Fluid Mekanik

TME055

Torsdag 21 dec 2006, 08:30 - 12:30

1 Flersvarsfrågor

(*3 poäng för rätt svar, -1 poäng för varje fel svar*)

1. Vilken egenskap definierar en fysikalisk tensor?

   a Representationen av tensorn borde bero på vilken koordinataxel som väljs.

   b Tensorn måste vara av första ordningen.

   c Tensorn måste följa tensortransformationslagen när koordinatsystemet roteras.

   d Tensorn måste minst vara av tredje ordningen.

2. $\frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0$ är en konsekvens av

   a Rotationsfritt flöde.

   b Inkompressibelt flöde.

   c Isotermiskt flöde.

   d Tvådimensionellt flöde.

3. Vilket av följande påståenden är *sanna*:

   a I ett transient (instationärt) flöde: är strömlinjer, partikelbana och stråk alltid inidentiska.

   b En strömlinje kan korsas av en annan strömlinje om vorticiteten är > 0.

   c I stationärt flöde: är strömlinjer, partikelbana och stråk alltid identiska.

   d En strömlinje prepresenterar förändringen hos en partikelbana.

4. I ett rotationsfritt flöde,

   a är cirkulationen > 0.

   b är cirkulationen < 0.

   c är flödet kompressibelt.

   d kan flödesfältet uttryckas i form av en potential.

5. Den mekaniska energiekvationen

   a kan härledas direkt från impulsekvationen.

   b är en grundläggande princip och härleds från de grundläggande ekvationerna.

   c kan endast härledas från kontinuitetsekvationen.

   d utesluter ett negativt värde för viskositeten.

6. Bernoullis ekvation kan användas i

   a stationärt, visköst, barotropiskt flöde.

   b instationärt, invisköst, barotropiskt flöde.

   c stationärt, barotropiskt, invisköst flöde.

   d stationärt, invisköst, icke barotropiskt flöde.

7. Vilket är det största problemet, när man försöker lösa turbulenta flöden *analytiskt*?

   a Dynamisk likformighetsskalning håller inte per definition.

   b Flödet är inte stationärt per definition.

   c Flödet kan inte vara irrationellt per definition.

   d Hastigheterna hos flödet är för höga för att lösa.

2 Öppna Frågor

1. (*15 poäng*) Börja från Reynolds transportteorem,

$$\frac{d}{dt}\int_{V(t)} F dV = \int_{V(t)} \frac{\partial F}{\partial t} dV + \int_{A(t)} F u_i n_i dA$$

   a Härled kontinuitetsekvationen genom att utnyttja att massan hos en fluid partikel inte ändras.

   b Härled Reynolds transportteorem for egenskapen f som förhåller sig linjärt till densiteten, $F = \rho f$

   c Beakta kroppskraften pga gravitationen, ρg_i, och ytkraften pga spänningarna, $\tau_{ij} n_i$, som verkar på fluidpartikeln. Härled impulsekvationen från resultatet i *b*.

   d Härled den mekaniska engergibalansen i följande termer $E = \frac{1}{2}\rho u_i^2$, genom att multiplicera resultatet från *c* med hastigheten.

   e Det totala arbetet som utförs av ytkrafterna är $\frac{\partial}{\partial x_j}(u_i \tau_{ij})$. Vilken del finns inte i den mekaniska energibalansen? Vad representerar denna del?

   f Den generella Newtonska spänningstensorn kan skrivas som

$$\tau_{ij} = -p\delta_{ij} + 2\mu e_{ij} - \frac{2}{3}\mu\left(\nabla \cdot \vec{u}\right)\delta_{ij}$$

   Använd detta och resultatet från *c* för att härleda impulsekvationen för en *inkompressibel* fluid.

2. (*9 poäng*) För ett tvådimensionellt hastighets fält,

$$u = \frac{x}{1+t}, \qquad v = y$$

   a Sök strömlinjen, definition $\frac{dx}{u} = \frac{dy}{v}$, vid tiden t, som passerar genom den godtyckliga punkten (a,b), genom att integrera över dx och dy.

b Sök partikelbanan för partikeln som befann sig vid (X_0,Y_0) vid $t=0$, genom att integrera hastighetsfältet.

