

Fasta tillståndets fysik F3

FFY 011

TENTAKIT

Datum	Tenta	Lösning	Svar
1999-03-12	x	x	
1999-08-23	x	x	
2000-03-11	x	x	
2001-03-10	x	x	
2002-01-14	x	x	
2003-03-11	x	x	
2004-01-12			
2004-03-13	x	x	
2004-08-24	x	x	
2005-01-10	x	x	
2005-03-19	x	x	
2005-08-23	x	x	
2006-01-09	x	x	

21 februari 2006

TENTAMEN I FASTA TILLSTÅNDETS FYSIK F3

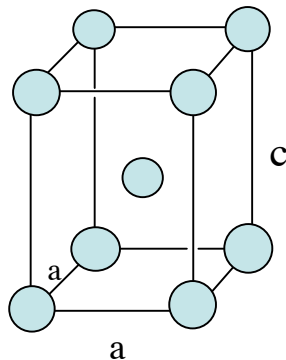
Tid 1999-03-12 845-1245

Lokal mn

Hjälpmedel **Matematiska tabeller, Physics Handbook, TEFYMA, bifogad formelsamling, typgodkänd räknare eller annan räknare i fickformat dock utan inprogrammerad text eller ekvationer av intresse för tentamen. Däremot är det i sin ordning att i räknarens minne ha lagrat värden på naturkonstanter som tex Plancks konstant och elektronmassan.**

Examinator Lars Walldén (772 33 47)

1. Ett grundämne har en struktur som kan beskrivas med nedan visade rymdcentrerade, tetragonala enhetscell där $c = a\sqrt{2} = 4.09 \text{ \AA}$.
 - a) Ange basen om gittret beskrivs med vektorena $\mathbf{a} = (a,0,0)$, $\mathbf{b} = (0,a,0)$ och $\mathbf{c} = (0,0,c)$ (se figur) 1p)
 - b) Ange de reciproka gittervektorerna \mathbf{G}_{hkl} (genom att använda uttryck från formelsamlingen eller annan inhämtad kunskap). 1p)
 - c) Ställ upp ett uttryck för basens strukturfaktor och ange villkoret för att den skall vara skild från noll. 1p)
 - d) Beräkna de tre minsta diffraktionsvinklarna om man utnyttjar röntgenstrålning med våglängden 1.54 \AA . 1p)



- 2.a Härled ett uttryck för dispersionsrelationen $\omega(\mathbf{k})$ för gittervågor på en linjärkedja av ekvidistanta atomer, alla med massan m , om man antar att endast närmsta grannar växelverkar. Avståndet mellan närmsta grannar är a och

- 2p) växelverkan beskrivs med en fjäderkonstant c .
- b) Visa att det för att beskriva atomernas rörelse är tillräckligt att utnyttja ett
- 1p) $\frac{2\pi}{a}$ långt intervall av vågvektorer, t ex $\left(-\frac{\pi}{a}, \frac{\pi}{a}\right)$.
- b) Beskriv kortfattat en experimentell metod för att bestämma $\omega(k)$, dvs fononers dispersion.
- 1p)

3. Utnyttja följande data för Al för att svara på frågorna a-i : 3 värd, fcc struktur med gitterparametern $a = 4.05 \text{ \AA}$, ljudhastighet $= 5110 \text{ m/s}$, $U_{G_{200}} = 0.75 \text{ eV}$.

Om Du vill kan Du redovisa beräkningarna men det är OK att endast ge svaret. Varje rätt besvarad deluppgift belönas med 0.5 p men maximalt ges 4 p.

Ange för Al

- a) Fermivågvektorn i \AA^{-1} .
- b) Tillståndstätheten vid Ferminivån, $N(E_F)$, per atom och eV.
- c) Plasmonenergin i eV
- d) Debye-vågvektorn i \AA^{-1} .
- e) Det minsta avståndet från en betraktad reciprok gitterpunkt till en Brillouin-zongräns i \AA^{-1} .
- f) Brillouin-zonens volym i \AA^{-3}
- g) Den fotonenergi över vilken den optiska reflektiviteten börjar avvika betydligt från 100 %. (i eV)
- h) En fotonenergi vid vilken man kan förvänta sig stark optisk absorption orsakad av direkta optiska övergångar. (i eV)
- i) Hall-koefficienten uträknad med hjälp av frielektronmodellen
4. Man önskar att med P dopning erhålla ett Si prov som vid rumstemperatur har ledningsförmågan $\sigma = 100 \text{ } \Omega^{-1} \text{ m}^{-1}$.

Om Du utnyttjar förenklade, approximativa uttryck så måste detta motiveras.

- a) 1p) Hur stor bör tätheten dopatomer väljas?
- b) 1p) Hur stor är tätheten av hål?
- c) 1p) Var ligger Fermi-nivån?
- d) 1p) Ungefär vid vilken temperatur kommer det dopade provet att övergå från extrinsiskt till intrinsiskt uppförande?

Data som kan vara av intresse:

Energigap: 1.14 eV, $\mu_e = 0.16 \text{ m}^2/\text{vs}$, $\mu_h = 0.05 \text{ m}^2/\text{vs}$, $m_e = 0.26m$, $m_h = 0.50 m$, dopnivån 45 meV under ledningsbandets minimum, n och p enl formel-samlingen.

5. a)1p) Vad menas med Meissnereffekten?
- b) 3p) Visa att man med Londons postulat kan förklara Meissnereffekten.

Lösningar, Tentamen Fasta tillst. 12/3-99

1.
 - a) $R_1=(0,0,0)$, $R_2=a/2(1,1,\sqrt{2})$
 - b) Laues villkor $\Delta\mathbf{k}\cdot\mathbf{a}=2\pi h$, def. en planskara vinkelrät mot \mathbf{a} , planavst. $2\pi/a$
 $\Delta\mathbf{k}\cdot\mathbf{b}=2\pi k$, def. en planskara vinkelrät mot \mathbf{b} , planavst. $2\pi/a$
 $\Delta\mathbf{k}\cdot\mathbf{c}=2\pi l$, def. en planskara vinkelrät mot \mathbf{c} , planavst. $2\pi/c$
 Skärningarna mellan planskaraorna bildar ett 3D punktgitter
 $\Delta\mathbf{k}=\mathbf{G}_{hkl}=2\pi/a(h,k,l/\sqrt{2})$.
 - c) $S=\sum_j f_j e^{-i\mathbf{G}_{hkl}\cdot\mathbf{R}_j} = f(1+e^{-i\pi(h+k+l)}) = 2f$ om $h+k+l =$ jämnt tal och 0 om $h+k+l =$ udda tal.
 - d) $k \sin(\phi/2)=G_{hkl}/2$ där $(G_{hkl})^2 = (4\pi^2/a^2)(h^2+k^2+l^2)$ och $k=2\pi/\lambda$
 De tre minsta $h^2+k^2+l^2$ värdena: $3/2$ (som erhålls för $h,k,l=1,0,1$ och $0,1,1$), 2 och 4 ger med $\lambda=1.54 \text{ \AA}$ de tre minsta diffraktionsvinklarna 38.1° , 44.2° och 64.3° .

2.
 - b) $u_s = u_0 e^{-i(ksa - \omega t)}$ sätt $k=k'+2\pi n/a \Rightarrow u_s = u_0 e^{-i(k'sa - \omega t)} e^{i2\pi ns}$ där

3.

$e^{i2\pi ns} = 1$ eftersom n och s är hela tal. För en godtycklig atom i kedjan, här med nummer s , beskriver k och k' samma svängningsrörelse och således behövs ett endast $2\pi/a$ långt intervall utefter k -axeln för att beskriva alla möjliga svängningar.

3.
 - a) $k_F^3 = 3\pi^2 n$ där $n = N/V = [N=3 \text{ per atom och } 4 \text{ atomer i enhetskuben}]=12/a^3$ som ger $k_F = 1.75 \text{ \AA}^{-1}$.
 - b) $N(E_F) = 3N/2E_F = [N=3N_{at}]=9N_{at}/2E_F = [E_F = 3.81 \cdot 1.75^2 \text{ eV} = 11.65 \text{ eV}] = 0.386 \text{ eV}^{-1} N_{at}$.
 - c) Uttrycket i formelsamlingen ger $E_p = \hbar v_p = 15.8 \text{ eV} \cdot n$
 - d) $(k_D)^3 = 6\pi^2 N_{at}/V$ som ger $k_D = 1.53 \text{ \AA}^{-1}$.
 - e) Kortaste avståndet $= G_{111}/2 = 1.34 \text{ \AA}^{-1}$.
 - f) Brillouin-zonens volym = volymen per punkt i reciproka gittret = [reciproka gittret är ett bcc gitter där enhetskubens kantlängd $= 4\pi/a$ och två punkter per cell] $= 0.5 (4\pi/a)^3 = 14.9 \text{ \AA}^{-3}$.
 - g) Reflektiviteten avtar för fotonenergier större än plasmonenergin (15.8 eV).
 - h) Parallellbandabsorption då fotonenergin $= 2 U_G = 1.5 \text{ eV}$.
 - i) Hall-koefficienten $= -1/ne = -3.5 \cdot 10^{-10} \text{ m}^3/\text{As}$.

4.

Fosfor har 5 valenselektroner \Rightarrow n-dopad halvledare.
 För att se vilka approximationer som ev. är möjliga beräknar vi först σ_j .

Enligt formelsamlingen är $p n = 2.1 \cdot 10^{21} \text{ m}^{-6}$ vid RT för Si. Härav erhålls $n_i = p_i = 4.5 \cdot 10^{15} \text{ m}^{-3}$ och $\sigma_i = 1.5 \cdot 10^{-10} \text{ m}^{-1} \Omega^{-1}$.

$\sigma = 100 \text{ m}^{-1} \Omega^{-1} \gg \sigma_i$ dvs $n \gg n_i$ och $p \ll p_i$ ($p n = \text{konst. ober. av dophalten}$)

$\Rightarrow \sigma = n e \mu_e$ och $n = 3.9 \cdot 10^{21} \text{ m}^{-3}$ som med $p n = 2.1 \cdot 10^{21} \text{ m}^{-6}$

ger $p = 5 \cdot 10^9 \text{ m}^{-3}$ (svar på fråga 4b).

Fermi-nivån μ ur $n = n_0 e^{(\mu - E_g)/kT}$ där $n_0 = [\text{se formelsamlingen}] =$

$(m_e/m)^{1.5} 2.5 \cdot 10^{25} \text{ m}^{-3} = 0.33 \cdot 10^{25} \text{ m}^{-3}$ som ger $\mu = E_g - 6.75 kT = E_g - 0.17 \text{ eV}$ (svar på fråga 4c).

$n = N_D^+ + p = [p \ll n] = N_D^+ = N_D [1 - (e^{(E_d - \mu)/kT} + 1)^{-1}]$ som ger

$N_D = n (1 + e^{(\mu - E_d)/kT}) = [\mu = E_g - 0.17 \text{ eV}, E_g - E_d = 0.045 \text{ eV}] = n (1 + 0.007) = 3.9 \cdot 10^{21} \text{ m}^{-3}$ (svar på fråga 4a).

Provet övergår från extrinsisk karaktär till intrinsisk karaktär då antalet laddningsbärare inte längre domineras av bidraget från dopämnet. Som gräns kan man sätta t.ex. $n_i = N_D$ eller då $n_i + p_i = 2n_i = N_D$.

Enligt formelsamlingen $n_i = (p_0 n_0)^{0.5} e^{-E_g/2kT} = [\text{med } m_e/m = 0.26, m_h/m = 0.50] = 0.53 \cdot 10^{25} (T/RT)^{1.5} e^{-E_g/2kT} \text{ m}^{-3}$

som med $n_i = 3.9 \cdot 10^{21} \text{ m}^{-3}$ ger $(T/RT)^{1.5} e^{-E_g/2kT} = 7.3 \cdot 10^{-4}$

Iterera : sätt t.ex. $T_1 = RT$ i högra ledet av $kT_2 = 0.5 E_g [\ln(7.3 \cdot 10^{-4}) + 1.5 \ln(T/RT)]^{-1}$ o.s.v. \Rightarrow efter några varv till $T = 2.6 RT = 780 \text{ K}$.

$2n_i = N_D$ ger p.s.s. $T = 720 \text{ K}$.

