CHALMERS 2013-08-13

MTF052 STRÖMNINGSMEKANIK

Tentamen måndagen den 19 augusti 2013, kl 08:30-13:30, V-huset (OBS! 5-timmarstenta)

Hjälpmedel: **Teoridelen:**
Inga hjälpmedel tillåtna

OBS! Före tentamen skall hjälpmedlen lämnas på en av vakten anvisad plats. Lösningarna på teoriuppgifterna inlämnas vid godtycklig tidpunkt, varefter hjälpmedlen får användas vid lösandet av problemen.

Problemdelen:
Tillåtna hjälpmedel är läroboken ("Fluid Mechanics", Frank M. White), Data och Diagram, matematiska tabeller, Chalmersgodkänd räknare, av institutionen utgivna formelsamlingar och material, föreläsningsanteckningar - dock **ej** lösta exempel.

Lösningar: Anslås på institutionens anslagstavla tisdag 20 augusti 2013

Betygsgränser: Maximal poängsumma är 85 p. Betyg 3 ≥34p, 4 ≥51p, 5 ≥68p

Tentaresultat: Meddelas senast fredag 6 september 2013

Granskning: Måndag 9 september 2013, kl 11.45-12.45
Tisdag 10 september 2013, kl 11.45-12.45

Läraren besöker salen: ca kl 9:30 och ca kl 12

Göteborg den 13 augusti 2013
Alf-Erik Almstedt, tel 772 1407

TILLÄMPAD MEKANIK
Chalmers tekniska högskola
412 96 Göteborg

Besök: Hörsalsvägen 7 B, 4 tr
Telefon: 031-772 37 87
E-post: ullt@chalmers.se
Webb: www.chalmers.se/am

Chalmers tekniska högskola AB
Organisationsnummer 556479-5598

Teoriuppgifter

T1. Vad är kavitation och varför uppstår detta ibland i en strömmande vätska? (2p)

T2. Om man håller tummen för övre änden i ett sugrör fyllt med vatten så rinner inte vattnet ut. Hur hög kan en vattenpelare i ett rör bli om övre änden är tät och den undre är öppen? (2p)

T3. Visa hur volymflödet Q och massflödet $\dot{m}$ genom en kontrollvolyms yta kan tecknas generellt. Hur lyder sambandet mellan Q och $\dot{m}$ om densiteten ρ är konstant? (2p)

T4. Härled kontinuitetsekvationen på differentialform utgående från kontrollvolyms-formuleringen,

$$\int_{CV} \frac{\partial \rho}{\partial t} d\mathcal{V} + \sum_i (\rho_i A_i V_i)_{out} - \sum_i (\rho_i A_i V_i)_{in} = 0$$

genom att låta kontrollvolymen gå mot noll. (7p)

T5. Vilka förenklingar av kontinuitetsekvationen på differentialform

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho w)}{\partial z} = 0$$

kan göras om strömningen är

a) stationär?
b) inkompressibel? (2p)

T6. Förklara de ingående termerna i energiekvationen

$$\rho c_p \frac{dT}{dt} = k\nabla^2 T + \Phi$$ (3p)

T7. Strömningsmotståndet, F_D, för en omströmmad kropp kan delas upp i ett formmotstånd, F_{Dn}, och ett friktionsmotstånd, F_{Dt}. Visa utgående från Reynolds likformighetslag att friktionsmotståndet kan skrivas som

$$F_{Dt} = C_{Dt}(\mathrm{Re}) \cdot A_p \cdot \frac{\rho U^2}{2}$$

där motståndskoefficienten C_{Dt} enbart är en funktion av Reynolds tal. (5p)

T8. Förklara begreppet Reynolds dekomposition samt varför man gärna vill tidsmedelvärdera ekvationerna vid turbulent strömning. Förklara också "The closure problem" (problemet att sluta ekvationssystemet) som då uppstår. (3p)