3. (*15 poäng*) Betrakta en bred inkompressibel vätskefilm med konstant tjocklek h som pga gravitationen flödar stationärt och fullt utvecklad längs med ett plan som lutar med vinkel θ, se figur 1. Atmosfären ger ett konstant tryck och försumbar skjuvspänning längs med den fria vätske ytan ($\frac{\partial u}{\partial y}|_{\text{ytan}}=0$). Impulsekvationerna är

$$\rho\frac{\partial u_i}{\partial t}+\rho u_j\frac{\partial u_i}{\partial x_j}=-\frac{\partial p}{\partial x_i}+\rho g_i+\mu\frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j \partial x_j}$$

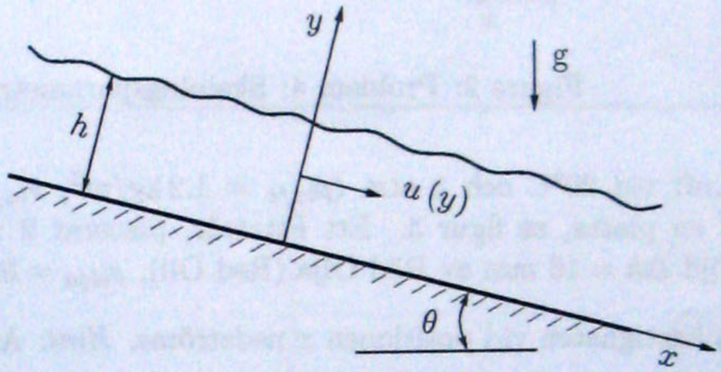

Figure 1: Problem 3.

a Vad är konsekvensen av fullt utvecklad ströming för derivaterna i x riktingen? Vad följer för $\dfrac{\partial v}{\partial y}$? Varför?

b Visa att tryckvariationen är hydrostatisk, genom att analysera v impulsekvationen.

c Bestäm hastighetsfördelningen $u(y)$

d Bestäm volymflödet per breddenhet, Q.

4. (*20 poäng*) Börja med den inkompressibla Navier-Stokes ekvation i x-riktningen,

$$\frac{\partial u}{\partial t}+u\frac{\partial u}{\partial x}+v\frac{\partial u}{\partial y}+w\frac{\partial u}{\partial z}=-\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x}+\nu\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 w}{\partial z^2}\right)$$

a Skriv om ekvationen på dimensionslös form för problemet i figur 2 på nästa sida, genom att använda skalarna givna i figuren och den tröghetstermen ρU^2 för tryck.

b Identifiera de dimensionslösa grupperna som uppkommer i den dimensionslösa formen av Navier-Stokes ekvation och förklara vad de betyder.

c En ubåtsbyggare vill bygga en vindtunnel för att testa små modeller av ubåtar. Byggaren har lyckats bygga en 1 : 20 modell av en *riktig* ubåt. Vindtunneln används vid trycket, $p=2100\,\text{kPa}$ och temperaturen 49°C. Antag luften är en ideal gas med en viskositeten, $\mu\approx 1.96\times10^{-5}\,\text{kg/m}\cdot\text{s}$. Om den riktiga ubåten färdas med hastigheten 15 km/h i havet ($\nu_{\text{havs vatten}}\approx 1.04\times10^{-6}\,\text{m}^2/\text{s}$), med vilken hastighet skulle det blåsa i vindtunneln för att fåsamma strömning som i verkligheten?

d Vilken är dragkvoten, $D_{modell}/D_{prototyp}$? *Hint:* Drag på en kropp skalas med $\rho u^2 l^2$.