Anm. Vid uppskattningen av vid vilken temperatur provet börjar visa intrinsiskt beteende har här negligerats att bandgapet minskar något med ökande temperatur.

Tentamen fasta tillståndets fysik Aug 1999

1. Då röntgenstrålning våglängden 1.54 Å diffrakteras av ett Al-prov minskar diffraktionsvinkeln med 0.021° när temperaturen höjs från 300K till 700 K för den h,0,0-reflex, som har största möjliga diffraktionsvinkel. (Diffraktionsvinkeln är dubbla Bragg-vinkeln).
 - a) Beräkna gitterparameterns ändring, Δa , pga temperaturhöjningen. Al har fcc-struktur med $a=4.05$ Å. (2p)
 - b) Uppskatta hur stor del av längdutvidgningen för Al som orsakas av att temperaturhöjningen från 300 K till 700 K ger upphov till ett ökande antal vakanser. Vakansbildningsenergin är 0.78 eV. (2p)
2. Beräkna hur den tillförda energin fördelas mellan valenselektroner, vibrationer och vakanser vid en liten temperaturhöjning (en eller annan grad) för Al från en utgångstemperatur av
 - a) 5 K
 - b) 900 K.Vakansbildningsenergin är 0.78 eV. (4p)
3. Figuren nedan visar valenselektronernas bandstruktur, $E(\mathbf{k})$, för Si.
 - a) Vilka av banden (numrerade i figuren för K- Γ riktningen) är besatta med elektroner? (1p)
 - b) Förklara varför just de i a) nämnda banden är fyllda. (1p)
 - c) Varför finns inget energigap mellan band 1 och 2 vid X-punkten?(1p)
 - d) Av bandstrukturen kan man sluta sig till att det inte går att utnyttja Si för att bygga halvledarlasrar. Förklara detta. (1p)
 - e) I vilket våglängdsområde är Si genomskinligt (1p).Totalt max 4p på uppgiften
4. Inför begreppet effektiv bandmassa och visa hur denna varierar med vågvektorn för ett typiskt energiband. (4p)
5. Redogör för Weiss modell för ferromagnetism och Heisenbergs förklaring av det s.k. inre fält som postulerades av Weiss. (4p)

Lösningar, tentamen Fasta tillst. 1999-08-26

1. a) Al har fcc-struktur med $a=4.05$ Å (se Physics Handbook sid 105).

$$2 d \sin\theta = \lambda$$

$$\text{dvs } \sin^2\theta = (\lambda/2a)^2 (h^2 + k^2 + l^2)$$

för fcc är h, k och l alla udda eller alla jämna tal,

dvs för h 0 0 –reflexer är h = 2, 4, 6 ...

$\sin^2\theta < 1$ betyder, med $\lambda= 1.54$ Å, att största möjliga värde på h är 4.

Braggs lag med h= 4 : $a \sin\theta=2 \lambda$

Differentiera $\Delta a \sin\theta + a \Delta\theta \cos\theta = 0$

$$\Delta a = -a \Delta\theta \cot\theta$$

För h =4 ger Braggs lag $\theta = 49.5^\circ$

$$\Delta\theta = [\text{Bragg-vinkeln är halva diffr. vinkeln}] = 0.0105 \text{ radianer}$$

$$\Delta a = 0.036 \text{ \AA}$$

$$b) \Delta l/l = 400 \times 23 \times 10^{-6} = 92 \times 10^{-4}$$

Halten vakanser vid RT försumbar jämförd med halten vid 700 K.

$n/N = e^{-E/kT}$ ger med $E = 0.78 \text{ eV}$ och $T = 700 \text{ K}$ att $n/N = 2 \times 10^{-6}$, dvs så stor är relativa volymändringen p g a vakanserna och längdändringen är 1/3 av detta. Vakansernas bidrag till längdutvidgningen är således försumbart (en tiotusendel ungefär) vid dessa temperaturer.

2. a) $E_v/kT = 1840 \Rightarrow$ försumbart bidrag från vakanserna.
 $\theta = 428 \text{ K}$ för Al (Physics Handbook sid 101), dvs $T \ll \theta$
 Sätt in aktuella storheter formelsamlingens uttryck för elektron- och fononbidragen till värmekapacititeten. Kom ihåg att N i uttrycket för fononbidraget är antalet atomer men i uttrycket för elektronbidraget är N antalet valenselektroner (3 per atom för Al).
 Insättning ger $C_{el} / C_{fon} = 1.4$
- b) $T = 900 \text{ K}$, $C_{fon} \approx 3kN$
 Vakansernas bidrag till inre energin $U_v = n E_v = N E_v e^{-E_v/kT}$ som efter derivering map T ger $C_{vak} = kN (E_v / kT)^2 e^{-E_v/kT}$
 $C_{vak} / C_{fon} = 0.0013$ och $C_{el} / C_{fon} = 0.032$.
3. a och b) 4 valenselektroner per atom och två atomer i cellen dvs 8 elektroner i cellen.
 Det finns plats för 2 el per cell i ett band så de fyra nedersta banden är fyllda vid $T=0$.
- c) X- punkten ligger på det Brillouin- zonplan som är mittpunktsnormalplan till G_{200} . $E_{gap} = 2 S^* V_G$ där V_G är jonpotentialens Fourier-komponent och S^* strukturfaktorn som för diamantstrukturen släcker ut 200- reflexer och eliminerar energigapet vid det Brillouin- zonplan som svarar mot G_{200} .
- d) Bandgapet är indirekt vilket betyder att endast fononassisterade, relativt svaga, optiska övergångar över gapet är möjliga.
- e) Bandgapet är 1.14 eV så ämnet är genomskinligt för fotonenergier mindre än 1.14 eV och i våglängd betyder det $\lambda > 10900 \text{ \AA}$.

TENTAMEN I FASTA TILLSTÅNDETS FYSIK F3

Tid 2000-03-11 14.15 - 18.15

Lokal vv

Hjälpmedel **Matematiska tabeller, Physics Handbook, TEFYMA, bifogad formelsamling, typgodkänd räknare eller annan räknare i fickformat dock utan inprogrammerad text eller ekvationer av intresse för tentamen. Däremot är det i sin ordning att i räknarens minne ha lagrat värden på naturkonstanter som tex Plancks konstant och elektronmassan.**

Examinator Lars Walldén (772 33 47)

1. En stråle elektroner med energin 60 eV infaller vinkelrätt mot en enkristall av Fe (bcc, $a = 2.87 \text{ \AA}$) skuren så att dess yta är parallell med de tätpackade planen, dvs parallell med (110). Beräkna vinkeln mellan ytans normalriktning och de diffrakterade strålar som bildar minsta och näst minsta vinkeln med normalen. Gör t ex så här:

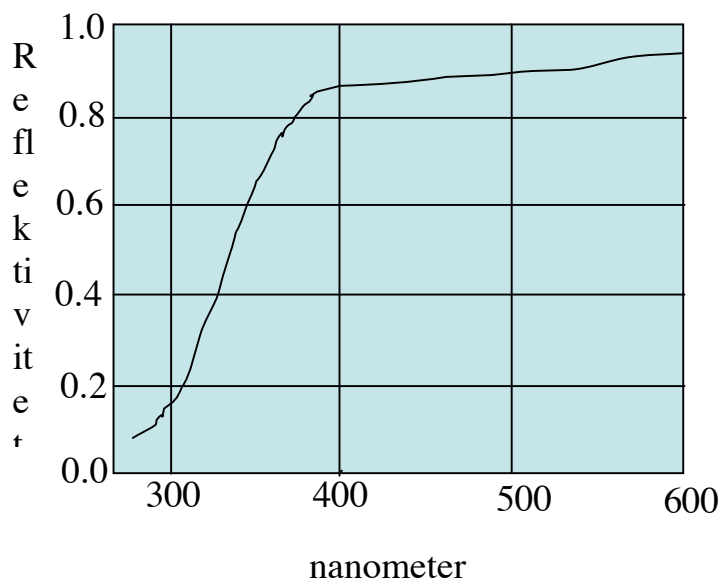
(4 p)

- Rita upp atomernas position i ett (110) plan
- Rita upp eller ange på annat sätt aktuellt reciprokt gitter
- Beräkna de efterfrågade vinklarna

2. Nedanstående figur visar hur reflektionsförmågan, R , vid vinkelrätt infallande ljus beror av våglängden (i nanometer) för metallen kalium.

(2 p)

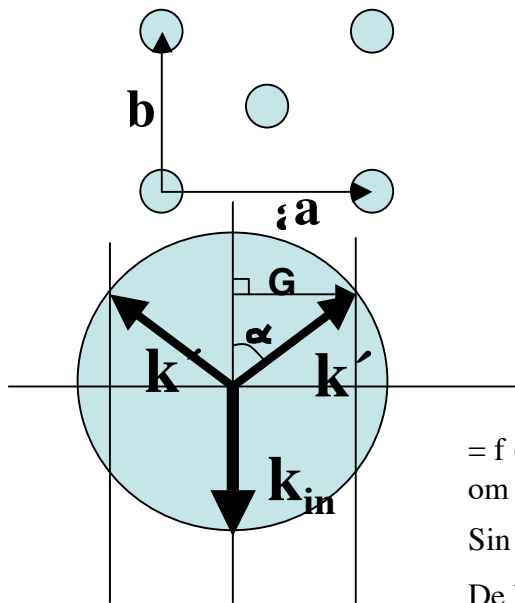
- Förklara kvalitativt våglängdsberoendet.
- Utnyttja kurvan för att bestämma plasmonenergin.



- (2 p) b) Kalcium har fcc struktur med $a = 5.58 \text{ \AA}$. Utgå från att elektronstrukturen beskrivs väl av frielektronmodellen och ange vilket eller vilka Brillouin-zonplan som skär Fermisfären.
3. (2 p) a) Vad menas med "Umklapp-process" och vilken betydelse har den för elektrisk och termisk ledningsförmåga?
- (1 p) b) Hur kan man erhålla information om vakansbildningsenergin i en metall via resistansmätningar?
- (1 p) c) Uppskatta hur ofta en C atom byter plats i en Fe-kristall om denna hålls vid temperaturen 800 K. Du får själv höfta till de parametervärden som behövs och får poäng på uppgiften om dessa inte är orimliga och uppgiften i övrigt är rätt löst.
4. (2 p) a) Redogör för en enkel modell i vilken man med hänvisning till vad som gäller för en väteatom kan uppskatta läget för den energinivå som erhålls i en donatordopad halvledares bandgap.
- (1 p) b) För en halvledare har valensbandets elektroner sin maximala energi vid $k = 0$. För små värden på k är
- $$E(\mathbf{K}) = E_0 \left(e^{-(ak)^2} - 1 \right)$$
- där $E_0 = 3 \text{ eV}$ och $a = 2 \text{ \AA}$. Beräkna kvoten mellan massan för ett hål med $k = 0$ och massan för en fri elektron.
- (1 p) (c) Beräkna ledningsförmågan för ett Si prov som dopats med 10^{22} fosforatomer per m^3 . Det räcker med en enkel räkning om Du motiverar den approximation Du gör.
5. (2 p) (a) Härled uttrycket för det paramagnetiska bidraget till fri-elektron gasens paramagnetiska susceptibilitet.
- (2 p) (b) Hur stort pålagt magnetfält, $\mu_0 H$, behövs för att 51 % av metalljonerna i CuSO_4 skall ha sina magnetiska moment orienterade parallellt med magnetfältet, om saltet hålls vid rumstemperatur (300 K) ?

Lösn tentamen 11/3 00

1. Lågenergetiska elektroner => 2D diffraction. $E=60 \text{ eV}$ ger $k_{in}=3.97 \text{ \AA}^{-1}$.



Gitter: $\mathbf{a} = a \sqrt{2} (1,0) = c (1,0)$
 $\mathbf{b} = a (1,0)$

Bas: $(0, 0)$ och $1/2(c, a)$

Rec gitter: Stavar $\mathbf{A} = 2\pi/c (1, 0)$
 $\mathbf{B} = 2\pi/a (0, 1)$

$\mathbf{G}_{h,k} = h \mathbf{A} + k \mathbf{B}$

Strukturfaktorn $S = f \sum \exp(-\mathbf{G}_{h,k} \cdot \mathbf{R}_i)$
 $= f (1 + \exp(-i\pi (h+k))) = 0$ om $h+k = \text{udda tal}$ och 2
 om $h+k$ är ett jämnt tal.