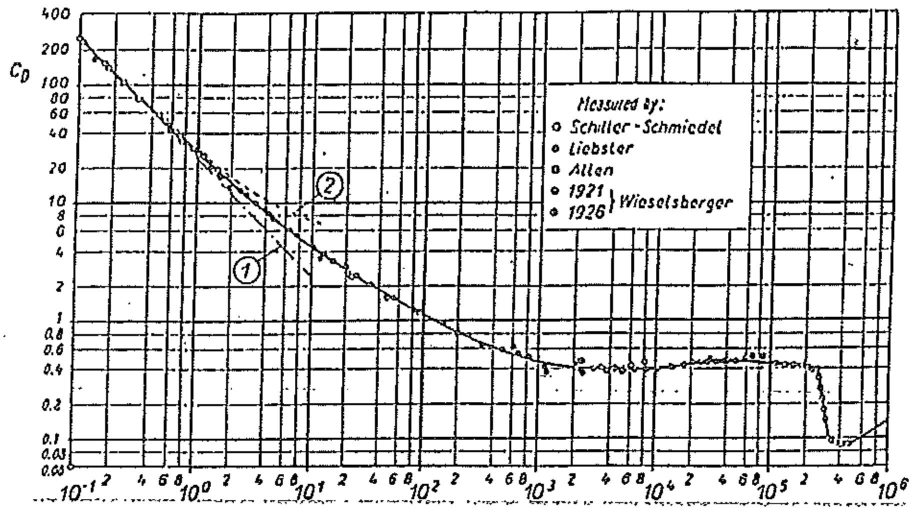
T9. Hur förhåller sig den turbulenta viskositeten ε_m storleksmässigt till den kinematiska viskositeten ν i det viskösa underskiktet respektive i det fullt turbulenta området? Hur varierar totala skjuvspänningen τ med y-koordinaten i dessa områden? Vilken matematisk form har hastighetsprofilen i de bägge områdena? (4p)

T10. Vad skiljer den turbulenta gränsskiktsekvationen från den laminära? På vad sätt påverkas lösningsmöjligheterna? (2p)

T11. Förklara uppkomsten av von Kármáns virvelgata. (3p)

Problem

P1. En ishockeypuck med diametern 70 mm och höjden 25 mm glider längs isen med hastigheten 10 m/s. Beräkna friktionsmotståndet (kraften) mellan pucken och isen, samt strömningsmotståndet mot luften! Vilket blir störst? Mellan pucken och isen finns en vattenfilm med tjockleken 0.1 mm. Antag att strömningen i filmen sker enbart i puckens rörelseriktning och att hastigheten i filmen enbart varierar med det vinkelräta avståndet från isen. För luftmotståndet runt en glidande puck har internationella pucko-laboratoriet i Schweiz mätt upp följande kurva



$$Re_d = \frac{\rho U d}{\mu}$$

(10p)

P2. Man har i ett vindtunnelförsök mätt upp hastighetsprofilerna uppströms och nedströms en kropp, för vilken man vill bestämma strömningsmotståndet. Resultatet visas i figuren.

Uppströms är hastigheten konstant $V_1 = 20$ m/s och nedströms ges hastigheten av

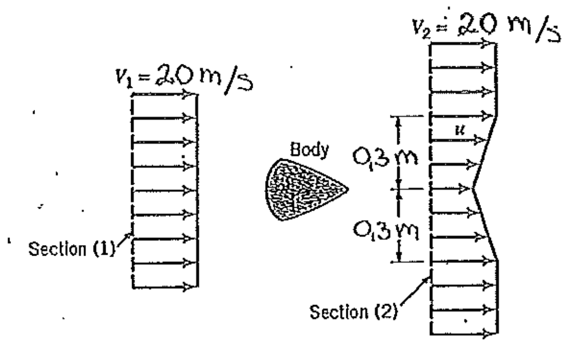
$$u = 20 - 3\left(1 - \left|\frac{y}{0{,}3}\right|\right) m/s \qquad |y| \le 0{,}3m$$

$$u = 20 \text{ m/s} \qquad |y| > 0{,}3m$$

där y är avståndet till centrumlinjen.

Antag att kroppen är 2-dimensionell, dvs att dess form inte ändras i riktningen normalt pappret.

Beräkna strömningsmotståndet på kroppen, per längdenhet in i pappret. Det statiska trycket i de båda tvärsnitten är $p_1 = p_2 = 101{,}3$ kPa och luftens densitet är $1{,}2 \text{ kg/m}^3$.



