightarrow d + \pi^+$$ och dess invers,

$$d + \pi^+ \rightarrow p + p$$

ger

$$\frac{\sigma(pp \rightarrow d\pi^+)}{\sigma(d\pi^+ \rightarrow pp)} = \dots = \frac{3(2I_\pi + 1)}{2}\left(\frac{k_\pi}{k_p}\right)^2,$$

där faktorn $\frac{1}{2}$ följer av Pauliprincipen för antalet pp-tillstånd och $(k_\pi/k_p)^2$ är den kinematiska faktorn. Läs sid. 662 ff.

---

alla tyngre mesoner har en massa $m > 2m_\pi$, vilket gör att de kan sönderfalla till två π-mesoner

ex. ρ-mesonen har en massa $m_\rho \sim 770\ MeV/c^2$, och en halveringstid $t_{\frac{1}{2}}(\rho) \sim 10^{-23} - 10^{-10}$ s.

den mycket korta halveringstiden mätes m h a den naturliga linjebredden Γ, som relateras till livslängden τ genom

$$\tau\Gamma = \hbar.$$

i en partikelaccelerator sänder protoner ut π^+, som i sin tur accelereras mot ett mål (target).

$$\begin{cases} \pi^+ + p \rightarrow \rho^+ + p, \quad \rho^+ \rightarrow \pi^+ + \pi^0 & (II) \\ \pi^+ + p \rightarrow \pi^+ + \pi^0 + p & (I) \end{cases}$$

Går dessa skilda reaktioner att särskilja?

experiment.

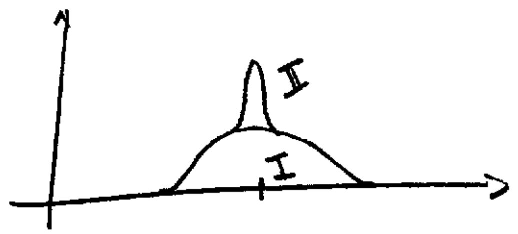
$$m_\rho \sim 770 \text{ MeV}$$
$$\Gamma = 153 \text{ MeV}, \quad \text{resonansbredd}$$
$$\tau = \frac{\hbar}{\Gamma} = \frac{6{,}58 \cdot 10^{-22}}{153} = 4{,}3 \cdot 10^{-24} \text{ s!}$$

$$\sqrt{E_\rho^2 - c^2 p_\rho^2} = m_\rho c^2$$

vad observeras?

$$\begin{cases} E_\rho = E_{\pi^+} + E_{\pi^0} \\ \mathbf{p}_\rho = \mathbf{p}_{\pi^+} + \mathbf{p}_{\pi^0} \end{cases}$$

$$\Longrightarrow \underbrace{m_\rho c^2}_{\substack{\text{invariant,} \\ \text{alltid lika stor}}} = \left[(E_{\pi^+} + E_{\pi^0}) - c^2 |\mathbf{p}_{\pi^+} + \mathbf{p}_{\pi^0}|^2 \right]^{1/2}$$

=> 

invariant massplot

I. liksom för β-sönderfall fås ett kontinuerligt spektrum från (I)

II. topp från (II)

---

underliga sönderfall ledde till införandet av särpartiklar & säroperatorn (strange), exempelvis K mesonen.

$$\pi^+ + p \longrightarrow n + \underline{K^+ + K^-}$$

$K^\pm$ bildas alltid i par i enlighet med att särtalet bevaras (jfr parbildning), s k <u>associerad produktion</u>

$K^\pm$. $\tau = 1{,}24 \cdot 10^{-8}$ s, $m_{K^\pm} = 493$ MeV/c^2

den neutrala K-mesonen K^0, som till skillnad från π^0 ej är sin egen antipartikel.