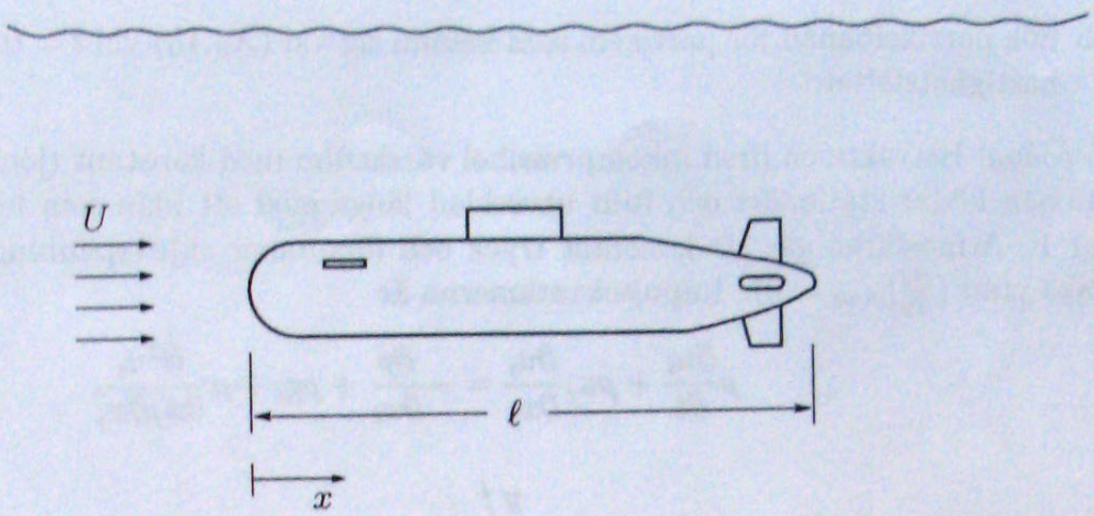

Figure 2: Problem 4: Skalningsparametrar.

5. (*20 poäng*) Luft vid 20°C och 1 atm ($\rho_{luft} = 1.2\,\mathrm{kg/m^3}$, $\nu_{luft} = 1.5 \times 10^{-5}\,\mathrm{m^2/s}$) flödar i 20 m/s förbi en platta, se figur 3. Ett Pitotrör, placerat 2 mm från väggen, utvecklar en manometerhöjd $\Delta h = 16$ mm av Röd Olja (Red Oil), $\rho_{olja} = 827\,\mathrm{kg/m^3}$.

   a Beräkna hastigheten vid positionen x nedströms. *Hint:* Använd Bernoullis equation,

$$\frac{1}{2}q^2 + \int \frac{dp}{\rho} + gz = \text{konstant}$$

   b Uppskatta nedströmspositionen x för Pitotröret . Antag laminärt flöde, så att Blausius lösning given i figur 4 kan användas.

   c Skjuvspänningen vid plattans vägg kan bestämas genom

$$\tau_{\text{vägg}} = \mu \frac{\partial u}{\partial y}\bigg|_{y=0}$$

   Vad är skjuvspänningen vid väggen? *Hint:* använd figur 4 för att bestämma derivatan.

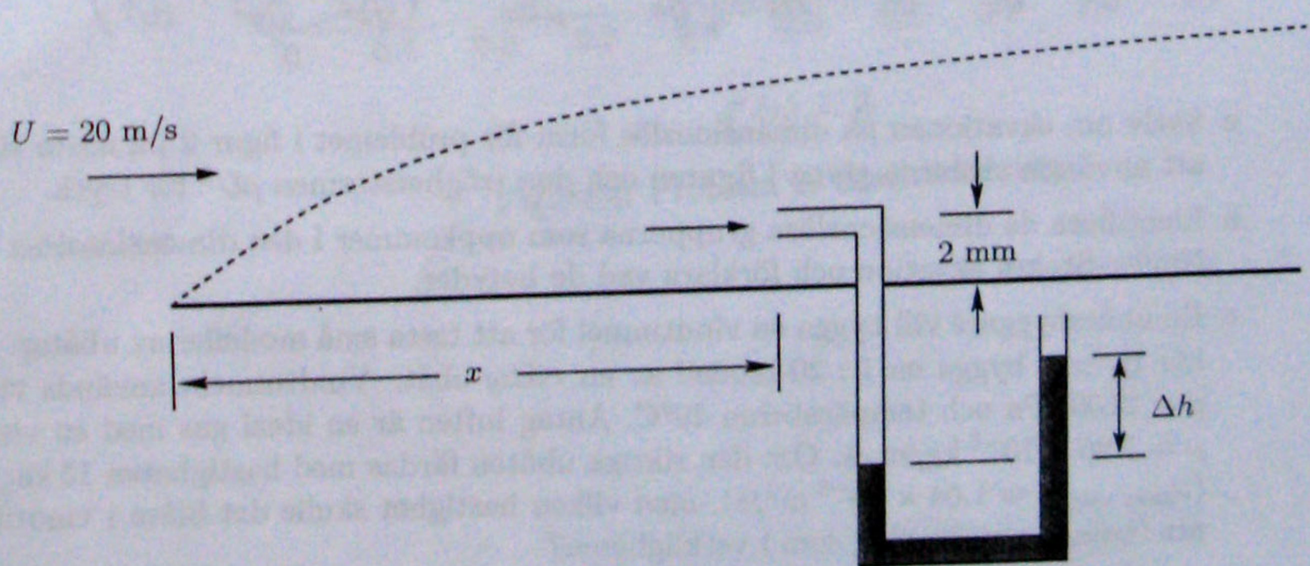

Figure 3: Problem 5: Flöde förbi en plan platta.