(10p)

P3. En rak horisontell ventilationskanal med kvadratiskt tvärsnitt har längden 250 m och tvärsnittsytan $1{,}0 \text{ m}^2$. Trycket vid inloppet är 102,0 kPa och vid utloppet 100,0 kPa. Volymflödet är 15 m^3/s. Luftens temperatur är 20°C. I ventilationsledningens utlopp placeras ett inblåsningsgaller, vars engångsförlustkoefficient är 3,0. Hur stort blir volymflödet om förhållandena i övrigt är oförändrade? (10p)

P4. Ett flygplan med massan 8000 kg flyger på höjden 5500 m. Vingarna är av typen NACA 0009 (med klaffarna infällda) och har medelkordan 4 m. Längden av en vinge är 20 m. Vilken dragkraft behövs för att flyga med hastigheten 400 km/h? NACA 0009 har krökningen (camber) noll. (10p)

P5. Luft strömmar genom en konvergent-divergent dysa med cirkulärt tvärsnitt. Luften tillföres från en mycket stor behållare där trycket 0,7 MPa och temperaturen 30°C råder. Trycket utanför dysans mynning är 0,1 MPa. Dysan har i minsta sektionen diametern 0,5 cm och i mynningen 1,0 cm. Beräkna massflödet genom dysan och utred om en stöt förekommer i dysans divergerande del. (10p)

MTF053 Strömningsmekanik 2013-08-19

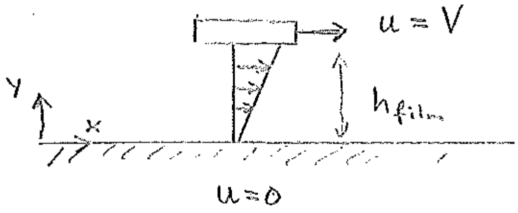
①

Givet: Puck = cylinder

$d = 0{,}070$ m $\quad L = 0{,}025$ m

$V = 10$ m/s, $\quad h_{film} = 0{,}0001$ m

Hastigheten $\quad u = u(y)$, $v = w = 0$



jfr White s. 23–24

Sökt: Friktionsmotstånd mot isen och strömn.motst. mot luften.

Lösn: Med $u = u(y)$, $v = w = 0$ fås en linjär profil $\quad u = V\dfrac{y}{h}$ $\quad$ (1.26)

(än visas med KE+NS, se Kap 4)

Newtons ansats (1.23) $\Rightarrow$ $\tau = \mu \dfrac{du}{dy} = \mu \dfrac{V}{h}$

Vatten, $t \approx 0°C$ White Tabell A1 s. 701 $\Rightarrow$ $\mu = 1{,}79 \cdot 10^{-3}$ kg/ms

Friktmotst. mot isen

$$F_{glid} = \tau A = \mu \frac{V}{h} \frac{\pi d^2}{4} = \frac{1{,}79 \cdot 10^{-3} \cdot 10}{0{,}0001} \cdot \frac{\pi \cdot 0{,}070^2}{4} =$$

$$= \underline{0{,}69 \text{ N}}$$

Strömn. motst. luft

$$F_{D\,cyl} = C_D \, \rho \frac{U^2}{2} L d \qquad (5.26)$$

där $U = V = 10$ m/s, $\quad C_D = C_D(Re_d)$

$$Re_d = \frac{\rho U d}{\mu} = \left[\begin{matrix}\text{tabell A2 s. 701} \\ t \approx 20°C\end{matrix}\right] =$$

$$= \frac{1{,}2 \cdot 10 \cdot 0{,}070}{1{,}8 \cdot 10^{-5}} = 46667 \approx 4{,}7 \cdot 10^4$$

Fig $\Rightarrow$ $C_D = 0{,}5$ $\Rightarrow$ $F_D = 0{,}5 \cdot \dfrac{1{,}2 \cdot 10^2}{2} \cdot 0{,}025 \cdot 0{,}070$