$K^0 \not\Leftrightarrow \overline{K^0}$

$$\begin{cases} \tau(K^0_S) = 0{,}85 \cdot 10^{-10}\ s & (\underline{S}\text{hort lived}) \\ \tau(K^0_L) = 5{,}18 \cdot 10^{-8}\ s & (\underline{L}\text{ong lived}) \end{cases}$$

trots samma massa 497 MeV/c^2

beror på $\begin{cases} K_S \to \pi^+ + \pi^- \\ K_L \to 3\pi \end{cases}$, vilket med fermis gyllene regel ger ett mindre fasrum för K_S.

K^+ har särtalet $S = +1$,
K^- har särtalet $S = -1$,

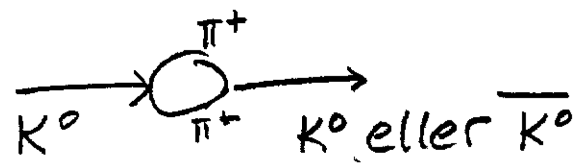
Stark växelverkan bevarar särhet.

Symmetrier,
pariteten P
laddningskonjugering C, antipartikel.
tidsoperatorn T, tiden flödar bakåt (har aldrig hänt mig)

CPT konstant

CP-brott finns & K^0 är ett exempel på detta

$$\begin{cases} K^0 \to \pi^+\pi^- \\ \overline{K^0} \to \pi^+\pi^- \end{cases} \Leftrightarrow$$



$\pi^+ + p \to K^+ + \overline{K^0} + p$, bildar en $\overline{K_0}$

$K^0, \overline{K^0} \to 2\pi \Leftrightarrow \begin{matrix} \pi^0 + \pi^0 \\ \pi^+ + \pi^- \end{matrix}$ vågfktner $\Psi(\pi_a^0, \pi_b^0)$

$\Psi(\pi_a^+, \pi_b^-)$

start operating on!

[$\pi^0\pi^0$:]

$$\begin{cases} P\Psi(\pi) = -\Psi(\pi) & , \pi^\pi = - \\ C\Psi(\pi^\pm) = \Psi(\pi^\mp) & , \text{antipartikel} \\ C\Psi(\pi^0) = \Psi(\pi^0) \end{cases}$$

$$\Rightarrow P\Psi(\pi_a^0, \pi_b^0) = (-1)^2 \underbrace{(-1)^l}_{\text{relativa banimpulsmomentet}} \Psi(\pi_a^0, \pi_b^0)$$

$$C\Psi(\pi_a^0, \pi_b^0) = \ldots = \Psi(\pi_a^0, \pi_b^0).$$

$$\Rightarrow CP\Psi(\pi_a^0, \pi_b^0) = \Psi(\pi_a^0, \pi_b^0), \ \underline{\underline{OK}}$$

$\pi^+\pi^-$:

$$P\Psi(\pi_a^+, \pi_b^-) = (-1)^2(-1)^l \Psi(\pi_a^-, \pi_b^+)$$ paritetsbyte $\leftrightarrow$ spegling

$$C\Psi(\pi_a^+, \pi_b^-) = \Psi(\pi_a^-, \pi_b^+)$$

$$\Rightarrow CP\Psi(\pi_a^+, \pi_b^-) = \Psi(\pi_a^+, \pi_b^-), \ \underline{\underline{OK}}$$

MEN

$$CP\Psi(K^0) = \Psi(\overline{K^0})$$ och vice versa,

$$\underbrace{K^0}_{\text{variant}} \rightarrow \underbrace{2\pi}_{\text{invariant}}$$ under CP

---

inför

$$\begin{cases} \Psi(K_1) = \frac{\sqrt{2}}{2}\left(\Psi(K^0) + \Psi(\overline{K^0})\right) \\ \Psi(K_2) = \frac{\sqrt{2}}{2}\left(\Psi(K^0) - \Psi(\overline{K^0})\right) \end{cases}$$

ger $CP\Psi(K_1) = \Psi(K_1)$ OK

$CP\Psi(K_2) = -\Psi(K_2)$ hä...