$\sin \alpha = G/k_{in}$

De kortaste rec gittervektorena med $S \neq 0$ är \mathbf{G}_{11} och

\mathbf{G}_{20} . Längden på dessa ger $\alpha_1 = 42.6^\circ$ och $\alpha_2 = 51.4^\circ$.

2. a) Kalium är en friel.liknande metal med svaga direkta optiska övergångar. Den avtagande reflektiviteten med ökande frekvens avspeglar elektronernas minskande förmåga att röra sig i itakt med fältet tillräckligt mycket för att hindra fältet att tränga in i metallen.

$\epsilon_1 = 1 - (\omega/\omega_p)^2 = N^2$, $R_{vinkelrätt} = |(N-1)/(N+1)|^2$ där $N \approx i k$ för $\omega < \omega_p \Rightarrow R \approx 1$. För $\omega > \omega_p$ är $N \approx n$ vilket ger en liten reflektivitet. R minskar snabbt vid plasmafrequensen.

b) $\lambda_p \approx 340 \text{ nm} \Rightarrow$ plasmonenergin $\approx 3.6 \text{ eV}$.

c) Ca tvåvärd. $K_F = (3 \pi^2 4.2)^{1/3}/a = 6.19/a$. $G_{hkl} = 2\pi/a (h, k, l)$ där h, k, l alla är udda eller alla är jämna tal. Närmsta zonplan på avståndet $G_{111}/2 = 5.44/a$, näst närmsta på avst $G_{200}/2 = 6.28/a$. Endast närmsta zonplanen skärs således av Fermi- sfären.

3. a) Se boken sid 132

b) boken sid 253, 256, 267

c) $N \exp(-E_A/kT)$ med värden på storheterna I intervallen N. 1-6, $h\nu = 10-200 \text{ meV}$, $E_A : 0.1 - 2 \text{ eV}$.

4. a) Se boken sid 284-286

b) $m^* = (\hbar/2\pi)^2 / d^2 E/dk^2$; $\frac{d^2 E}{E_0 dk^2} = (4a^4 k^2 - 2a^2) \exp(-a^2 k^2) = -2a^2$ för $k=0$.

För hålet $m_h^* = -m_e^* = (\hbar/2\pi)^2 / (2a^2 E_0) = 0.32 m$.

c) $N_D \gg n_i$. Fosfor donator. Formelsamlingen ger $pn = 2.1 \cdot 10^{31} \text{ m}^{-6}$, $n \approx N_D \Rightarrow \sigma = 300 \text{ 1/Ohm m}$.

5. a) Se boken sid 151

b) Cu^{+2} $S = 1/2$ $N_2/N_1 = \exp(-2\mu_B\mu_0H/kT) = 49/51$, som ger $\mu_0H = 8.8$ T.

TENTAMEN I FASTA TILLSTÅNDETS FYSIK F3

Tid 2001-03-10 fm

Lokal V

Hjälpmedel **Matematiska tabeller, Physics Handbook, TEFYMA, bifogad formelsamling, typgodkänd räknare eller annan räknare i fickformat dock utan inprogrammerad text eller ekvationer av intresse för tentamen. Däremot är det i sin ordning att i räknarens minne ha lagrat värden på naturkonstanter som tex Plancks konstant och elektronmassan.**

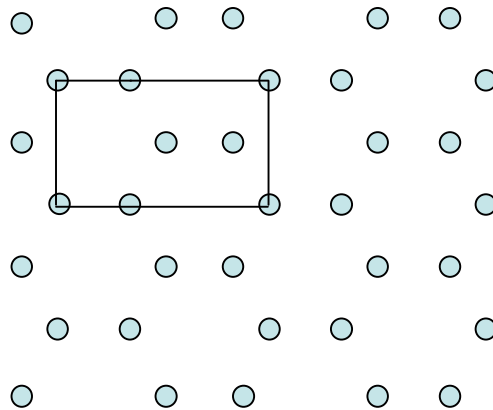
Examinator Lars Walldén (772 33 47)

1. Beräkna den största diffraktionsvinkeln (dvs vinkeln mellan infallande och diffrakterad stråle) då elektroner med energin 63 eV infaller vinkelrätt mot ett atomlager grafit. Atomerna i lagret är ordnade enligt nedanstående figur. Avståndet mellan närläggna atomer är 1.42 Å. Om Du delar upp lösningen i följande steg så får Du poäng på deluppgifterna.

a) 1 p Ange basen om man väljer ett gitter med den markerade cellen.

b) 1 p Rita en figur som visar det reciproka gittret

c) 2 p Beräkna den efterfrågade vinkeln och visa att basens strukturfaktor är skild från noll för den aktuella reflexen.



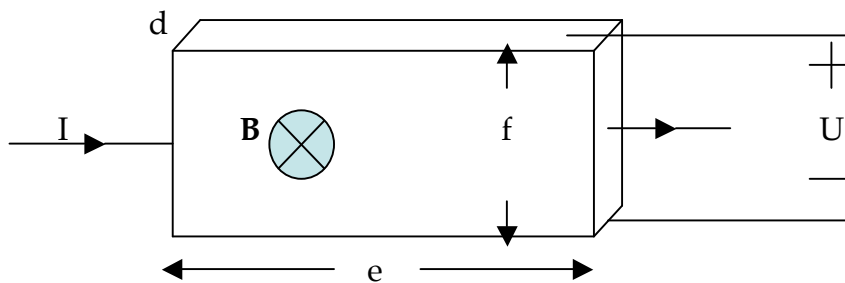
2 a) Förklara vad som menas med periodiska randvillkor och visa att tillståndstätheten i k-rummet är $V/8\pi^3$ där V är den betraktade volymen.

b-d) Om endast närmsta grannar växelverkar erhålls dispersionsrelationen

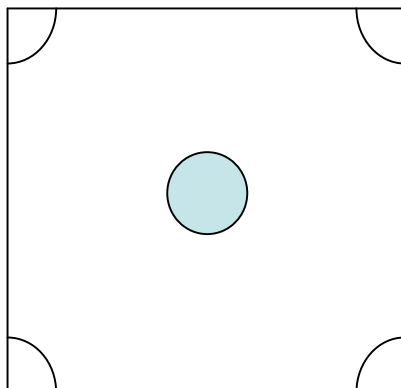
$$\omega = \omega_{\max} \left| \sin k \frac{a}{2} \right|$$

för vågor som beskriver atomernas svängningar på en linjär kedja av ekvidistanta atomer. Avståndet mellan närmsta grannar är a.

- b) Visa att det räcker med ett $2\pi/a$ långt intervall av k -axeln för att beskriva alla möjliga svängningar.
1 p
- c) Derivering av dispersionsrelationen ger att $d\omega/dk = 0$ för $k = \pi/a$.
1 p Förklara varför detta är rimligt.
- d) Kedjan är 1 cm lång, $a = 3 \text{ \AA}$ och $\omega_{\max} = 10^{13} \text{ rad/s}$. Hur många longitudinella vågor på kedjan har sin frekvens i intervallet mellan $2 \cdot 10^{11} \text{ rad/s}$ och $3 \cdot 10^{11} \text{ rad/s}$.
1 p
- 3 a) En ström, $I = 1 \text{ A}$, leds genom en zinkplatta som befinner sig i ett magnetfält, $B = 2 \text{ Vs/m}^2$, riktat vinkelrätt mot plattan (se figur). Utnyttja frielektron modellen för att beräkna spänningen U (se figur). Plattans kantlängder är $d = 0,1 \text{ cm}$, $e = 2 \text{ cm}$ och $f = 1 \text{ cm}$. Zink har hcp struktur med $a = 2,66 \text{ \AA}$ och $c/a = 1,85$.
2 p



- b) För bl a Zn ger frielektronmodellen fel värde, tom fel tecken, på Hallkoefficienten. Förklara detta i kvalitativa termer genom att visa att elektroner, som befinner sig i en periodisk potential, kan röra sig drastiskt olika i ett magnetfält beroende på elektronernas energi och k -vektor. För att ge exempel kan Du utnyttja nedanstående figur som visar linjer för konstanta energier ($E_2 > E_1$) i 1:a Brillouin-zonen för en 2D kristall med kvadratisk gitter.
2 p



- 4 a) Man vill dopa ett Si prov så att Fermi-nivån hamnar 0.85 eV över valensbandets maximala energi. Föreslå ett lämpligt dopämne och beräkna lämplig dophalt, provets ledningsförmåga samt tätheten hål i provet. För Si är $E_{\text{gap}} = 1.14 \text{ eV}$, $\mu_e = 0.16 \text{ m}^2/\text{Vs}$, $\mu_h = 0.05 \text{ m}^2/\text{Vs}$, $m_e = 0.26 m$, $m_h = 0.5 m$. I Physics H. (T-7.6) ges dopnivån i Si för ämnen av intresse. Temperatur: 300 K.
- 3 p
- b) Vad menas med direkt respektive indirekt bandgap?
1 p.
5. Härled ett uttryck för den magnetiska susceptibiliteten för ett salt av en övergångsmetall vars joner har $S = 1/2$ och utnyttja uttrycket för att redogöra för Weiss modell för ferromagnetism.

Lösn tentamen 10/3 01

1. $d=1.42 \text{ \AA}$; $a = (3d, 0)$, $b = (0, d\sqrt{3})$, Gitter: $r_{mn} = m a + n b$, Bas: $R_1 = (0, 0)$, $R_2 = (d, 0)$, $R_3 = d/2 (3, \sqrt{3})$, $R_4 = d/2 (5, \sqrt{3})$
 Reciprokt gitter: Stavar med $A = 2\pi/(3d)(1, 0)$, $B = 2\pi/(d\sqrt{3})(0, 1)$; $G_{hk} = h A + k B = 2\pi/d (h/3, k/\sqrt{3})$
 Strukturfaktorn $S_{hk} = f \sum \exp(-i G_{hk} \cdot R_j) = f (1 + \exp(-i(2\pi h/3)) + \exp(-i2\pi(h/2 + k/2)) + \exp(-i2\pi(5h/3 + k/2)))$
 Största diffr vinkel erhålls för minsta $|G_{hk}|$ som ger $S_{hk} \neq 0$.
 Insättning ger $S_{10} = S_{01} = 0$ men att $S_{11} \neq 0$
 $G_{11} = 2\pi/d (1/3, 1/\sqrt{3})$ och $G_{11} = 4\pi/3d$; $\sin(180 - \phi) = G_{11}/k$, där k erhålls ur $E (i \text{ eV}) = 3.81 k^2$ (k i \AA^{-1}), dvs $k = (63/3.81)^{1/2}$; $\Rightarrow \phi = 133.5^\circ$.
- 2.d) $\omega = \omega_m \sin(ka/2)$; 1D: $N_k = L/2\pi$; $N(\omega) d\omega = N_k 2 dk$ (tvåan pga att det finns ett intervall dk med frekvenser i intervallet mellan ω och $\omega + d\omega$ för både negativa och positiva k -värden).
 Antalet våglösningar med frekvenser mellan ω_1 och $\omega_2 = \int N(\omega) d\omega$ integrerad mellan ω_1 och $\omega_2 = L/\pi \int dk$ integrerad mellan k_1 och $k_2 = L/\pi(k_2 - k_1) = (L/\pi) (2/a) (\arcsin \omega_1/\omega_m - \arcsin \omega_2/\omega_m) = [\text{här } \arcsin \alpha \approx \alpha] = [2 L (\omega_2 - \omega_1)] / (\pi a \omega_m) = 2.1 \cdot 10^5$
- 3 a) $F_B = q v B$ och $F_E = q E = q U / f$, krafterna motriktade och de är lika stora om $U = v B f = [I = j d f = n q v d f] = I B / (n q d)$
 Enhetscellen $V = \sqrt{3} a^2 c / 2$. Det finns 2 atomer med vardera 2 valenselektroner $\Rightarrow n =$
 $=$
 $= 8 / (\sqrt{3} a^2 c)$ och $U = 9.4 \cdot 10^{-8} \text{ V}$
- 4, a) RT : $n_p = 2.1 \cdot 10^{31} \text{ m}^{-6}$ enl formelsamlingen
 $n = n_0 \exp [(\mu - E_G) / kT]$ där $\mu = 0.85 \text{ eV}$, $E_G = 1.14 \text{ eV}$, $n_0 = 2 [(2 \pi m_e k T) / h^2]^{3/2}$

Enligt formelsamlingen: $m_e = 1 \Rightarrow n_0 = 2.5 \cdot 10^{25} \text{ m}^{-3}$: För $m_e = 0.26$ är då

$$n_0 = 0.26^{3/2} \cdot 2.5 \cdot 10^{25} \text{ m}^{-3} = 0.33 \cdot 10^{25} \text{ m}^{-3}$$

$$\Rightarrow n = 4.4 \cdot 10^{19} \text{ m}^{-3} \text{ och } p = 4.8 \cdot 10^{11} \text{ m}^{-3}$$

$$\sigma = n e \mu_e + p e \mu_h = 1.1 \Omega^{-1} \text{ m}^{-1}$$

Laddningsbalans: $n = p + N_D^+ = p + N_D (1 - 1 / (1 + \exp[(E_G - E_A - \mu)/kT]))$

Möjligt dopämne : P. För P är dopnivåns bindningsenergi 0.045 eV enl Physics

Handbook, som med $\mu = 0.85 \text{ eV}$ ger att $N_D^+ \approx N_D$. Eftersom $p \ll n$ behövs en dophalt på $4.4 \cdot 10^{19} \text{ m}^{-3}$.

