

## TENTAMEN I FASTA TILLSTÅNDETS FYSIK F3

**Tid** 2007 08-23 em

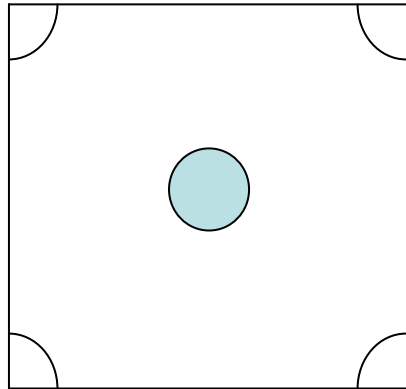
**Lokal** V

**Hjälpmedel** Matematiska tabeller, Physics Handbook, TEFYMA, typgodkänd räknare eller annan räknare i fickformat dock utan inprogrammerad text eller ekvationer av intresse för tentamen. Däremot är det i sin ordning att i räknarens minne ha lagrat värden på naturkonstanter som t.ex Plancks konstant och elektronmassan.

**Examinator** Lars Walldén (ankn 3347)

1. För ett enatomigt ämne med kubisk struktur erhålls starka röntgenreflexer då Miller-index alla är udda eller alla är jämna tal men också reflexer, fast mycket svagare, för andra Miller-index. Diffraktionsmönstret tyder på att ämnet har en struktur som avviker endast lite från fcc-struktur. Beräkna förskjutningen, given av parametern  $\delta$  nedan, av basens atomer från fcc-strukturens positioner om 100-reflexens intensitet är 1 % av 111-reflexens intensitet. Utgå från att basens atomer har positionerna  $(0,0,0)$ ,  $(a/2 + \delta) (1,1, 0)$ ,  $(a/2 + \delta) (1, 0,1)$  och  $(a/2 + \delta) (0,1,1)$  där  $a$  är gitterparametern. Intensiteten sätts proportionell mot kvadraten på strukturfaktorns belopp. (4p)
2. a) Visa med diagram värmekapacitetens temperaturberoende,  $C_V(T)$ , för ett fast ämne och visa hur T-beroendet skiljer sig för en isolator och en metall. Förklara kortfattat orsaken till skillnaden samt ange vilka materialstorheter som kan erhållas ur mätningar av  $C_V(T)$ . (2p)  
b) Härled dispersionsrelationen,  $\omega(k)$ , för vibrationsvågor på en linjär kedja av likadana och ekvidistanta atomer där endast närmsta grannar växelverkar. Visa också med ett diagram det principiella utseendet av  $\omega(k)$  för en kedja med två olika atomslag där varannan atom är lika. (2p)
3. a) Härled ett uttryck för en metalls ledningsförmåga i ett statiskt fält,  $\sigma$ , där  $\sigma$  relateras till ledningselektronernas laddning, massa, täthet och en karakteristisk tid mellan inelastiska kollisioner. Ange också vad det är för kollisioner som begränsar ledningsförmågan för en ren metall och vilka experimentella data och resonemang som ger stöd för att just denna typ av kollisioner begränsar  $\sigma$ . (3p)  
b) För en ren metall visar  $\sigma$  att medelfria väglängden mellan inelastiska kollisioner typiskt är mycket större än gitterparametern. Förklara hur detta går ihop med att infallande elektroner vid lågenergielektrondiffraktion (LEED) endast når ett djup av några få atomlager. För LEED utnyttjas typiskt elektroner med energier från 10 eV till 1000 eV. (1p)
4. a) Ange ett lämpligt dopämne och beräkna den dophalt som krävs för att erhålla ett Si-prov vars Fermi-nivå vid rumstemperatur ligger 0.75 eV över valensbandets maximala energi. Beräkna också provets ledningsförmåga. (2 p)  
b) Utnyttja nedanstående figur för att visa att elektroner i en periodisk potential kan röra sig drastiskt olika beroende på deras energi om provet påverkas av ett magnetfält. Den kvadratiske rutan utgör 1:a Brillouin-zonen för ett 2D ämne med kvadratisk gitter.