$= \underline{0{,}05 \text{ N}}$

Svar: Motståndet mot isen $\approx 0{,}7$ N

Strömn.motstånd pga luften $\approx 0{,}05$ N

impulssatsen i x-led:

$$\Sigma F = \int_{CS} \mathbb{V} \rho (\mathbb{V} \cdot n) \, dA =$$

(inga tryckkrafter $p_1 = p_2$)

$$-\dot{m} V_1 + \int_{CS2} \rho V^2 dA =$$

$$-\rho V_1^2 \, 2h\,dz + \rho\,dz\, 2\int_0^h u^2 dy =$$

$$= -2\rho V_1^2 h\,dz + 2\rho\,dz \int_0^h (17 + 10y)^2 dy$$

$$= -2\rho V_1^2 h\,dz +$$

$$+ 2\rho\,dz \int_0^h (289 + 100y^2 + 340y)\,dy$$

$$= -2\rho V_1^2 h\,dz +$$

$$+ 2\rho\,dz \left[289y + \frac{100y^3}{3} + \frac{340y^2}{2}\right]_0^h =$$

$$= -2\rho V_1^2 h\,dz +$$

$$2\rho\,dz \left(289h + \frac{100}{3}h^3 + 170h^2\right)$$

$$\frac{F}{dz} = -2\rho V_1^2 h +$$

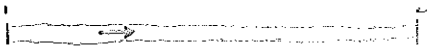
$$+ 2\rho \left(289h + \frac{100}{3}h^3 + 170h^2\right)$$

$$= -41{,}04 \text{ N/m}$$

F är kraften på kontrollvolym

Kraften på kroppen $F_D = -F$

$F_D = 41$ N/m



Givet: $p_1 = 102$ kPa $\quad A = 1\,m^2$

$p_2 = 100$ kPa $\quad Q = 15\,m^3/s$

$L = 250$ m $\quad t = 20°C$

Med galler är $K = 3{,}0$

Lösning: B:s utv. ekv (3.68b):

$$p_1 + \rho\frac{V_1^2}{2} + \rho g z_1 = p_2 + \rho\frac{V_2^2}{2} + \rho g z_2 + \Delta p_f + \rho w_s$$

$z_1 = z_2$, $V_1 = V_2$, $w_s = 0$

Utan galler är $\Delta p_f = f\frac{L}{d}\rho\frac{V^2}{2}$ $\quad$ ($\cancel{6.30b}$) (6.10 b)

$\therefore\ \Delta p_f = p_1 - p_2 = f\frac{L}{d}\rho\frac{V^2}{2}$

KE $\Rightarrow V = \frac{Q}{A} = 15$ m/s

Kvadratiskt rör: $d_h = \frac{4A}{P} = 1$ m

$$f = \frac{(p_1 - p_2)\,d_h \cdot 2}{L\rho V^2} = 0{,}059$$

$Re = \frac{V d_h}{\nu} = 9{,}87 \cdot 10^5 > 2300 \ \therefore$ turbulent

Relativa skrovligheten ε/d fås ur Moody-diagram

$\left.\begin{matrix} f = 0{,}059 \\ Re = 9{,}87\cdot 10^5 \end{matrix}\right\}$ $\frac{\varepsilon}{d_h} = 0{,}032$, och vi är till höger om linjen där f ober av Re.

Antag att vi fortfarande är i omr där f ober av Re efter att gallret satts dit (kollas sedan) $\Rightarrow$

$$p_1 - p_2 = f\frac{L}{d_h}\cdot\rho\frac{V^2}{2} + K\rho\frac{V^2}{2}$$

$\Rightarrow V = 13{,}7$ m/s

Kolla om f ändrats:

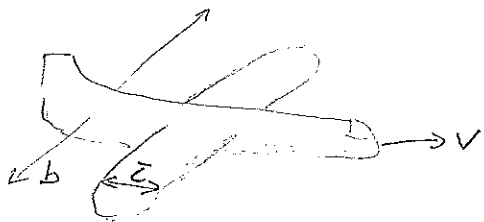
$Re = \frac{V d_h}{\nu} = 9{,}02 \cdot 10^5$

Moodydiagram ger att Re fortfarande är så stort att f är oberoende av Re

$\therefore$ Antagandet var OK.