TENTAMEN I FASTA TILLSTÅNDETS FYSIK F3

Tid 2002-01-14 f

Lokal M

Hjälpmedel Matematiska tabeller, Physics Handbook, TEFYMA, bifogad formelsamling, typgodkänd räknare eller annan räknare i fickformat dock utan inprogrammerad text eller ekvationer av intresse för tentamen. Däremot är det i sin ordning att i räknarens minne ha lagrat värden på naturkonstanter som tex Plancks konstant och elektronmassan.

Examinator Lars Walldén (772 33 47)

1. Vid upptagning av ett Laue- diffraktogram infaller vit röntgenstrålning (dvs strålning med ett brett och kontinuerligt spektrum av våglängder) vinkelrätt mot en Fe(100) kristall. Beräkna vinkeln, α , mot normalriktningen till provet för en av de diffrakterade strålarna. Provet är så tjockt att endast bakåtdiffrakterade strålar observeras, dvs reflexer vars diffraktionsvinkel är större än 90° . Välj vilken reflex Du vill som ger $\alpha \neq 0$. Indicera reflexen och ange för vilken våglängd den erhålls. Fe har bcc- struktur med $a = 2.87 \text{ \AA}$.
2. a) Härled ett uttryck för dispersionen, $\omega(k)$, för vågor som beskriver vibrationsrörelsen för en linjär kedja av ekvidistanta atomer (atomavstånd = a) alla av samma slag (atommassan = m). Du kan utgå från att endast närmsta grannar växelverkar (kraftkonstant = c). Ställ upp rörelseekvationen för en atom, ansätt en lämplig våglösning osv. (2 p)
b) Om Du ovanstående uppgift (dvs uppgift 2 a) framgår att endast vågor vars frekvens understiger en viss frekvens fortplantas av kedjan. Beskriv den vågrörelse som erhålls om man försöker fortplanta vågor med högre frekvens, tex genom att tvinga atomen i en av kedjans ändar att svänga med en högre frekvens. Du belönas med 1p om Du beskriver rörelsen kvalitativt i ord men ett uttryck som beskriver rörelsen belönas med 2p. (2 p)
3. Den elektriska konduktiviteten för en ren metall ökar vid låga temperaturer starkt med minskande temperatur ($\sigma \propto T^{-5}$). Vad är det för inelastiska kollisioner som begränsar ledningsförmågan? (1 p)
a) Förklara kvalitativt det starka temperaturberoendet vid låga temperaturer. (1 p)
b) I 1D- fallet väntar man sig att ett grundämne med en atom per gitterpunkt är ledare eller isolator beroende på antalet valenselektroner per atom. Förklara detta så detaljerat Du kan. (2p)
4. a) Ett Ge -prov innehåller donatoratomer med en så hög halt att medelavståndet mellan dessa är lika stort som dubbla banradien för elektroner i dopnivån. Beräkna dophalten (kvoten mellan antalet dopatomer och antalet Si atomer) och gör en uppskattning av den temperatur över vilken provet förväntas uppvisa intrinsisk ledning. (3p) b) Ange en för

tekniska tillämpningar väsentlig skillnad mellan elektronstrukturen för Si och GaAs. (1 p)

5. a) Rita figurer och diagram som visar hur domänstrukturen och magnetiseringen M , för ett enkristallint prov av Fe påverkas av ett magnetfält pålagt i en riktning som A) sammanfaller med en för domänerna karakteristisk magnetiseringsriktning och B) avviker från en sådan riktning. (2p)
 b) Härled ett uttryck för elektrongasens paramagnetiska susceptibilitet. (2p)

Lösningar 14/1-02

Uppgift 1.

Lösning I: rita och räkna. Rita i rec. gittret in k_{in} så att spetsen träffar en punkt och välj en reflex som tar sig ut ur kristallen. Reciproka gittret är ett fcc-gitter med gitterp $=4\pi/a$. Rita in en k -vektor så att dess spets träffar en pkt i den enhetscell Du ritar, t ex det främre, nedre högra hörnet. Du ser då att t ex en reciprok gittervektor från detta hörn till mittpunkten på enhetscellens vänstra sidyta resulterar i en diffrakterad stråle med en diffraktionsvinkel större än 90° . Med den infallande strålen i x - riktningen så att $k = 2\pi/\lambda (1, 0, 0)$ så är den reciproka gittervektorn $G_{-2, 1, 1} = 2\pi/a (-2, 1, 1)$. Tre andra strålar indicerade $-2, -1, 1, -2, 1, -1$ och $-2, -1, -1$ har samma diffraktionsvinkel.

$$k_{in} = k_{ut} = x$$

$$\text{Pythagoras sats ger } (4\pi/a - x)^2 + (2\pi\sqrt{2}/a)^2 = x^2$$

$$x = 3\pi/a \text{ och } \cos\alpha = (4\pi/a - x)/x = 1/3$$

$$\alpha = 70.5^\circ$$

$$\text{reflex: } -2, 1, 1$$

$$\lambda = 2\pi/x = 2a/3 = 1.91 \text{ \AA}$$

Lösning II: räkna

$$\underline{k}_{ut} = \underline{k}_{in} + \underline{G}_{h,k,l} \dots 1$$

$$k_{in} = k_{ut} \dots 2$$

$$\text{kvadrera ekv. 1 och 2} \Rightarrow 0 = 2 \underline{k}_{in} \cdot \underline{G}_{h,k,l} + G_{h,k,l}^2$$

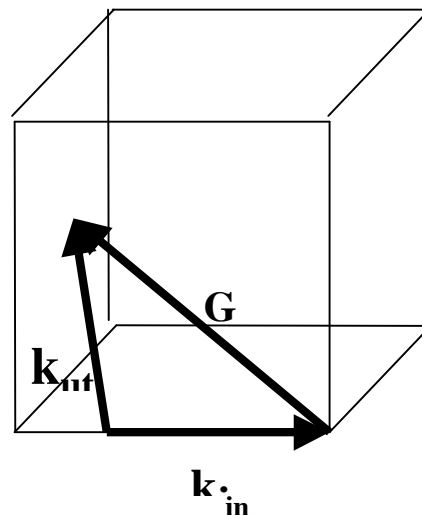
som med $\underline{k}_{in} = 2\pi/\lambda (1, 0, 0)$ och $\underline{G}_{h,k,l} = 2\pi/a (h, k, l)$ ger

$$0 = 2h/\lambda + (h^2 + k^2 + l^2)/a \dots 3$$

$$3 \text{ insatt i ekv. 1} \Rightarrow \underline{k}_{ut} = 2\pi/a (h - (h^2 + k^2 + l^2)/2h, k, l)$$

Reflexen i bakåtriktningen om $h - (h^2 + k^2 + l^2)/2h < 0$, som gäller t ex för $h, k, l = -2, 1, 1$.

$\underline{G}_{-2, 1, 1}$ ger $\underline{k}_{ut} = 2\pi/a (h - (h^2 + k^2 + l^2)/2h, k, l) = 2\pi/a (-0.5, 1, 1)$ som bildar 70.5° med normalen och ger $\lambda = 2\pi/k_{ut} = 2a/3 = 1.91 \text{ \AA}$.



Uppgift 4

Ge: $a=5.66 \text{ \AA}$, $E_g = 0.67 \text{ eV}$, $m_e = 0.12$, $m_h = 0.32$, $\epsilon_r = 16$.

Uttrycket för Bohr-radialen där ϵ_0 ersatts med $\epsilon_r \epsilon_0$ och massan med effektiva elektronmassan $m_e m$ ger banradialen $r = (16/0.12) 0.53 \text{ \AA} = 70.7 \text{ \AA}$. För att räkna ut tätheten kan man placera dopatomerna i ett regelbundet mönster t.ex. fcc-ordning. Med a_{dop} = gitterparametern för dopatomerna erhålls då $4r = a_{\text{dop}} \sqrt{2}$ och en täthet $4/(a_{\text{dop}})^3 = 5 \cdot 10^{23} \text{ m}^{-3}$. Tätheten Ge atomer är $8/5.66^3 \text{ \AA}^{-3} = 4.4 \cdot 10^{28} \text{ m}^{-3}$ dvs halten dopatomer är c:a en på hundra tusen.

För en grov uppskattning av hur hög temperaturen behöver vara för att egenledningen ska ha betydelse antar vi att alla dopatomerna är joniserade och räknar ut vid vilken temperatur det finns lika många elektroner i en ren halvledare. (Man skulle kanske hellre räkna ut vid vilken temperatur det finns lika många laddningsbärare i den rena halvledaren, dvs summera antalet elektroner och hål i den.)

Insättning i uttrycket för tätheten elektroner i en ren halvledare ger

$4.2 \cdot 10^{20} T^{3/2} e^{-3900/T} = 5 \cdot 10^{23}$ som kan omskrivas $T = 3900/(1.5 \ln T - 7.09)$. Iteration ger att $T = 1130 \text{ K}$.

Tentamen Fasta tillståndets fysik vt03

1. En röntgenstråle infaller mot en Al(100) kristall längs dess $[\bar{1} 0 0]$ - riktning dvs $\mathbf{k} = \frac{2\pi}{\lambda} (-1, 0, 0)$. Al har fcc- struktur (d v s fcc-gitter med en atom per gitterpunkt) med gitterparametern 4.05 Å.
- (2p) a) För vilken våglängd erhålls en 4 2 0 -reflex?
- (2p) b) För hur många andra diffrakterade strålar erhållna vid samma våglängd som i uppgift 1 a) är diffraktionsvinkeln densamma som för 4 2 0- reflexen? Indicera dessa reflexer (dvs ange h k l för reflexerna).
2. a) Härled ett uttryck för gittervågors dispersion, $\omega(\mathbf{k})$, för en linjär kedja av lika och ekvidistanta atomer med växelverkan endast mellan närmsta grannar:
- (2p) b) Utnyttja Debye- modellen och att ljudhastigheten i koppar är 3800 m/s för att uppskatta den högsta fononenergin, $\hbar\omega_D$, i koppar. Ge svaret i meV. Cu har fcc- struktur med gitterparametern 3.60 Å.
3. a) Visa att elektriska ledningsförmågan för en metall i ett stationärt fält kan skrivas
- (1 p) $\sigma = ne^2\tau/m$, där n är tätheten valenselektroner, m elektronmassan och τ den genomsnittliga tiden mellan inelastiska kollisioner.
- b) Beräkna vågvektor- ändringen i det pålagda fältets riktning, Δk_E , då ett Al- prov leder ström och det elektriska fältets styrka är 10 V/m. Provet är vid rumstemperatur och Al har då resistiviteten $2.6 \cdot 10^{-8} \Omega\text{m}$. Du kan betrakta Al som en frielektrongasliknande metall.
- (1p)
- c) Vad är en Umklapp- process? Beskriv kortfattat något sammanhang där sådana
- (2p) processer har betydelse.
4. a) För vilka temperaturer kan ett Si prov, som innehåller 10^{19} donatoratomer/ m^3 ,
- (3p) förväntas uppvisa intrinsisk konduktivitet? För Si är energigapet 1.14 eV.
- b) I ett energiband $E(\mathbf{k}) = E_0 - 3.8 k^2$ (k är i Å^{-1} och E i eV) finns en tom plats vid
- (1p) $k = 0.1 \text{ Å}^{-1}$. Ange dispersionen $E(\mathbf{k})$ för ett band med en enda partikel som beträffande ledningsegenskaper är ekvivalent med bandet med en tom plats. Ange också partikelns laddning och effektiva massa.
5. a) (2p) Härled ett uttryck för elektrongasens paramagnetiska susceptibilitet.
- b) (2p) Redogör för Meissner-effekten och Londons förklaring av den.