identifiera K_1 & K_2 med K_S & K_L,

$K_S \rightarrow 2\pi$, $K_L \rightarrow 3\pi$

$$\Rightarrow CP\Psi(K_L) = (-1)^3\Psi(K_L) = -\Psi(K_L), \ \underline{\text{bättre}}$$

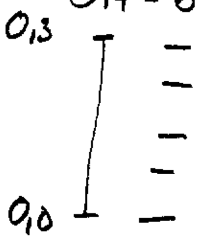
FÖ 9, 940502

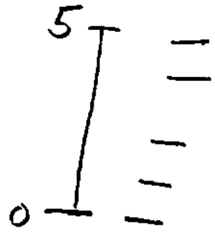
(med benäget tillstånd av Ann Lee ©)

Partikelfysik

excitationsnivåer, storleksordningar

OH-bild,





NCO molekyl
~ 0,1 eV

Kalciumatom
~ eV

^{23}Na har excitationsenergier ~ MeV

protonens 1. excitationsnivå vid 300 MeV, den s k Δ-resonansen.

---

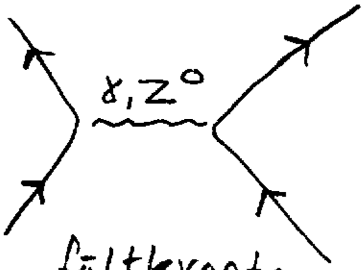
växelverkan

familjer

baskrafter { starka, elektromagnetiska, svaga (styr β-sönderfall) }

elektromagnetiska + svaga → elektro-svaga

elektro-svaga + starka → GUT, Grand Unified Theory



fältkvanta förmedlar signal mellan partiklarna

γ typisk för elektromagnetisk växelverkan
Z^0 typisk för svag växelverkan

den Elektromagnetiska kraften & den svaga kraften lika stor vid tillräckligt höga energier.

OH-bild.
fig. 8.2, sid. 250 Feynmandiagram
(varje diagram har en matematisk formel)

figs. 8.3 - 8.5

Bosoner.

Partiklar med heltalsspinn.
Fyra masslösa partiklar.

1. tripplett +1, 0, −1
2. singlett. 0

symmetribrott.

Triplett för massa kallas nu för W^+, Z^0, W^-
singletten fortfarande masslös, γ (samma γ-partikel)

Fermiteori

$$V_{fi} = g\int \Psi_f^* \Psi_e^* \Psi_0 \Psi_i \, dV, \qquad g = 0{,}88\cdot 10^{-4}\ \mathrm{MeV\,fm}^3$$

Dimensionslös konstant (testa själv)

$$G = g\,\frac{m^2c^4}{\hbar^3c^3}\cdot 4\sqrt{2},$$

$$\alpha = \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0\hbar c}$$

$$G = \frac{\sin^2\theta_W}{L_{0.23}} = 4\pi\alpha,$$

$G = 0{,}399$ ger

$$0{,}399 = 0{,}88\cdot 10^{-4}\cdot \frac{m^2c^4}{197^3}\cdot 4\sqrt{2},$$

$$\underline{\underline{M_Wc^2 = 78\ \mathrm{GeV}/c^2}}$$

$$\underline{\underline{M_Zc^2 = \frac{M_Wc^2}{\cos\theta_W} = 89\ \mathrm{GeV}/c^2}}$$

Reaktion i bubbelkammare (OH-bild)

$$\bar{\nu}_\mu + e^- \longrightarrow \bar{\nu}_\mu + e^- \qquad (?)$$

OH $\quad \pi^0$ produktion

$$p^+ + p^+ \longrightarrow p^+ + p^+ + \pi^0$$

$$E^{TH} = 2m_\pi c^2 + \frac{m_\pi^2c^4}{2m_pc^2} \approx 288\ \mathrm{MeV}$$

OH $\bar{p}$ produktion

$$p^+ + p^+ \longrightarrow p^+ + p^+ + p^+ + \bar{p}^-$$

$$E^{TH} = 6 M_p c^2 = 5,64 \text{ GeV}$$

Baryontal.