Tillstånd vars k-vektorer når periferin av cirkeln i mitten har samma energi,  $E_1$ . Även linjerna nära hörnen anger orten för tillstånd med viss energi,  $E_2$  (där  $E_2 > E_1$ ). (2 p)



5. Redogör för de olika slag av energigap som diskuteras i kursen: energisprång vid en zon-gräns, energigapet i en halvledare eller isolator och en supraledares energigap. Beträffande de två förstnämnda bör framgå vad som menas med direkt och indirekt energigap och gärna varför de flesta grundämnen är metaller i 3D medan i 1D fallet cirka hälften av alla ämnen kan förväntas vara isolatorer eller halvledare. Redogör också för hur en supraledares energigap kan mätas och ange på ett ungefär hur stort det kan vara. (4 p)

#### Lösningssnvisningar tenta aug 07

1.  $S_{hkl} = \sum f_j \exp(-i G_{hkl} \cdot R_j)$  där  $G_{hkl} = 2\pi/a (h, k, l)$

$$S_{100} = f \{ 1 + \exp[-i 2\pi/a (a/2 + \partial) (1, 0, 0) \cdot (1, 1, 0)] + \exp[-i 2\pi/a (a/2 + \partial) (1, 0, 0) \cdot (1, 0, 1)] + \exp[-i 2\pi/a (a/2 + \partial) (1, 0, 0) \cdot (0, 1, 1)] \} = f \{ 2 + 2 \exp[-i \pi (1 + 2\partial/a)] \} = 2 f \{ 1 - \exp(-i 2\pi\partial/a) \}$$

$$|S_{100}|^2 = 16 f^2 \sin^2(\pi \partial/a) = [\text{för litet argument}] = 16 f^2 (\pi \partial/a)^2$$

För en perfekt fcc-struktur finner man att spridningen från basens 4 atomer är i fas så att  $S_{111} = 4f$ . Pga att strukturen avviker något från fcc så kommer strukturfaktorn att bli lite mindre än  $4f$ . Man får med de givna positionerna att

$$S_{111} = f \{ 1 + 3 \exp[-i 2\pi (1 + 2\partial/a)] \} = f \{ 1 + 3 \exp[-i 4\pi \partial/a] \}$$
 som ger

$$|S_{111}|^2 = f^2 \{ 10 + 6 \cos[4\pi\partial/a] \} = [\text{för litet argument}] = 16 f^2 \{ 1 - 3 (\pi\partial/a)^2 \}$$

Den givna kvoten mellan intensiteterna ger  $\partial/a = 0.032$  vilket värde inte skiljer sig nämnvärt från det värde man får om man bortser från att 111-reflexens intensitet är lite svagare än för perfekt fcc-struktur.

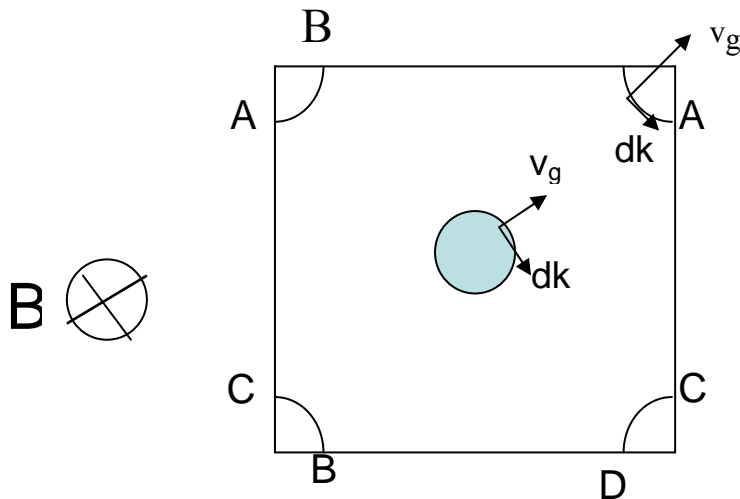
2. Se boken.