Lösning Tenta 15/3 -03

1. $\mathbf{k} = \frac{2\pi}{\lambda} (-1, 0, 0)$, och $\mathbf{G}_{hkl} = \frac{2\pi}{a} (h, k, l)$

$\mathbf{k}' = \mathbf{k} + \mathbf{G}_{hkl} \dots$ (1) och $k' = k \dots$ (2)

(1) ger $\mathbf{k}' = 2\pi (h/a - 1/\lambda, k/a, l/a)$

(2) ger då $\frac{2\pi}{\lambda} = |2\pi (h/a - 1/\lambda, k/a, l/a)|$

$\lambda = 2ha/(h^2 + k^2 + l^2) = [h=4, k=2, l=0] = 0.4 a = 1.62 \text{ \AA}$.

b) Uttrycket för λ visar att våglängden är densamma för 4 2 0, 4 0 2, 4 0 2 och 4 0 2.

Diffraktionsvinkeln erhålls ut ex ur $k' \cos \phi = \mathbf{k}' \cdot (-1, 0, 0)$

där $\mathbf{k}' \cdot (-1, 0, 0) = 2\pi(-h/a + 1/\lambda)$, som innebär att endast h är av betydelse, dvs diffraktionsvinkeln är lika för alla de fyra reflexerna.

(Lämpligen ritar man en figur som visar de olika k-vektoreorna insatta i det reciproka gittret för att övertyga sig om resultatet eller för att komma fram till det.)

2. b) $N = \frac{V}{8\pi^3} (4\pi k_D^3/3)$; $k_D = (6\pi^2 N/V)^{1/3}$ där $N/V = 4/a^3$, som ger $k_D = 6.19/a$

$\omega_D = v k_D$, som med $v = 3800 \text{ m/s}$ ger $\hbar\omega_D = 43 \text{ meV}$.

3. $\hbar d\mathbf{k}/dt = -e\mathbf{E} \Rightarrow \Delta\mathbf{k} = -e \mathbf{E} \tau / \hbar$, som med $\sigma = n e^2 \tau / m$ ger

$\Delta k_E = - (e E m \sigma) / (n e^2 \hbar) = 115 \text{ m}^{-1}$.

4 a) $n_p = n_0 p_0 \exp(-E_g/kT)$ sätt $T_0 = \text{rumstemp} = 300 \text{ K}$

$n_0(T) = n_0(T_0) (T/T_0)^{3/2}$

$p_0(T) = p_0(T_0) (T/T_0)^{3/2}$

$(n_i(T) p_i(T)) / (n_i(T_0) p_i(T_0)) = (T/T_0)^3 \exp(-E_g/kT) \exp(E_g/kT_0)$

För intrinsiskt beteende $n_i(T) \approx 10^{19} \text{ m}^{-3}$

$n_i(T) = (n_i(T_0) p_i(T_0))^{1/2} (T/T_0)^{3/2} \exp(-E_g/kT) \exp(E_g/kT_0)$

Formelsamlingen: $n_i(T_0) p_i(T_0) = 2.1 \cdot 10^{31} \text{ m}^{-6}$

$10^{19} = (2.1 \cdot 10^{31})^{3/2} (T/T_0)^{3/2} \exp[(E_g/2kT_0)(1 - (T_0/T))]$

$E_g/2kT_0 = 22,0$

$7.69 = 1.5 \ln(T/T_0) + 22 (1 - (T/T_0))$ eller $1 - (T/T_0) = (7.69 - 1.5 \ln(T/T_0))/22$

Iterera $T_1 = T_0$ ger $1 - T_0/T_2 = 7.69/22$ dvs $T_2 = 462 \text{ K}$ som ger $T_3 = 441 \text{ K}$ och $T_4 = 443 \text{ K}$

b) Positivt laddad partikel med positiv massa och $E = E_0 - 3.81 k^2$ betyder med E i eV och k i \AA^{-1} att massan är den fria elektronens massa.

TENTAMEN I FASTA TILLSTÅNDETS FYSIK F3

Tid: 2004-03-13 kl. 14.15-18.15

Lokal: VV

Hjälpmedel: Matematiska tabeller, Physics Handbook, TEFYMA, bifogad formelsamling, typgodkänd räknare eller annan räknare i fickformat dock utan inprogrammerad text eller ekvationer av intresse för tentamen. Däremot är det i sin ordning att i räknarens minne ha lagt värden på naturkonstanter som t ex Plancks konstant och elektronmassan.

Examinator: Mats Jonson (772 3188)

1. En stråle infaller vinkelrätt mot och diffrakteras av en Cu(100) kristall (dvs en Cu kristall skuren så att dess yta är parallell med (100) plan). Cu har fcc struktur och gitterparametern är 3,60 Å.
 - a) Strålen utgörs av elektroner med en välbestämd energi. Vilken minsta elektronenergi krävs för att erhålla diffrakterade strålar som är nära parallella med provytan? Hur många sådana strålar erhålles? (2p)
 - b) Strålen är en röntgenstråle. Vilken är den största våglängd som ger upphov till diffraktion i bakåtriktningen (dvs $2\Theta > \pi/2$ om spridningsvinkeln är 2Θ)? (2p)
- 2.a) Redogör för Einsteins modell för en fast kropps värmekapacitivitet och förklara varför modellen ger fel temperaturberoende vid låga temperaturer. (2p)
 - b) Cu har en Debye-temperatur på 345 K. Hur stor är gittersvängningarnas kortaste våglängd enligt Debye-modellen om våghastigheten sätts lika med ljudhastigheten (3800 m/s)? (2p)
- 3.a) Vilken är den minsta fotonenergi som kan ge upphov till direkta optiska övergångar i Na? Na har bcc struktur med gitterparametern 4,23 Å. Du kan betrakta valenselektronerna som en frielektronogas, dvs bortse från energigapen vid Brillouinzonens gränssytor. (3p)
 - b) Förklara kortfattat vad en plasmon är och härled ett uttryck för dess frekvens. (1p)
- 4.a) Uppskatta hur många gånger fler laddningsbärare (hål+elektroner) det finns vid rumstemperatur i kisel dopat med 1 ppm P än i rent Si vid samma temperatur. (2p)
 - b) Beräkna Fermi-nivåns läge i bandgapet i de två fallen i deluppgift a) (odopat och dopat kisel). Motivera de approximationer Du gör. (2p)
5. Välj att svara på *en* av följande två alternativa uppgifter:

Antingen: Redogör för Weiss modell för ferromagnetism. Visa hur man beräknar $M(T)$ för $T < T_c$ och susceptibiliteten för $T > T_c$. (4p)

Eller: Beskriv kortfattat två olika metoder att på experimentell väg få information om energigapet i en supraledare samt beskriv skillnaden mellan typ I och typ II supraledare. (4p)

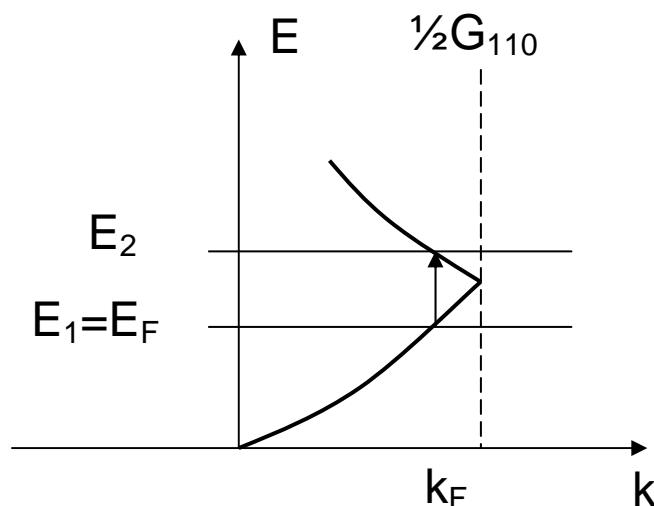
Lösningsskisser. Fasta tillståndets fysik F3 2004-03-13

1. a) Det är en god approximation att anta att elektronerna bara växelverkar med det översta atomlagret. Om kantlängden i den konventionella fcc enhetscellen är a , så bildar en (100)-yta ett kvadratisk gitter med kantlängden $a/\sqrt{2}$. I reciproka rummet får vi då ett kvadratisk stavmönster med kantlängd $2\pi\sqrt{2}/a$. Vi gör en Ewaldkonstruktion. Från en given stav är avståndet till de fyra närmaste stavarna lika, därför får vi fyra diffrakterade strålar. Avståndet är $2\pi\sqrt{2}/a$, varför diffraktionsvillkoret är $k > 2\pi\sqrt{2}/a$. Med $E(\text{eV})=3,81 [k(\text{Å}^{-1})]^2$ får vi med $a=3,60 \text{ Å}$, $E > 23,2 \text{ eV}$.

1. b) Röntgenstrålningen växelverkar däremot med hela gittret. Cu är fcc dvs det reciproka gittret är bcc. Diffraktionsvillkoret är $\mathbf{k}_{\text{ut}} = \mathbf{k}_{\text{in}} + \mathbf{G}_{\text{hkl}} = -2\pi/\lambda(1,0,0) + 2\pi/a(h,k,l)$ där h,k,l alla är udda eller jämna tal. För att diffraktion skall ske i bakåtriktningne krävs att $h/a > 1/\lambda$ eller ekvivalent $\lambda/a > 1/h$. Eftersom $|\mathbf{k}_{\text{ut}}| = |\mathbf{k}_{\text{in}}|$ får vi $|-2\pi/\lambda(1,0,0)| = |2\pi(h/a - 1/\lambda, k/a, l/a)|$ eller $(1/\lambda)^2 = (h/a - 1/\lambda)^2 + (k/a)^2 + (l/a)^2$. Lös ut $\lambda/a = 2h/(h^2 + k^2 + l^2)$. Pröva $hkl=111$, då blir $\lambda/a=2/3$. Men kravet var att $\lambda/a > 1/h=1$. Pröva $hkl=200$, då blir $\lambda/a=1 > 1/h=1/2$ så OK. Pröva $hkl=311$, då blir $\lambda/a=6/11 > 1/3$ så OK. För $hkl=220$ blir $\lambda/a=4/8=1/2$, gränsfall. Etc. Största våglängden för 200 reflexen: $\lambda=a=3,60 \text{ Å}$.

2. b) I Debye-modellen är $\omega = vk$ och $\omega < \omega_D$. Då $(h/2\pi)\omega_D = k_B\Theta_D$ blir $k_D = \omega_D/v = k_B\Theta_D/2\pi/hv = 2\pi/\lambda_D$ och alltså $\lambda_D = hv/k_B\Theta_D = 5,3 \text{ Å}$.

3. a) Fermivågektorn $k_F = (3\pi^2 N/V)^{1/3}$. Na har bcc-struktur och en valenselektron per atom, dvs $N/V = 2/a^3$. Insättning ger $k_F = 0,91 \text{ Å}^{-1}$. Reciproka gittret är fcc. Avståndet från origo till närmaste Brillouinzongräns är $1/2|\mathbf{G}_{110}|$. Minsta fotonenergin svarar mot att en elektron exciteras från ett fyllt tillstånd med energi $E_1(\text{eV}) = E_F(\text{eV}) = 3,81 [k_F(\text{Å}^{-1})]^2$ till ett ledigt tillstånd med energin $E_2(\text{eV}) = 3,81 [(k_F - G_{110}) (\text{Å}^{-1})]^2$. I det reducerade zonschemat är vågvektorerna för de två tillstånden lika. $G_{110} = |2\pi/a(1,1,0)| = 2,07 \text{ Å}^{-1}$. Insättning ger fotonenergin som $E_2 - E_1 = 2,0 \text{ eV}$.