$B = +1$ för partiklar,
$B = -1$ för antipartiklar

ex.

$$\begin{array}{ccccccc} p & + & p & \longrightarrow & p + p + p + \bar{p} \\ +1 & & +1 & & +1 \ \ +1 \ \ +1 \ \ -1 \\ & \Sigma\, 2 & & & \Sigma\, 2 \end{array}$$

$\therefore$ Baryontalet konserverat

motex.

$$\underset{\text{baryon}}{p} \not\longrightarrow \underset{\text{meson}}{\pi^0} + e^+$$ omöjlig reaktion

$$\underset{+1}{p} \longrightarrow \underset{+1}{n} + e^+ + \bar{\nu}$$ möjlig reaktion

$$\mu \longrightarrow e\,\gamma$$ omöjlig reaktion då μ & e tillhör olika familjer

$\begin{pmatrix} e \\ \nu_e \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} \mu \\ \nu_\mu \end{pmatrix}$

olika familjer

OH.

fig. 18.11, sid. 719

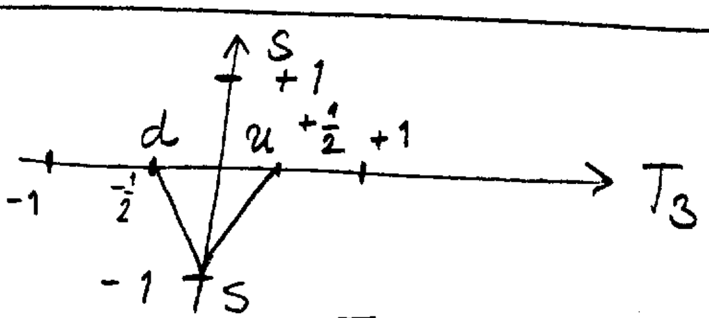
Kvarkmodeller.

	Laddning	spinn	T_s (isospinn)
u	$+2/3$	$+1/2$	$+1/2$
d	$-1/3$	$+1/2$	$-1/2$
s	$-1/3$	$+1/2$	0

Mesoner.

Heltaligt spinn, består av två kvarkar $q\bar{q}$

	I	T_3	kvarksammansättning
π^+	$+1$	$+1$	$u\bar{d}$
π^-			$\bar{u}d$
π^0			$\frac{\sqrt{2}}{2}(d\bar{d} - u\bar{u})$



Kombinera.

	T_3	S
$u\bar{u}$	0	0
$u\bar{d}$	$+1$	0
$u\bar{s}$	$+\frac{1}{2}$	$+1$
$A\bar{u}$	$+\frac{1}{2}$	$+1$
$A\bar{s}$	$-\frac{1}{2}$	-1
$s\bar{u}$	$-\frac{1}{2}$	-1
$s\bar{d}$	$+\frac{1}{2}$	-1
$s\bar{s}$	0	0

Kvarkens vågfunktion.

$$\psi = \psi_{spinn}\,\psi_{rum}\,\psi_{flavor}\,\underline{\underline{\psi_{color}}}$$

tre färger, $\underline{R}$(ed) $\underline{G}$(reen) $\underline{B}$(lue)

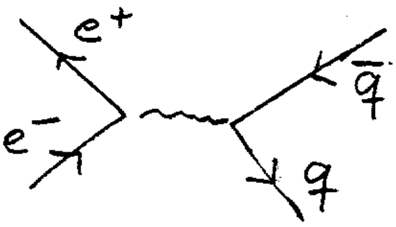
$$\psi = \frac{\sqrt{6}}{6}\left(RGB + BRG + GBR - RBG - BGR - GRB\right)$$

