Tentamen i Matematisk fysik FTF131

Onsdagen den 16 december 2009

Examinator: Henrik Johannesson, tel. 0768-237042.
Inga hjälpmedel är tillåtna på denna tentamen.
Resultat meddelas individuellt via e-post senast 22/12.

Tentamen består av fem uppgifter där varje uppgift ger maximalt 5 poäng. Uppgifterna är inte avsiktligt ordnade efter svårighetsgrad.

Strukturera Dina lösningar noggrant. **Uppställda samband skall motiveras**, gärna med en översiktlig skiss av tankegång och bärande element! Alla väsentliga steg i analys och beräkningar skall redovisas.

---

1. (a) Vad är en Green's funktion? Ge ett exempel på ett fysikproblem som lämpar sig för behandling med Green's funktionmetoder!

(b) Ett vanligt sätt att ta fram en Green's funktion är att använda Fouriertransformer. I fysiktillämpningar leder detta ofta till att man konfronteras med en integral av en funktion med en (eller flera) pol(er) på den reella axeln. Diskutera vad man kan göra i ett sådant fall!

2. Beskriv en metod att lösa integralekvationen

$$\varphi(x) = \lambda \int_{-1}^{1} (t + x)\, \varphi(t)\, dt.$$

För vilka värden på λ existerar en lösning?

3. Använd variationskalkyl till att visa att det kortaste avståndet mellan två punkter i planet ges av en rät linje.

4. (a) I de postulat som bestämmer (icke-relativistisk) kvantmekanik uppträder de matematiska begreppen (i) *normerad vektor,* (ii) *Hilbertrum,* (iii) *självadjungerad operator,* och (iv) *inre produkt.* Definiera (i) - (iv).

(b) Ett av kvantmekanikens postulat säger att ett tillstånd $|\psi\rangle$ vid en mätning ”kollapsar” till ett av egentillstånden till den operator som representerar det man vill mäta (”observabeln”). I ett annat postulat sägs att tidsutvecklingen av ett fysikaliskt system kontrolleras av Schrödingerekvationen. Är dessa två påståenden verkligen förenliga? Vari ligger den möjliga problematiken? Diskutera!

V. G. VÄND!

5. (a) Betrakta en mängd G med fyra element e, a, b, c med en kompositionsregel (”gruppmultiplikation”) $ee = e, ea = a, eb = b, ec = c, ae = a, aa = e, be = b, ce = c$. På hur många sätt kan Du fullborda multiplikationstabellen så att G bildar en grupp?

(b) Visa att om varje element x i en grupp G satisfierar $x^2 = e$ så är G abelsk.

(c) Låt $f, g \in S_4$. Visa att om $f = (1\,2\,3\,4)$ så är $gfg^{-1} = (g(1)\,g(2)\,g(3)\,g(4))$.