4. a) För rent Si har vi att $np = n^2 = n_0 p_0 \exp(-E_g/k_B T)$. Formelsamlingen ger att $np = 2,1 \cdot 10^{31} \text{ m}^{-6}$ vid rumstemperatur och därmed att $n = p = 4,6 \cdot 10^{15} \text{ m}^{-3}$. Med 1 ppm P finns en P-dopatom per 10^6 Si-atomer. Si har fcc-struktur med en bas av 2 atomer, alltså har vi 8 atomer/konv enhetscell. Tätheten blir då $N_D = 10^{-6} \cdot 8 / (5,43 \text{ Å})^3 = 5,0 \cdot 10^{22} \text{ m}^{-3}$. Vid rumstemperatur är det för

en uppskattning rimligt att anta att varje dopatom är joniserad, dvs $n \sim N_D = 5,0 \cdot 10^{22} \text{ m}^{-3}$ och att $n \gg p$. Alltså ca fem miljoner gånger fler laddningsbärare efter dopning.

4.b) Allmänt gäller att $p = p_0 \exp(-\mu/k_B T)$ och $n = n_0 \exp((\mu - E_g)/k_B T)$.

I det odopade fallet är $n = p$ vilket leder till att $\mu = E_g/2 + (k_B T/2) \ln(p_0/n_0)$. Höger led kan skrivas som $E_g/2 + (3k_B T/4) \ln(m_h/m_e) = E_g/2 + 0,75 \cdot 0,025 \text{ (eV)} \ln(0,50/0,26) = E_g/2 + 0,01 \text{ (eV)} \sim E_g/2$ där $E_g = 1,11 \text{ eV}$.

Med dopning enligt ovan är dophalten mycket högre än den intrinsiska halten av elektroner och hål. Alltså är $n \sim N_D = 5,0 \cdot 10^{22} \text{ m}^{-3}$ (kontroll: $np = 2,1 \cdot 10^{31} \text{ m}^{-6}$ dvs $p = 2,1 \cdot 10^{31} / 5,0 \cdot 10^{22} = 4,2 \cdot 10^8 \text{ m}^{-3} \ll N_D$). Fermivån fås ur uttrycket $n = n_0 \exp((\mu - E_g)/k_B T)$, dvs $\mu = E_g + k_B T \ln(n/n_0)$ där $n_0 = (m_e/m)^{3/2} 2,5 \cdot 10^{25} = 3,3 \cdot 10^{24} \text{ m}^{-3}$ vid rumstemperatur. Alltså får vi att $\mu = E_g - k_B T \ln(3,3 \cdot 10^{24} / 5,0 \cdot 10^{22}) = E_g - k_B T \ln(66) = E_g - 0,025 \cdot 4,2 \text{ (eV)} = E_g - 0,10 \text{ (eV)}$. Kontrollera att antagandet att alla dopatomerna är joniserade är rimligt: Sannolikheten för att en dopatom inte är joniserad ges av uttrycket $1/[\exp((E_D - \mu)/k_B T) + 1]$ där $E_g - E_D = 0,045 \text{ eV}$ för P i Si. Vi har att $(E_D - \mu)/k_B T = (E_D - E_g + E_g - \mu)/k_B T = (-0,045 + 0,10)/0,025 = 2,4$ dvs sannolikheten är ca 8%, som vi kan anse vara liten. Genom att göra en iteration till och ändra n till $0,92 N_D = 4,6 \cdot 10^{22} \text{ m}^{-3}$ kan vi få en bättre approximation. Vi ser att $\mu = E_g - k_B T \ln(3,3 \cdot 10^{24} / 4,6 \cdot 10^{22}) = E_g - k_B T \ln(72) = E_g - 0,11 \text{ (eV)}$, dvs μ ändras obetydligt.

TENTAMEN I FASTA TILLSTÅNDETS FYSIK F3 – FFY011

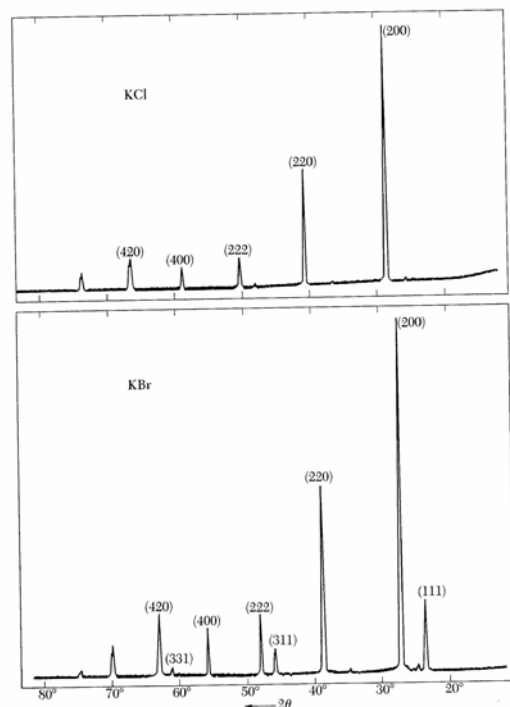
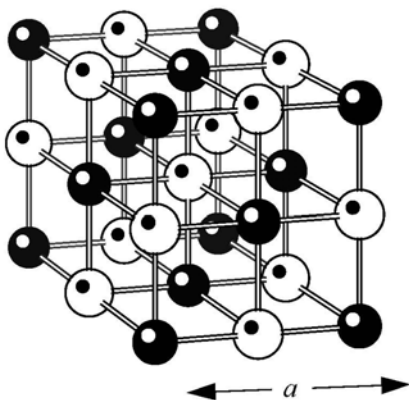
Tid: 2004-08-24 kl. 08.45-12.45

Lokal: V-salar

Hjälpmedel: Matematiska tabeller, Physics Handbook, TEFYMA, bifogad formelsamling, typgodkänd räknare eller annan räknare i fickformat dock utan inprogrammerad text eller ekvationer av intresse för tentamen. Däremot är det i sin ordning att i räknarens minne ha lagt värden på naturkonstanter som t ex Plancks konstant och elektronmassan.

Examinator: Mats Jonson (772 3188)

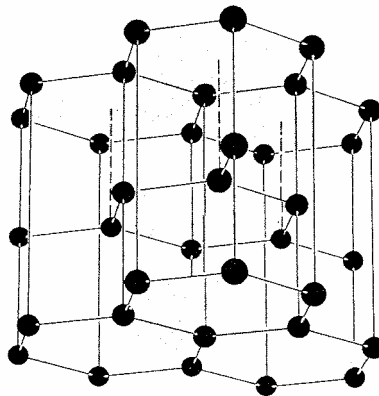
1. Diagrammen till höger visar intensiteten i röntgenstrålning reflekterad från pulver av två alkalihalider, KBr och KCl, som funktion av dubbla Braggvinkeln 2Θ . Båda kristallerna har samma struktur och nästan samma gitterkonstant a , som för KBr har värdet 6,59 Å. I figuren nedan indikerar svarta bollar K^+ , vita Cl^- eller Br^- . Br^- har fler elektroner än K^+ och Cl^- , som har lika många.



(OBS att reflexerna naturligtvis INTE var indicerade när tentamen gavs)

- Beskriv kristallstrukturen med hjälp av gitter och bas. (1p)
- Vilket av diagrammen avser reflektion från KBr? (Motivering krävs!) (1p)
- Indicera reflexerna svarande mot $2\Theta < 60^\circ$ där Θ är Braggvinkeln. (1p)
- Vilken våglängd har röntgenstrålningen som ger upphov till reflexerna? (1p)

- 2.a) Härled dispersionsrelationen för gittervågor i en linjär kedja av ekvidistanta identiska atomer som vibrerar längs kedjan. Antag att växelverkan endast sker mellan närmaste grannar. (2p)
- b) Visa att alla möjliga vågor kan beskrivas med vågvektorer i ett $2\pi/a$ långt intervall om avståndet mellan närläggna atomer är a . (1p)
- c) Förklara kvalitativt, med hjälp av enkelt diagram, hur dispersionsrelationen skulle ändras om varannan atom i kedjan byttes ut mot atomer med större massa? (1p)
3. I grafit är atomerna ordnade i lager med stort avstånd mellan lagren ($3,35 \text{ \AA}$) jämfört med avståndet ($1,42 \text{ \AA}$) mellan närläggna atomer i ett lager (se figur). Betrakta ett lager grafit som en tvådimensionell kristall. Uppskatta Fermienergin genom att anta att kolatomens fyra valenselektroner bildar en tvådimensionell frielektronngas. I uppgiften ingår att härleda ett uttryck för tillståndstätheten $N(E)$ för en frielektronngas i det tvådimensionella fallet. (4p)



4. Följande frågor gäller alla metallen koppar. Koppar (Cu) har fcc struktur med gitterparametern $3,61 \text{ \AA}$.
- a) Varför är metallen röd? Ett lämpligt diagram över t ex tillståndstäthetens energiberoende eller metallens energibandstruktur med den aktuella optiska övergången indikerad räcker som svar. (2p)
- b) Uppskatta hur ofta en kopparatom byter plats i kristallen vid 1000 K . Ställ först upp ett uttryck och uppskatta sedan värden för de parametrar som ingår i uttrycket. (2p)
5. Såväl fria, rörliga ledningselektroner som stationära joner ger ett paramagnetiskt bidrag till den magnetiska susceptibiliteten, dock med helt olika temperaturberoende. Illustrera det senare genom att dels
- a) härleda ett uttryck för elektronngasens paramagnetiska susceptibilitet (2p), dels
- b) härleda ett uttryck för den paramagnetiska susceptibiliteten för ett salt av en övergångsmetall vars joner har $S=1/2$ (2p).

Lösningsskisser. Fasta tillståndets fysik F3 2004-08-24

1. a) T.ex. fcc-gitter spänt av vektorerna $a/2(1,1,0)$, $a/2(0,1,1)$, $a/2(1,0,1)$ med en bas bestående av en K-jon i $a(0,0,0)$ och en Br- respektive Cl-jon i $(a/2)(1,1,1)$

1. b) Röntgenstrålning ger reflexer (hkl) från ett fcc-gitter där h,k,l antingen alla är udda eller alla är jämna. Betrakta nu basens strukturfaktor: $S = f_1 + f_2 \exp(-i(2\pi/a)(h,k,l) \cdot (a/2)(1,1,1)) = f_1 + f_2 \exp(-i\pi(h+k+l))$. Vi ser att för KCl där formfaktorerna för K^+ och Cl^- kan anses lika, vi får destruktiv interferens, $S=0$, då $h+k+l$ är ett udda tal. För KBr däremot, med olika formfaktorer f_1 för K^+ och f_2 för Br^- , kan basens strukturfaktor aldrig bli noll. KBr ger alltså fler reflexer, som visas i den under bilden.

1. c) KBr ger alla reflexer som svarar mot ett fcc-gitter. Från höger (små Braggvinklar) till vänster i den undre panelen: (111), (200), (220), (311), (222), (400). KCl simulerar ett sc-gitter där reflexer med $h+k+l$ =udda försvinner. Kvar blir (200), (220), (222), (400).

1. d) Braggvillkoret ger $2d_{hkl}\sin\theta = \lambda$ med $d_{hkl} = a/(h^2+k^2+l^2)^{1/2}$. Ur diagrammet fås t.ex. att $2\theta \sim 56^\circ$ för (400) vilket med $a=6,59 \text{ \AA}$ ger $\lambda \sim 2(6,59/4)\sin 28^\circ \sim 1,5 \text{ \AA}$.

3. Betrakta ett grafitplan som består av ett hexagonalt gitter med kantlängd $a=1,42 \text{ \AA}$. Arealen per atom i planet är $(3\sqrt{3}/4)a^2$, vilket med 4 elektroner per atom ger elektrontätheten $N_e/A = (16/3\sqrt{3})/a^2$. Tillståndstätheten för en fri elektrongas i 2D är oberoende av energin, $N(E) = N/A4\pi m_e/h^2$. Ur uttrycket $N_e = NE_F$ kan vi då lösa ut $E_F = 36,6 \text{ eV}$.