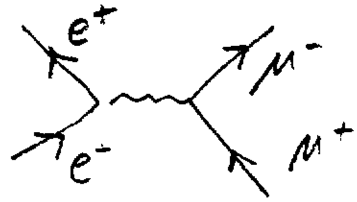
byt R mot G

$$\Rightarrow \psi' = \frac{\sqrt{6}}{6}\left(GRB + BGR + RBG - GBR - BRG - RGB\right)$$

$$= \underline{\underline{-\psi}}$$

$$e^+ + e^- \longrightarrow \gamma \longrightarrow q + \bar{q}$$





$$\sigma\left(e^+e^- \to [\text{hadron}]\right) = \sum_i \sigma\left(e^+e^- \to q_i\bar{q}_i\right)$$

$$\frac{\sigma\left(e^+e^- \to [\text{hadron}]\right)}{\sigma\left(e^+e^- \to \mu^+\mu^-\right)} = \frac{\sum_i Q_i^2}{Q_\mu^2}$$

$$= \frac{(-1/3)^2 + (-1/3)^2 + (2/3)^2}{1} = \underline{\underline{\frac{2}{3}}}$$

Fö 10, 940505

reaktioner & sönderfall.

ex. $\overline{K}^{+} + p \longrightarrow \pi^{0} + \Delta^{++}$

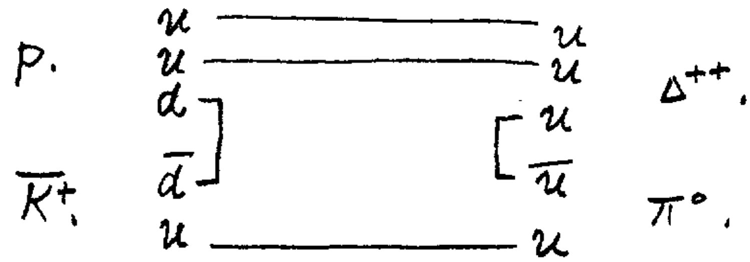
kvarkmodellen ger

$$u\bar{d} + uud \longrightarrow u\bar{u} + uuu$$

nettoprocessen är

$$d + \bar{d} \longrightarrow u + \bar{u}$$

diagram.



tentalätt, tentaratt...

observera att konserveringslagarna anger vilka reaktioner som är möjliga.

Nukleär astrofysik.

tabell (ofullständig).

tid (s)	temperatur (K)	energi (eV)	anm.
10^{-45}	10^{32}	$10^{19}\cdot 10^{9}$	kvantgravitationen dominerar
10^{-35}	10^{27}	$10^{14}\cdot 10^{9}$	kvarksyntes, (materiadominans (?))
100	10^{9}	$10^{-4}\cdot 10^{9}$ - $\frac{1}{10}\cdot 10^{6}$	kärnsyntes, He & D skapas
$\underbrace{10^{6}\cdot 3{,}2\cdot 10^{7}}_{1\,y}$	—	—	fotoner & bakgrundsstrålning bildas
$10^{10}\cdot 3{,}2\cdot 10^{7}$	—	—	galaxer i mina braxer,!
$10^{32}\cdot 3{,}2\cdot 10^{7}$	—	—	fotonen sönderfaller?

Hot Big Bang Cosmology.

"Det vore mig fullständigt främmande att nyttja utrikiska när det finns en adekvat inhemsk vokabulär disponibel.",

Gunnar Sträng (?)

från ett otroligt energitätt tillstånd med otroligt hög temperatur sker Big Bang, en explosion. Efterföljande expansion & sjunkande temperatur.

den senare bildade materian orsakar gravitationsretardation.

gränstätheten är den täthet som krävs för att universum skall falla tillbaka i sig själv.

bevis för Big Bang?

