TENTAMEN I FASTA TILLSTÅNDETS FYSIK F3

Tid	**1999-03-12 8^{45}-12^{45}**
Lokal	**mn**
Hjälpmedel	**Matematiska tabeller, Physics Handbook, TEFYMA, bifogad formelsamling, typgodkänd räknare eller annan räknare i fickformat dock utan inprogrammerad text eller ekvationer av intresse för tentamen. Däremot är det i sin ordning att i räknarens minne ha lagrat värden på naturkonstanter som tex Plancks konstant och elektronmassan.**
Examinator	**Lars Walldén (772 33 47)**

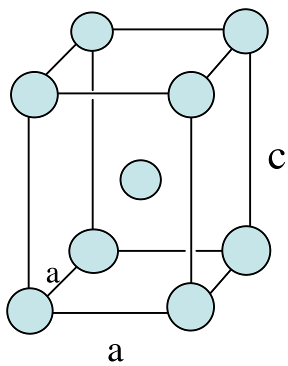
1. Ett grundämne har en struktur som kan beskrivas med nedan visade rymdcentrerade, tetragonala enhetscell där $c = a\sqrt{2} = 4.09$ Å.

a) 1p) Ange basen om gittret beskrivs med vektorerna $\mathbf{a} = (a,0,0)$, $\mathbf{b} = (0,a,0)$ och $\mathbf{c} = (0,0,c)$ (se figur)

b) 1p) Ange de reciproka gittervektorerna $\mathbf{G}_{hkl}$ (genom att använda uttryck från formelsamlingen eller annan inhämtad kunskap).

c) 1p) Ställ upp ett uttryck för basens strukturfaktor och ange villkoret för att den skall vara skild från noll.

d) 1p) Beräkna de tre minsta diffraktionsvinklarna om man utnyttjar röntgenstrålning med våglängden 1.54 Å.



2.a Härled ett uttryck för dispersionsrelationen ω(k) för gittervågor på en linjärkedja av ekvidistanta atomer, alla med massan m, om man antar att endast närmsta grannar växelverkar. Avståndet mellan närmsta grannar är a och

2p) växelverkan beskrivs med en fjäderkonstant c.

b) Visa att det för att beskriva atomernas rörelse är tillräckligt att utnyttja ett

1p) $\frac{2\pi}{a}$ långt intervall av vågvektorer, t ex $\left(-\frac{\pi}{a}, \frac{\pi}{a}\right)$.

b) Beskriv kortfattat en experimentell metod för att bestämma $\omega(k)$, dvs fononers

1p) dispersion.

3. Utnyttja följande data för Al för att svara på frågorna a-i : 3 värd, fcc struktur med gitterparametern a = 4.05 Å, ljudhastighet = 5110 m/s, $U_{G_{200}}$ = 0.75 eV.

Om Du vill kan Du redovisa beräkningarna men det är OK att endast ge svaret. Varje rätt besvarad deluppgift belönas med 0.5 p men maximalt ges 4 p.

Ange för Al

a) Fermivågvektorn i $Å^{-1}$.
b) Tillståndstätheten vid Ferminivån, $N(E_F)$, per atom och eV.
c) Plasmonenergin i eV
d) Debye-vågvektorn i $Å^{-1}$.
e) Det minsta avståndet från en betraktad reciprok gitterpunkt till en Brillouin-zongräns i $Å^{-1}$.
f) Brillouin-zonens volym i $Å^{-3}$
g) Den fotonenergi över vilken den optiska reflektiviteten börjar avvika betydligt från 100 %. (i eV)
h) En fotonenergi vid vilken man kan förvänta sig stark optisk absorption orsakad av direkta optiska övergångar. (i eV)
i) Hall-koefficineten uträknad med hjälp av frielektronmodellen

4. Man önskar att med P dopning erhålla ett Si prov som vid rumstemperatur har ledningsförmågan $\sigma = 100\ \Omega^{-1}\ m^{-1}$.

Om Du utnyttjar förenklande, approximativa uttryck så måste detta motiveras.

a) 1p) Hur stor bör tätheten dopatomer väljas?
b) 1p) Hur stor är tätheten av hål?
c) 1p) Var ligger Fermi-nivån?
d) 1p) Ungefär vid vilken temperatur kommer det dopade provet att övergå från extrinsiskt till intrinsiskt uppförande?

Data som kan vara av intresse:

Energigap: 1.14 eV, $\mu_e = 0.16\ m^2/vs$, $\mu_h = 0.05\ m^2/vs$, $m_e = 0.26m$, $m_h = 0.50\ m$, dopnivån 45 meV under ledningsbandets minimum, n och p enl formel-samlingen.

5. a)1p) Vad menas med Meissnereffekten?

b) 3p) Visa att man med Londons postulat kan förklara Meissnereffekten.

Lösningar, Tentamen Fasta tillst. 12/3-99

1. a) $R_1=(0,0,0)$, $R_2=a/2(1,1,\sqrt{2})$

b) Laues villkor $\Delta\mathbf{k}\cdot\mathbf{a}=2\pi h$, def. en planskara vinkelrät mot **a**, planavst. $2\pi/a$

$\Delta\mathbf{k}\cdot\mathbf{b}=2\pi k$, def. en planskara vinkelrät mot **b**, planavst. $2\pi/a$

$\Delta\mathbf{k}\cdot\mathbf{c}=2\pi l$, def. en planskara vinkelrät mot **c**, planavst. $2\pi/c$

Skärningarna mellan planskarorna bildar ett 3D punktgitter

$\Delta\mathbf{k}=\mathbf{G}_{hkl}=2\pi/a(h,k,l/\sqrt{2})$.

c) $S=\Sigma f_j e^{-i\mathbf{G}_{hkl}\cdot\mathbf{R}_j}=f(1+e^{-i\pi(h+k+l)})$ = 2f om h+k+l =jämnt tal och 0 om h+k+l = udda tal.

d) $k\sin(\phi/2)=G_{hkl}/2$ där $(G_{hkl})^2=(4\pi^2/a^2)(h^2+k^2+\frac{l^2}{2})$ och $k=2\pi/\lambda$

De tre minsta $h^2+k^2+\frac{l^2}{2}$ värdena: 3/2 (som erhålls för h,k,l =1,0,1 och 0,1,1), 2 och 4 ger med $\lambda=1.54$ Å de tre minsta diffraktionsvinklarna 38.1°, 44.2° och 64.3°.