4. b) Mekanismen är självdiffusion där en atom hoppar till en vakant grannplats. Frekvensen f av platsbyten kan uppskattas som $f = \nu \exp(-E_V/k_B T) \exp(-E_h/k_B T)$. Här är ν en vibrationsfrekvens för atomen som kan uppskattas med hjälp av Debyefrekvensen $\nu_D = k_B \Theta_B/h$. För Cu ($\Theta_B = 343 \text{ kelvin}$) är den ca 10^{13} s^{-1} . E_V är vakansbildningsenergin, som ingår i ett uttryck för sannolikheten att en grannplats skall vara vakant, och E_h energin som måste övervinnas för att en atom skall byta plats med denna vakans. Såväl E_V som E_h är av storleksordning 1 eV medan $T=1000 \text{ kelvin}$ motsvarar ca 0,1 eV. Vi får att $f \sim 10^4 \text{ s}^{-1}$.

TENTAMEN I FASTA TILLSTÅNDETS FYSIK F3

Tid 2005 01-10 fm

Lokal V

Hjälpmedel Matematiska tabeller, Physics Handbook, TEFYMA, typgodkänmd räknare eller annan räknare i fickformat dock utan inprogrammerad text eller ekvationer av intresse för tentamen. Däremot är det i sin ordning att i räknarens minne ha lagrat värden på naturkonstanter som t.ex Plancks konstant och elektronmassan.

Examinator Lars Walldén (7723347)

1. En vit Röntgen-stråle (d vs en stråle med ett kontinuerligt spektrum av våglängder i det våglängdsintervall, som är av intresse) infaller mot en Fe(100)- kristall längs dess 100-riktning. Fe har bcc-struktur med gitterparametern 2.87 \AA .
 - a) Beskriv den atomära ordningen i kristallens översta atomlager. En enkel figur är OK som svar. (1 p)
 - b) Beräkna vinkeln mellan provets normal och $\bar{4} 2 2$ - reflexen samt den våglängd som ger upphov till $\bar{4} 2 2$ - reflexen. (3p)
2. För gittervågor på en linjär kedja av lika och ekvidistanta atomer erhålls som bekant dispersionsrelationen $\omega = (4 c/m)^{1/2} |\sin(ka/2)|$.
 - a) Visa att det är tillräckligt med ett $2\pi/a$ långt intervall utefter k - axeln för att beskriva atomernas rörelse, $d v s$ att k och $k + (2\pi/a) m$ beskriver samma rörelse. m är ett heltal. (1p)
 - b) Förklara varför gruppshastigheten är noll för $k = \pi/a$. (1p)
 - c) Hur ändras dispersionsrelationen om det finns två olika atomslag i kedjan och varannan atom är lika? Svar utan härledning är OK. (1p)
 - d) Uppskatta storleken av c för Cu utgående från kända data för metallen. (1p)
3.
 - a) Visa att elektronernas bidrag till värmekapacitiveteten för en frielektronmetall är proportionellt mot temperaturen. (2p)
 - b) Hur kan man särskilja elektronernas och vibrationernas bidrag till värmekapacitiveteten? (1p)
 - c) Det finns, utöver de ovan nämnda, ytterligare bidrag till en metalls värmekapacitivetet. En del av dessa är relaterade till för metallen speciella egenskaper. Ange något sådant bidrag. (1p)
4.
 - a) Beräkna ledningsförmågan vid rumstemperatur och Fermi-nivån för kisel dopat med 3 ppm fosfor (3p)
 - b) Vad är det för grundläggande skillnad mellan Si och GaAs som gör att tillämpningsområdena för dessa båda halvledare är delvis olika? (1p)
5. Beskriv huvudtyperna av dislokationer och redogör för hur kunskaper om dislokationer utnyttjas för att erhålla höghållfasta material. (4p)

Lösning Tentamen 10 jan 2005

1 a) Fe(100): Fe-enkristall skuren så att ytan är parallell med 100-plan. Ytstrukturen beskrivs av ett kvadratisk gitter med en atom per gitterpunkt. Gitterparametern för Fe är 2.87 Å och det är också gitterparametern för den kvadratiske ytcellen.

$$b) \mathbf{k}_{\text{ut}} = \mathbf{k}_{\text{in}} + \mathbf{G}_{\text{hkl}} \dots 1$$

$$k_{\text{ut}} = k_{\text{in}} \dots 2$$

$$\text{Ekv 1 ger efter kvadrering } (k_{\text{ut}})^2 = (k_{\text{in}})^2 + (G_{\text{hkl}})^2 + 2 \mathbf{G}_{\text{hkl}} \cdot \mathbf{k}_{\text{in}},$$

$$\text{som med ekv 2 ger } 0 = (G_{\text{hkl}})^2 + 2 \mathbf{G}_{\text{hkl}} \cdot \mathbf{k}_{\text{in}} \dots 3$$

$$\text{där } \mathbf{k}_{\text{in}} = \frac{2\pi}{\lambda} (1,0,0); \quad \mathbf{G}_{\text{hkl}} = \frac{2\pi}{a} (-4,2,2). \text{ Insättning i ekv 3 ger } \lambda = a/3 = 0.96 \text{ \AA}.$$

Vinkeln ur $\mathbf{n} \cdot \mathbf{k}_{\text{ut}} = k_{\text{ut}} \cos\phi$ där $\mathbf{n} = (-1,0,0)$ och \mathbf{k}_{ut} erhålls ur ekv 1 $\Rightarrow \cos\phi = 1/3$, $\phi = 70.5^\circ$.

4. a) Gitterparametern $a = 5.43 \text{ \AA}$, 8 Si atomer i enhetskuben, dvs $8/a^3 = 5 \cdot 10^{28}$ Si-atomer per m^3 . Tätheten P-atomer $N_D = 15 \cdot 10^{22}$ per m^3 som är avsevärt större än tätheten hål och elektroner i rent Si (ung $4.5 \cdot 10^{15}$ per kubikmeter enl formelsamlingen, eftersom enligt sid 3 i formelsamlingen $n_p = 2.1 \cdot 10^{31} \text{ m}^{-6}$.) Därför ett rimligt antagande att $p \ll n$ och $n \approx N_D$. Dessa antaganden kan kollas i efterhand. Ledningsförmågan $= n e \mu_e \approx 15 \cdot 10^{22} \cdot 1.6 \cdot 10^{-19} \cdot 0.16 = 3.8 \cdot 10^3 \text{ S}$. Insättning i formelsamlingens uttryck för elektrontätheten ger med $n = N_D$ och med värdet på n_0 enligt formelsamlingen att μ ligger ca 130 meV under bandgapets övre gräns. Antagandet att $n \approx N_D$ utgår från att dopnivån är obesatt vilket är en approximation eftersom antalet ofyllda nivåer är $(1-f(E_D)) N_D$ där E_D för P enligt Physics Handbook ligger 45 meV under bandgapets övre gräns och där $f(E_D)$ betecknar besättningstalet för dopnivån. Med $E_D - \mu = 130 - 45 = 85 \text{ meV}$ erhålls $1-f(E_D) = 0.966$ vilket således innebär en modest korrektion av värdena på n och μ . Beräkningarna blir endast marginellt mer omfattande om man löser ut n och μ direkt ur sambanden $n = p + (1-f(E_D)) N_D = [p \ll n] = (1-f(E_D)) N_D$ och formelsamlingens uttryck för n , nämligen $n = n_0 \exp((\mu - E_C)/kT)$. Sambanden ger att μ ligger 131 meV under bandgapets övre gräns.

TENTAMEN I FASTA TILLSTÅNDETS FYSIK F3

Tid 2005 03-19 em

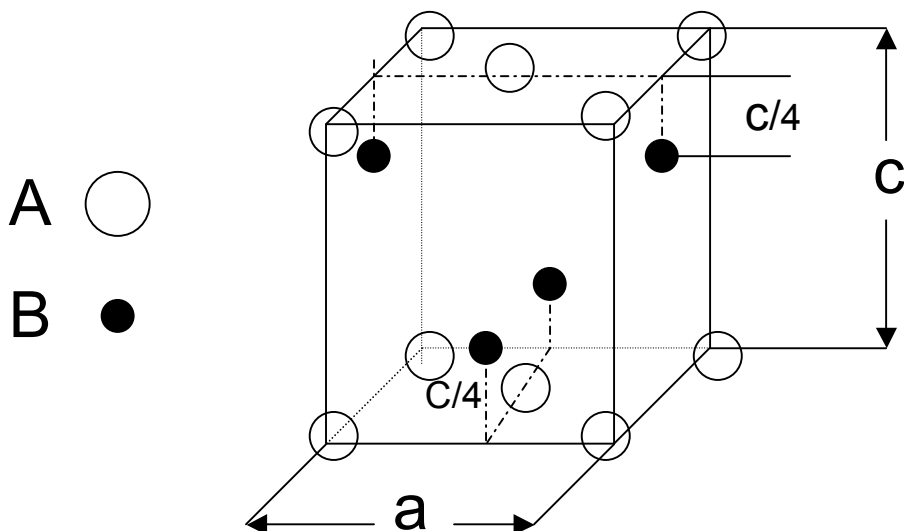
Lokal V

Hjälpmedel Matematiska tabeller, Physics Handbook, TEFYMA, typgodkänd räknare eller annan räknare i fickformat dock utan inprogrammerad text eller ekvationer av intresse för tentamen. Däremot är det i sin ordning att i räknarens minne ha lagrat värden på naturkonstanter som t.ex Plancks konstant och elektronmassan.

Examinator Lars Walldén (031-294897)

Vid tentamen Bo Helsing (031-411425)

1. Nedan visas den tetragonala enhetscellen för en förening av grundämnena A och B.
 - a) Ange den kemiska formeln för föreningen. (1 p)
 - b) Beskriv strukturen med gitter och bas. (1 p)
 - c) Ange h, k, l för åtminstone två reflexer som kommer att saknas vid röntgendiffraktion. (2 p)



2. a) Vid en normal elektron-fononkollision tar en elektron vid Fermi-ytan upp fononens energi och vågvektor så att $\mathbf{k}_2 = \mathbf{k}_1 + \mathbf{K}$ där \mathbf{k}_1 och \mathbf{k}_2 är elektronens vågvektor före och efter kollisionen och \mathbf{K} fononens vågvektor. Fononens energi är liten så $|\mathbf{k}_1| = |\mathbf{k}_2| = k_F$. Hur stor är största möjliga vinkeln mellan \mathbf{k}_1 och \mathbf{k}_2 om elektronstrukturen beskrivs av frielektronmodellen och fononerna av Debye-modellen? Metallen är tvåvärd, dvs varje atom bidrar med två elektroner till elektrongasen. (2 p)
- b) Vad menas med en Umklapp-process och i vilka sammanhang har sådana processer betydelse? (2 p)

3. a) Gör en beräkning där Du uppskattar hur stort energisprånget vid närmsta Brillouin-zonyta behöver vara för Li för att bringa Fermi-ytan i kontakt med zonytan. (2 p)
- b) Härled uttrycket för Hall-konstanten för en frielektron, samt förklara i kvalitativa termer varför uttrycket kan ge fel tecken för en del i andra avseenden frielektroniska metaller. (2 p)
4. a) Förklara uppkomsten av och hur man kan uppskatta energin för dopnivåer i en halvledares bandgap t ex när Si dopas med P. (2 p)
- b) Inför begreppet effektiv bandmassa och visa hur den varierar med vågvektorn för ett typiskt energiband, Du kan utgå från att $F = \hbar dk/dt$ där F är kraften orsakad av pålagda fält. (2 p)
5. a) Susceptibiliteten för ett salt med Cr^{+3} joner uppmäts vid rumstemperatur (300 K) till $2.91 \cdot 10^{-4}$ i ett magnetfält av modest storlek, dvs magnetiseringen är långt från mättnad. Konfigurationen för Cr^{+3} joner är $3d^3$. Beräkna saltets mättnadsmagnetisering. (2 p)
- b) Vilken information kan erhållas av nedanstående diagram? Skriv en kortfattad text till vart och ett av diagrammen. (2 p)

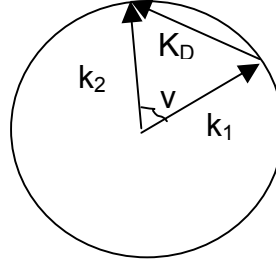
Här finns två diagram saxade ur kursboken: Kittel 8ed sid 348, vänstra diagrammet i Fig 27 och sid 267, vänstra diagrammet i Fig 8; (Samma diagram i Kittel 7ed sid 471 resp sid 343)

Lösningssnvisningar till tentamen 19 mars 2005-03-12

1. a) Antal A-atomer i enhetscellen = $8 \times 1/8 + 2 \times 1/2 = 2$
 Antal B-atomer = $4 \times 1/2 = 2$; Kemisk formel: AB
- b) Som gitter kan man använda t ex det enkla tetragonala med $\mathbf{a} = a(1,0,0)$; $\mathbf{b} = a(0,1,0)$ och $\mathbf{c} = c(0,0,1)$. Basen är då för A- atomer $\mathbf{R}_1 = (0,0,0)$ och $\mathbf{R}_2 = a(1/2, 1/2, 0)$ och för B- atomer $\mathbf{R}_3 = (a/2, 0, c/4)$ och $\mathbf{R}_4 = (0, a/2, 3c/4)$.
- c) Med det enkla tetragonala gittret är $\mathbf{G}_{hkl} = 2\pi (h/a, k/a, l/c)$ och strukturfaktorn
- $$S = f_A (1 + \exp[-i 2\pi (h/a, k/a, l/c) \cdot (a/2, a/2, 0)]) + f_B (\exp[-i 2\pi (h/a, k/a, l/c) \cdot (a/2, 0, c/4)] + \exp[-i 2\pi (h/a, k/a, l/c) \cdot (0, a/2, 3c/4)]) = f_A (1 + \exp[-i \pi (h+k)]) + f_B (\exp[-i \pi l |2|]) (\exp[-i \pi h] + \exp[-i \pi (k+l)])$$
- Termen med faktorn f_A är noll om $h+k$ är ett udda tal
 Termen med faktorn f_B är noll om h är jämnt och $k+l$ udda
 eller om h är udda och $k+l$ är jämnt
 dvs $S=0$ om h är jämnt, k udda och l jämnt
 eller om h är udda, k jämnt och l jämnt.