Edwin Hubble, studerade spektrallinjer för astronomiska lysande objekt

fann rödskiftet, som tolkas så att alla objekt rör sig bort från vår position, dvs universum expanderar.

vad mera, ju avlägsnare objekt desto snabbare rör det sig bortåt,

hastigheten ~ avståndet

$\underline{Hv = d}$, där H är Hubble-konstanten, uppskattad till $H = 67\ km s^{-1} (Mpc)^{-1}$

1 pc (parsec) = 3,26 ly

fig. 19.1, sid. 757.

skalfaktorn R(t) beskriver universums expansion,

$$\underline{H = \frac{1}{R}\left(\frac{dR}{dt}\right)}$$

Då universum var strålningsdominerat rådde energitätheten ρ_R,
& energierna kunde uttryckas med

$$E = pc = hc \cdot \underline{\underline{\frac{1}{\lambda}}} \sim \frac{1}{R(t)}$$

(större skalfaktor ger längre våglängder?)

$$\Rightarrow \underline{\underline{\rho_R}} = \frac{\{energi\}}{\{volym\}} \sim \frac{1}{R} \cdot \frac{1}{R^3} = \underline{\underline{CR^{-4}}}$$

allmänn relativitet ger,

$$\frac{1}{R^2}\left(\frac{dR}{dt}\right)^2 = \frac{8\pi G}{3}\rho(t),$$

$$\Rightarrow \frac{1}{R^2}\left(\frac{dR}{dt}\right)^2 = \frac{8\pi G C}{3} R^{-4}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{R}\left(\frac{dR}{dt}\right) = \sqrt{\frac{8\pi G C}{3}}\, R^{-2}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}R^2 = \sqrt{\frac{8\pi G C}{3}} \cdot t$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{t = \sqrt{\frac{3}{8\pi G \rho_R(t)}}}}$$

energitätheten för svartkroppsstrålning.

$$u(T) = \sigma T^4$$

$$\Rightarrow t \sim \frac{1}{T^2}$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{T = \frac{1{,}5 \cdot 10^{10}}{\sqrt{t}}}}$$

högenergetisk strålning ⇒ parbildning möjlig

$e^+ + e^- \longrightarrow \gamma + \gamma$, $E\gamma > 0{,}511$ MeV

$\Longrightarrow$ $kT = 0{,}511$ (termisk fotonenergi)

$k = 86{,}186 \cdot 10^{-12}$ MeV K^{-1}

$\Longrightarrow$ $T = 6 \cdot 10^9$ K

motsvarande $T \sim 6$ s , strålningsdominans

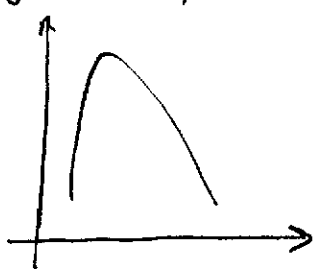
för $t = 1{,}5 \cdot 10^{18}$ s $\Longrightarrow$ $T \simeq 3$ K (t korrekt?)

$T = 3$K motsvarar en energi på $2{,}6 \cdot 10^{-10}$ MeV, vilket är svårmätbart.

men 3 K motsvarar även en våglängd λ på ca 7cm

Penzias & Wilson, 1964
radioastronomiska observationer stördes av duvor, men bruset var egentligen den kosmiska bakgrundsstrålningen.

fig. 19.3, sid. 760



svartkroppsspektrum, $T = 2{,}7 \pm 0{,}1$ K

De första sekunderna.

$t < 10^{-35}$ s. ingen information

(jfr plancktid $\sim 10^{-43}$ s, en faktor 10^7 okänd)

Efter detta bildas partiklar-antipartiklar.

$t \sim 10^{-22}$ s, $T = 10^{16}$ K

$$\gamma + \gamma \longleftrightarrow \left\langle \begin{matrix} q + \bar{q} \\ \underbrace{l + \bar{l}}_{\text{Leptoner}} \end{matrix} \right.$$ sker mest hela tiden