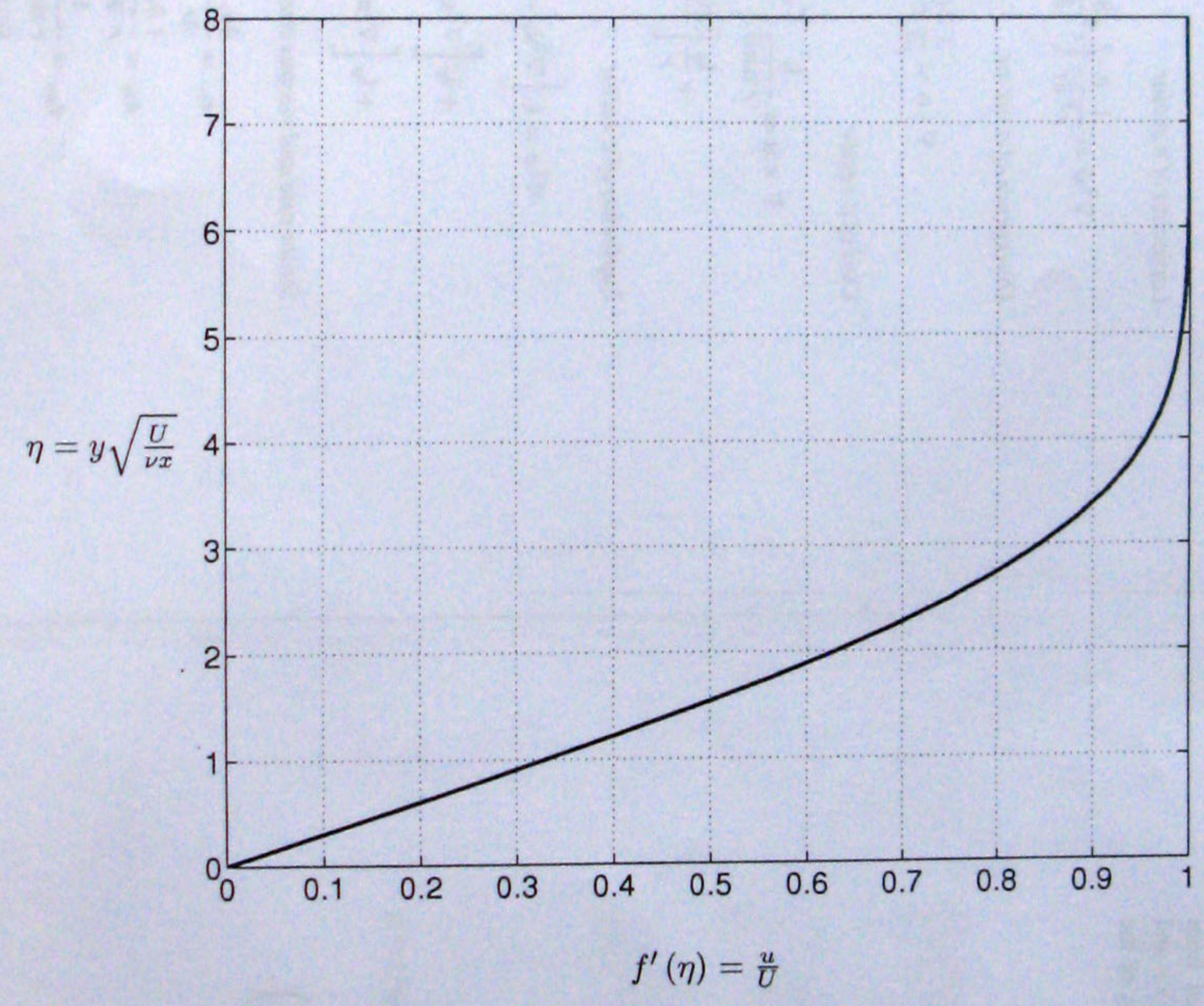

Figure 4: Problem 5: Blasius lösning.