2. a) Sätt maximala vinkeln $= \alpha$, erhålls för största möjliga fonon-vågvektorn, d v s Debye-vågvektorn. Därav erhålls (se fig nedan) $\sin(v/2) = K_D / (2 k_F)$ där $K_D =$ Debye- vågvektorns storlek och k_F Fermi-vågvektorns. $K_D = (6 \pi^2 N_A / V)^{1/3}$ där $N_A =$ antalet atomer och $k_F = (3 \pi^2 N_e / V)^{1/3}$ där N_e är antalet elektroner i elektrongasen.

Med $N_e = 2 N_A$ erhålls $v = 60^\circ$.



b) Se boken sid 135

3. a) Avstånd till närmsta zonyta $G_{110} / 2 = \sqrt{2} \pi / a$. Energin för en fri elektron vid zongränsen $E = 3.81 (G_{110} / 2)^2$ eV med k i $\text{\AA}^{-1} = [a = 3.49 \text{\AA}] = 6.2$ eV. Fermi-energin erhålls via $k_F = (3 \pi^2 N_{el} / V)^{1/3}$, som ger $E_F = 4.7$ eV. Med ett språng av storleken 3.0 eV trycks energin vid zongränsen ned med 1.5 eV så att energin vid zongränsen $= E_F$.

b) se boken sid 164

4. a) se boken sid 222
b) se boken sid 209

5. a) 3 st 3d elektroner ger $p_{\text{eff}} = g [S(S+1)]^{1/2} = [g=2; S=3/2] = 3.87$. Uttrycket i formelsamlingen för susceptibiliteten ger tillsammans med mättnadsmagnetiseringen $M_m = N m / V = N 3 \mu_b / V = 6 \cdot 10^4$ A/m.

b) Se boken sid 470 och sid 343

TENTAMEN I FASTA TILLSTÅNDETS FYSIK F3

Tid 2006-01-09 fm

Lokal V- huset

Hjälpmedel Matematiska tabeller, Physics Handbook, TEFYMA, typgodkänd räknare eller annan räknare i fickformat dock utan inprogrammerad text eller ekvationer av intresse för tentamen. Däremot är det i sin ordning att i räknarens minne ha lagrat värden på naturkonstanter som t.ex Plancks konstant och elektronmassan.

Examinator Lars Walldén (7723347)

1. Röntgenstrålning med våglängden 1.50 \AA infaller mot en Al kristall parallellt med $(\bar{1}10)$ - plan (d v s för dess vågvektor gäller att $k_x = k_y$). Vilken riktning ska strålen ha för ge upphov till en 222-reflex? Ange k_x , k_y och k_z för den infallande strålen. Al har fcc-struktur med gitterparametern 4.05 \AA . (4 p)
 2. a) Härled dispersionsrelationen $\omega(k)$ för gittervågor på en linjär kedja av ekvidistanta atomer med kraftverkan endast mellan närmsta grannar. (2 p)
b) Rita ett diagram som visar hur dispersionsrelationen kvalitativt ändras om det på kedjan finns två olika atomslag med olika massa. Atomerna är ordnade så att varje atom har atomer av det andra slaget som närmsta grannar. (1 p)
c) Beskriv kortfattat någon experimentell metod som kan utnyttjas för att bestämma $\omega(k)$. (1 p)
 3. a) Utgå från känt uttryck för tillståndstätheten i k- rummet (den är $V/8\pi^3$ i det 3D fallet) och härled ett uttryck för tätheten av elektrontillstånd per energiintervall för en 2D frielektron gas. (2 p)
b) Utnyttja resultatet för att beräkna tätheten av elektrontillstånd per atom och energiintervall vid Fermi-nivån och Fermi-vågvektorn för en 2D Na kristall med atomerna ordnade som i de mest tätpackade lagren av en 3D kristall av Na. Na har bcc-struktur med gitterparametern 4.29 \AA . (2 p)
 4. a) Inför begreppet håll och ange i vilket sammanhang begreppet utnyttjas. (2 p)
b) I ett pålagt magnetfält kan valenselektroner bete sig patologiskt, t ex rotera åt motsatt håll jämfört med en fri elektron. Förklara detta, gärna utgående från något förenklat fall, t ex genom att betrakta elektrontillstånd nära hörnen i Brillouin zonen av en 2D kvadratisk kristall. Utnyttja också Ditt svar för att förklara varför Hall-koefficienten inte har samma tecken för samtliga metaller i nedanstående tabell. (2 p)
- | Ämne | Li | Na | K | Be | Zn |
|--|--------|-------|------|-------|-------|
| Hall- koeff ($10^{-10} \text{ m}^3 / \text{As}$) | - 1.70 | -2.50 | -4.2 | +2.44 | +0.33 |

5. Redogör så detaljerat Du kan för de olika typer av energigap som förekommer i olika avsnitt av kursen en halvledares energigap, energisprånget vid en Brillouin zongräns,

en supraledares energigap. Beträffande halvledarens energigap bör av redogörelsen framgå ungefär hur stort gapet kan vara, hur det kan bestämmas experimentellt, skillnaden mellan direkt och indirekt energigap med exempel på ämnen som har direkt och indirekt gap, betydelsen av detta för tillämpningar. Beträffande energisprånget vid en Brillouinzongräns bör framgå varför det uppstår och hur experimentell information kan erhållas. Beträffande supraledarens energigap bör ungefärlig storlek anges och hur det kan observeras experimentellt.

Lösningssanvisningar tentamen 9 jan 2006

1. $\mathbf{k}^* = \mathbf{k} + \mathbf{G}_{hkl} \dots$ (1) där $\mathbf{G}_{hkl} = \mathbf{G}_{222} = 2\pi/a (2, 2, 2)$

$k^* = k = 2\pi/\lambda \dots$ (2)

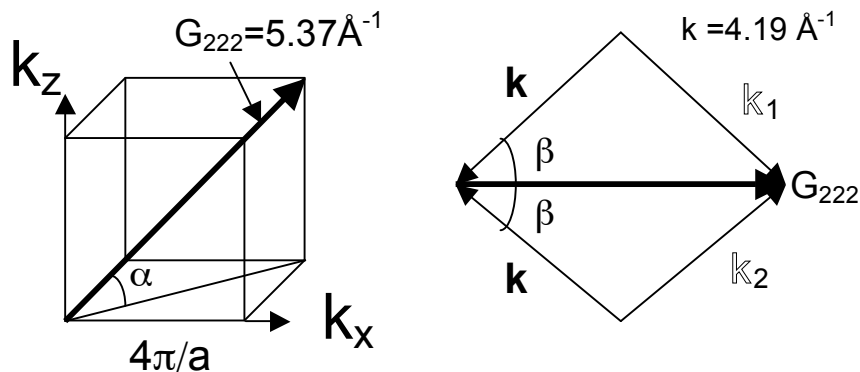
$k_x = k_y \dots$ (3)

(1) och (2) ger efter kvadrering $0 = 2 \mathbf{k} \cdot \mathbf{G}_{222} + G_{222}^2$

dvs $0 = 8\pi/a (k_x + k_y + k_z) + 48 (\pi/a)^2$ som med $k_x = k_y$ och $k_x^2 + k_y^2 + k_z^2 = 4\pi^2/\lambda^2$ för k_x ger ekvationen $k_x^2 + 4\pi/a k_x + 6\pi^2/a^2 - 2\pi^2/3\lambda^2 = 0$

Två lösningar. För den ena är $k_x = k_y = -2.86 \text{ \AA}^{-1}$ och $k_z = 1.07 \text{ \AA}^{-1}$ och för den andra $k_x = k_y = -0.24 \text{ \AA}^{-1}$ och $k_z = -4.17 \text{ \AA}^{-1}$.

Alternativ lösning: Rita och räkna. Två möjliga riktningar för infallande strålen (två olika \mathbf{k} i högra figuren). Vinklarna α och β ges av \mathbf{k} , \mathbf{G}_{222} och B-zonens kantlängd.



$\alpha = 35.3^\circ$, $\beta = 50.1^\circ$. I ena fallet är $\mathbf{k} = 4.19 (-\cos(\alpha+\beta) \cos 45^\circ, -\cos(\alpha+\beta) \cos 45^\circ, -\sin(\alpha+\beta))$ och i det andra är $\mathbf{k} = 4.19 (-\cos(\alpha-\beta) \cos 45^\circ, -\cos(\alpha-\beta) \cos 45^\circ, -\sin(\alpha-\beta))$

2. Se boken

3. a) Tillståndstätheten i \mathbf{k} -rummet för 2D är $A/4\pi^2 \Rightarrow N(E) dE = 2 (A/4\pi^2) 2\pi k dk$ som med $E = C k^2$ där $C = \hbar^2/2m$ och $dE/dk = 2 C k$ ger $N(E) = A/2C$ dvs $N(E)$ energioberoende.

b) (110) de mest tätpackade planen i bcc- strukturen. Om gitterparametern betecknas a är antalet N_{At} atomer per ytenhet, N_{At}/A , i ett (110) plan $\sqrt{2}/a^2$ (2 atomer på en cellarea av $a^2 \sqrt{2}$). N_{At} atomen har en valenselektron. Efterfrågat är $N(E_F)/N_{At} = A/(2C N_{At})$ där $N_{At}/A = \sqrt{2}/a^2$ vilket ger $N(E_F)/N_{At} = 0.54 \text{ eV}^{-1} \text{ \AA}^{-1}$.

Fermi- vågvektorns längd, k_F , erhålls ur $2 (A/4\pi^2) \pi k_F^2 = N_{el} = N_{At}$ som ger $k_F = 0.69 \text{ \AA}^{-1}$.

- 4 a) Se boken
- b) Li, Na och K är monovalenta. Fermi-ytan är nära sfärisk och dispersionen är nära kvadratisk för elektroner på Fermi-ytan => frielektronmodellen fungerar även för Hall-spänningen. Be och Zn är tvåvärda och elektroner vid Fermi-energin (de enda som bidrar till elektriska ledningsförmågan) har k -vektorer nära Brillouin-zonens hörn och där avviker dispersionen drastiskt från dispersionen för en fri elektron. Det kan finnas fickor av tomma tillstånd som ger upphov till hål-beteende. För en enkel förklaring kan man betrakta en 2D kristall med kvadratisk gitter och tvåvärda atomer. I en periodisk potential distorderas dispersionen så att Fermi-randen utgörs av delar av cirklar med centrum i Brillouin-zonens hörn. I ett magnetfält pålagt vinkelrätt mot kristallen kommer dessa elektroner att rotera åt motsatt håll jämfört med rotationsriktningen för fria elektroner i samma pålagda fält.
5. Se boken.