energitätheten för svartkroppsstrålning

$$u(E)\,dE = \frac{8\pi E^3}{(\hbar c)^3} \frac{1}{e^{(E/kT)} - 1},$$

$$\Rightarrow n(E)\,dE = (u(E)/E)$$

ger $\rho_\gamma = 4{,}7 \cdot 10^3 \cdot T^4$ eV m^{-3}

$N_\gamma = 2{,}8 \cdot 10^7\, T^3$ m^{-3}

för $T = 2{,}7$ är $N_\gamma = 400$ cm^{-3}

(universums gränstäthet ρ_0

$$\rho_0 = 3H^2 \frac{1}{8\pi G}$$

ger $\rho_0 \sim 6{,}1 \cdot 10^{-31}$ g cm^{-3})

med $m_p = 1{,}6 \cdot 10^{-27}$ kg fås

$N_p = 0{,}4 \ m^3$

$\Rightarrow \ \underline{\underline{\frac{N_\gamma}{N_p} = 10^{-9}}}$, $T = 2{,}7$ K.

$T > 2 \cdot 10^{13}$ K , $t < 10^{-6}$ s

universum är ett plasmabad.

$\gamma \longrightarrow q + \bar{q}$

$T \leqslant 10^{13}$ K, $t > 10^{-6}$ s

$p + \bar{\nu} \longleftrightarrow n + e^+$

$n + \nu \longleftrightarrow p + e^-$

$\frac{N_p}{N_n} = 1$

$t \sim 10^{-2}$ s, $E \sim 10$ MeV

$e^+ e^- \overset{Z^0}{\longleftrightarrow} \nu \bar{\nu}$, neutrinos & antineutrinos skapas

$t \sim 1$s

neutrinon upphör att växelverka med nukleonerna

---

kärnsyntes tar över

viktigaste fasen i kärnsyntesen.

$$n + p \longrightarrow \underset{(^2H)}{d} + \gamma \quad , \quad E_\gamma = 2{,}22 \text{ MeV}$$

{några sekunder} $\leq t \leq$ {några minuter}

då energin går under E_γ kan ^2H ej längre slås sönder.

Ger

$$d + n \longrightarrow {}^3H + \gamma$$
$$d + p \longrightarrow {}^3He + \gamma$$

$$d + d \longrightarrow {}^3H + p$$
$$d + d \longrightarrow {}^3He + n$$

$$^3H + p \longrightarrow {}^4He + \gamma$$
$$^3He + n \longrightarrow {}^4He + \gamma$$

STOPP

varför bildades ej alla element direkt?
inga stabila kärnor direkt ovanför ($A = 5$)

med $t_{\frac{1}{2}}(n) \sim 600$ s är

$$\frac{N_{He}}{N_H} = 0{,}081 \quad \text{då } t \sim \{\text{några h}\}$$

med massförhållandet $Y_p = 0{,}24$

uppmätt. $Y_p = 0{,}24 \pm 0{,}1$.

Läs om tre-neutrinomodellen, sid. 766 ff inne i solen.

(se tidigare föreläsning)

väte - heliummoln ur vilket α -partiklar bildas.

strålningstrycket uppväger gravitationen.

när vätet förbrukats sker kontraktion & höjd temperatur.

Ger $\quad {}^4He + {}^4He \longrightarrow {}^8Be \quad , \quad \tau \sim 10^{-16}$ s

(en "molekyl" bestående av två α-partiklar som snabbt sönderfaller ⓐ‿ⓐ)

dock sker $\quad {}^8Be + {}^4He \longrightarrow {}^{12}C \quad ,$ vilket borde vara mycket osannolikt