$Q = V \cdot A = 13{,}7 \cdot 1 = 13{,}7\ m^3/s$

Svar: $Q = 13{,}7\ m^3/s$



Givet: Flygplan med vingar av typen NACA-0009 (inga klaffar och "camber" noll)

$\bar{c} = 4$ m ; $b = 2\times 20$ m $= 40$ m $\quad V = 400$ km/h

$m = 8000$ kg ; $h = 5500$ m

Sökt: Dragkraft $\quad F_D = \frac{1}{2}\rho V^2 A_p C_D \quad (1)$

Lösning: $h = 5500$ m $\Rightarrow$ Tabell [A6] $\quad \rho = 0{,}6970$ kg/m³

Räkna som om planet består av en vinge.

Ta hänsyn till att vingen är ändlig

$C_D = C_{D,\infty} + \frac{C_L^2}{\pi AR} \quad (2)$; $AR = \frac{b}{\bar{c}} = 10$; $A_p = b\cdot\bar{c} = 160\ m^2$

Lyftkraften balanserar tyngden $L = mg$

Def: $C_L = \frac{L}{\frac{1}{2}\rho V^2 A_p} = \frac{mg}{\frac{1}{2}\rho V^2 A_p} = 0{,}114$

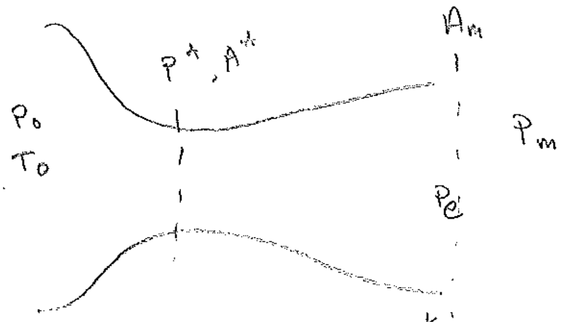
Ändlig vinge $\quad C_L = \frac{2\pi \sin(\alpha + \overbrace{2h/c}^{=0})}{1 + 2/AR} \Rightarrow \sin\alpha = \frac{C_L}{2\pi}\left(1 + \frac{2}{b/\bar{c}}\right) \Rightarrow \alpha = 1{,}25°$

$\left(Re_c = \frac{V\bar{c}}{\nu} \approx 3\cdot 10^7\right.$ och med $\left.\alpha = 1{,}25°\right) \Rightarrow$ Fig $\cancel{7.24}$ 7.25 $\Rightarrow C_{D,\infty} = 0{,}005$

(2) $\Rightarrow C_D = 0{,}00541$

(1) $\Rightarrow \underline{F_D = 3{,}73\ \text{kN}}$

LÖSNING:



(9,32): $\frac{p^*}{p_0} = \left(\frac{2}{k+1}\right)^{\frac{k}{k-1}} = 0{,}5283$

$\Rightarrow \quad p^* = 0{,}5283 \cdot 0{,}7 \cdot 10^6 = 0{,}3698 \cdot 10^6$ MPa

$p^* > p_m = 0{,}1$ MPa $\Rightarrow$ strömn. kritisk

(9,47): $\dot{m}_{max} = \frac{0{,}6847\, p_0 A^*}{\sqrt{RT_0}} =$

$= \frac{0{,}6847 \cdot 0{,}7 \cdot 10^6 \cdot \frac{\pi}{4} \cdot 0{,}005^2}{\sqrt{287 \cdot 303}} \approx$

$\approx 0{,}0320$ kg/s

Anta att ingen stöt inträffar i den divergerande delen. Då gäller enl. (9.45) och (9.28a):

$$\frac{A_m}{A^*} = \frac{1^2}{0{,}5^2} = 4 = \frac{1}{Ma_m} \frac{(1+0{,}2 Ma_m^2)^3}{1{,}728}$$

Tabell B1 $\Rightarrow$ $Ma_m = 2{,}94$

Med detta Ma-tal i mynningen skulle mynningstrycket, p_e bli:

$$\frac{p_0}{p_e} = \left[1 + \frac{1}{2}(k-1) Ma_m^2\right]^{\frac{k}{k-1}} \approx 33{,}56$$

$\Rightarrow p_e \approx 0{,}0209$ MPa

Men $p_e < p_m = 0{,}1$ MPa och alltså fås en stöt i dysan (Se fig. 9.12)