3. a) Se boken.  $\sigma$  begränsas av kollisioner med fononer för en ren metall med god kristallin ordning. Detta visas av T-beroendet som vid låga temperaturer är gemensamt för många metaller om  $\sigma$  plottas som funktion av  $T/\Theta_D$  där  $\Theta_D$  är Debye-temperaturen. Medelfria väglängden mellan elektron-elektron kollisioner varierar starkt med elektron-energin. Den är lång för energier nära Fermi-energin ( kan vara 1

cm för en nära perfekt metallkristall vid He-temperatur) pga av att kravet på bevarad impuls och energi vid en kollision ger möjlighet till endast få kollisioner. Kollisionsmöjligheten ökar snabbt med elektron-energin så medelfria väglängden typiskt är c:a  $10 \text{ \AA}$  för en energi 5-10 eV över Fermi-energin.

4. a) Utan dopning hamnar Fermi-energin nära bandgapets mitt, dvs för Si c:a 0.57 eV över valensbandets maximum. Fermi-energin höjs vid n-dopning, t ex med fosfor som dopämne. Laddningsbalansen ger  $n = p +$  tätheten av joniserade dopatomer =  $= p + N_D (1-f)$  där  $f$  = Fermi-Dirac faktorns värde vid dopnivån. Dopnivån ligger typiskt nära ledningsbandets undre gräns. Med den givna Fermi-energin, 0.75 eV över valensbandet, så är  $f \ll 1$  vid dopnivån. Hålltätheten,  $p$ , som är lika stor som  $n$  för den rena halvledaren minskar snabbt med ökande Fermi-energi samtidigt som  $n$  ökar så  $n \gg p$  verkar rimligt. Med hyfsad approximation, som kan testas genom insättning i de fullständiga uttrycken för  $n$  och  $p$ , erhålls då att  $n \approx N_D$  och  $\sigma \approx \mu_e e N_D$ . Om elektrontätheten för den rena halvledaren betecknas med  $n_{\text{ren}}$  så ger formelsamlingens uttryck för  $n$  att  $n/n_{\text{ren}} = \exp[(\mu_{\text{dop}} - \mu_{\text{ren}})/kT] = \exp[(0.75 - 0.57)/0.025] = 1340$ . För Si gäller vid rumtemperatur enligt den bifogade formelsamlingen att  $n p = 2.1 \cdot 10^{31} \text{ m}^{-6}$ . För rent Si är  $n = p$  dvs  $n_{\text{ren}} = 4.6 \cdot 10^{15} \text{ m}^{-3}$ . För Si med Fermi-nivån 0.75 eV över valensbandet erhålls då  $n = 1340 n_{\text{ren}} = 6.1 \cdot 10^{18} \text{ m}^{-3}$  och  $\sigma \approx \mu_e e N_D = 0.16 \cdot 1.6 \cdot 10^{-19} \cdot 6.1 \cdot 10^{18} \text{ \Omega}^{-1} \text{ m}^{-1} = 0.16 \text{ \Omega}^{-1} \text{ m}^{-1}$ .

- b) Utnyttja  $\hbar d\mathbf{k}/dt = q \mathbf{v}_g \times \mathbf{B}$  och låt magnetfältet vara riktat in mot det betraktade planet. Elektronens energi påverkas ej av magnetfältet. Gruppastigheten vinkelrät mot linjerna för konstant energi (se figuren) och vågvektorn ändras med tiden som



visas i figuren. En elektron med sin  $k$ -vektor någonstans på cirkeln runt origo rör sig medurs på cirkeln och medurs även i vanliga rummet (som väntat för elektroner med fri-elektrondispersion). En elektron i det betraktade tillståndet på cirkelbågen nära hörnet av Brillouin-zonen rör sig mot A (där tillståndet är av stående-våg typ och identiskt med tillståndet på motstående sida av zonen) till A på motstående sida, sen till B och C osv för att fullborda ett moturs varv i  $k$ -rummet liksom i det vanliga rummet.

5. Se boken