det finns ett resonanstillstånd för 3 α-partiklar

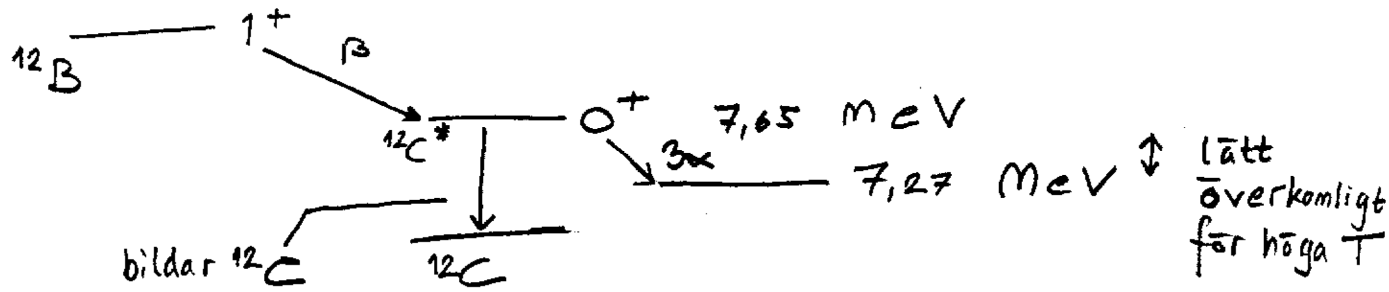


fig. 19.8, sid. 770 $\quad 3\alpha \rightarrow {}^{12}C$ icke-resonans 1 per 10^{12} y (?)

A = 5 hindret förbigånget,

Ger

$^{12}C + {}^{4}He \longrightarrow {}^{16}O + \gamma$

$^{16}O + {}^{4}He \longrightarrow {}^{20}Ne$

$^{20}Ne + {}^{4}He \longrightarrow {}^{24}Mg$

und so weiter...

α-partiklar går åt, och då de är slut faller stjärnan återigen in i sig själv,

till slut nås den temperatur då ^{12}C's coulombbarriär kan överbryggas,

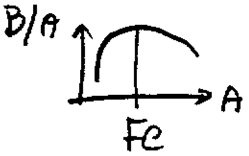
ger

$^{12}C + {}^{12}C \longrightarrow {}^{20}Ne$

$^{16}O + {}^{16}O \longrightarrow {}^{28}Si$

$^{28}Si + {}^{28}Si \longrightarrow {}^{56}Ni$

Slutprodukterna blir ^{56}Ni, ^{56}Co, ^{56}Fe



^{56}Fe, nukleär aska då ingen energivinst möjlig,
högsta B/A.

Bränslet slut,
om stjärnans massa $M \geq 1{,}4 M_\odot$
blir kollapsen våldsam, en neutronstjärna ($r_n \sim 10$ km) med hög densitet
(sedan supernova?)
i neutronstjärnan äter järnet neutroner,
den s k r-processen (β-sönderfall)

(om $M < 1{,}4 M_\odot$ bildas en röd jätte som sedan krymper till en vit dvärg (vår sol))

S-processen sker däremot successivt genom elektroninfångning ($\underline{s}$low, $\underline{r}$apid) så bildas grundämnena.

fig. 19.14, sid. 777

$^{56}Fe \xrightarrow[\text{stegvis}]{} {}^{59}Fe$, ^{59}Fe radiaktiv; β-sönderfaller om den hinner, annars bygger den vidare

$^{59}Fe \xrightarrow{\beta} {}^{59}Co$

$^{59}Fe \rightarrow {}^{68}Fe \xrightarrow{\beta} {}^{68}Co$

Och Så Vidare,

bevis? fig. 19.16, sid. 779,

S-process. $^{116}Sn \longrightarrow {}^{120}Sn \longrightarrow {}^{121}Sb \longrightarrow {}^{122}Te$,

2,5 % ^{122}Te på jorden

r-process. når ej ^{122}Te då ^{122}Sn stabil

∴ både s- & r-processen viktiga,

universums ålder.

$$T = \frac{1}{H},$$

$$T = \delta + \Delta + A_e$$

δ. kondens av galaxer, 1. generationens stjärnor, 1-2 Gy

Δ. kärnsyntes, 8-10 Gy

Ae. jordens ålder, $4,6 \cdot 10^9$ Gy

Ger $T = 14 \pm 2$ Gy

med $H = 67 \ km\,s^{-1} (Mpc)^{-1}$

fås $T = 15$ Gy , so so...