2. b) $u_s=u_0\,e^{-i(ksa-wt)}$ sätt $k=k'+2\pi n/a$ => $u_s=u_0 e^{-i(k'sa-\omega t)}\,e^{i2\pi ns}$ där

3. $e^{i2\pi ns}=1$ eftersom n och s är hela tal. För en godtycklig atom i kedjan, här med nummer s, beskriver k och k´ samma svängningsrörelse och således behövs ett endast $2\pi/a$ långt intervall utefter k-axeln för att beskriva alla möjliga svängningar.

3. a) $k_F^3=3\pi^2 n$ där n = N/V= [N=3 per atom och 4 atomer i enhetskuben]$=12/a^3$ som ger $k_F=1.75$ Å^{-1}.

b) $N(E_F)=3N/2E_F$ =[$N=3N_{at}$]$=9N_{at}/2E_F$ =[$E_F=3.81\cdot1.75^2$ eV= 11.65 eV] = 0.386 eV$^{-1}N_{at}$.

c) Uttrycket i formelsamlingen ger $E_P=h\nu_P$ =15.8 eV.n

d) $(k_D)^3=6\pi^2 N_{at}/V$ som ger $k_D=1.53$ Å^{-1}.

e) Kortaste avståndet= $G_{111}/2=1.34$ Å^{-1}.

f) Brillouin-zonens volym = volymen per punkt i reciproka gittret = [reciproka gittret är ett bcc gitter där enhetskubens kantlängd = $4\pi/a$ och två punkter per cell]= $0.5(4\pi/a)^3=14.9$ Å^{-3}.

g) Reflektiviteten avtar för fotonenergier större än plasmonenrgin (15.8 eV).

h) Parallellbandabsorption då fotonenergin = $2U_G$ = 1.5 eV.

i) Hall-koefficienten = $-1/ne=-3.5\ 10^{-10}$ m^3/As.

4. Fosfor har 5 valenselektroner => n-dopad halvledare.

För att se vilka approximationer som ev. är möjliga beräknar vi först σ_i.

Enligt formelsamlingen är $p\,n = 2.1\ 10^{21}\ m^{-6}$ vid RT för Si. Härav erhålls $n_i = p_i = 4.5\ 10^{15}\ m^{-3}$ och $\sigma_i = 1.5\ 10^{-10}\ m^{-1}\Omega^{-1}$.

$\sigma = 100\ m^{-1}\Omega^{-1} >> \sigma_i$ dvs $n >> n_i$ och $p << p_i$ ($p\,n$ =konst. ober. av dophalten)

=> $\sigma = ne\mu_e$ och $n = 3.9\ 10^{21}\ m^{-3}$ som med $p\,n = 2.1\ 10^{21}\ m^{-6}$ ger $p = 5\ 10^{9}\ m^{-3}$ (svar på fråga 4b).

Fermi-nivån μ ur $n = n_0\, e^{(\mu - E_g)/kT}$ där n_0= [se formelsamlingen]= $(m_e/m)^{1.5}\ 2.5\ 10^{25}\ m^{-3} = 0.33\ 10^{25}\ m^{-3}$ som ger $\mu = E_g - 6.75\ kT = E_g - 0.17$ eV (svar på fråga 4c).

$n = N_D^{+} + p = [p << n] = N_D^{+} = N_D\,[1 - (e^{(E_d - \mu)/kT} + 1)^{-1}]$ som ger

$N_D = n\,(1 + e^{(\mu - E_d)/kT}) = [\ \mu = E_g - 0.17\ \text{eV},\ E_g - E_d = 0.045\ \text{eV}] = n\,(1 + 0.007) = 3.9\ 10^{21}\ m^{-3}$ (svar på fråga 4a).

Provet övergår får intrinsisk karaktär då antalet laddningsbärare inte längre domineras av bidraget från dopämnet. Som gräns kan man sätta t.ex. $n_i = N_D$ eller då $n_i + p_i = 2n_i = N_D$.

Enligt formelsamlingen $n_i = (p_0\, n_0)^{0.5}\, e^{-E_g/2kT}$ = [med $m_e / m = 0.26$, $m_h / m = 0.50$]= $0.53\ 10^{25}\ (T / RT)^{1.5}\ e^{-E_g/2kT}\ m^{-3}$

som med $n_i = 3.9\ 10^{21}\ m^{-3}$ ger

$(T / RT)^{1.5}\ e^{-E_g/2kT} = 7.3\ 10^{-4}$

Iterera : sätt t.ex. T_1=RT i högra ledet av $kT_2 = 0.5\,E_g\,[\ \ln(7.3\ 10^{-4}) + 1.5\ \ln(T/RT)\ ]^{-1}$ o.s.v. => efter några varv till T = 2.6 RT = 780 K.

$2n_i = N_D$ ger p.s.s. T = 720 K.

Anm. Vid uppskattningen av vid vilken temperatur provet börjar visa intrinsiskt beteende har här negligerats att bandgapet minskar något med ökande temperatur.