Chalmers Tekniska Högskola
Institutionen för Teknisk Fysik
Mats Granath

Tentamen i Termodynamik och Statistisk fysik för F3(FTF140)

Tid och plats: Torsdag 21/8 2008, kl. 14.00-18.00 i V-huset.
Examinator: Mats Granath, 7723175, 0708938077, mats.granath@physics.gu.se
Hjälpmedel: BETA, Physics Handbook, Termodynamiska tabeller (utdelade), ett A4 blad (2 sidor) med egna anteckningar, Chalmersgodkänd räknare.
Bedömning: Varje uppgift ger maximalt 10 poäng. Poäng från dugga och inlämningsuppgift kan ge maximalt 8 extra poäng. För godkänt krävs 30 poäng.
Lösningar: Finns på kurshemsidan efter tentans slut.
Rättningsgranskning: "Drop-in" granskning hos examinatorn, rum O7109B.

Uppgift 1

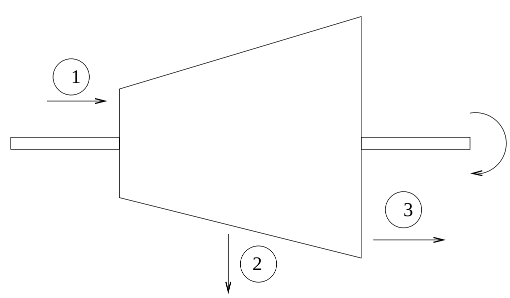
En behållare med volymen 2 liter innehåller 1 kg vatten vid temperaturen 20^0C. Behålleren töms på luft med hjälp av en vakuumpump och försluts. Vad är trycket i behållaren när jämvikt har uppnåtts? (10p)

Uppgift 2

En ångturbin verkar under följande förutsättningar: inflöde $\dot{m}_1$ =40 kg/s vid tryck $P_1 = 10$MPa och temperatur $T_1 = 500^0$C, en del av flödet, $\dot{m}_2 = 10$ kg/s, avleds vid $P_2 = 0.3$MPa och $T_2 = 200^0$C, resterande ånga lämar turbinen vid tryck $P_3 = 10$kPa och kvalitet (massandel gas) $x_3 = 0.9$.

a) Beräkna turbinens totala effekt. (7p)

b) Hur stor andel av effekten genereras innan första utflödet? (3p)



Uppgift 3

I guld vid 10K är bidraget till värmekapaciteten från gittervibrationer ungefär 70 gånger större än bidraget från ledningselektroner.

a) Givet att Fermitemperaturen för guld är 64000K (6.4×10^4) och att guld har en ledningselektron per atom, beräkna med hjälp av detta Debyetemperaturen. (Det går bra att anta $T_D \gg T$.) (5p)

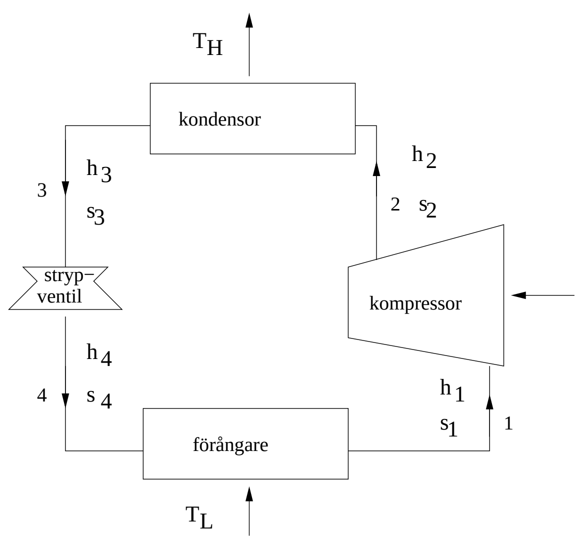
b) Vid vilken temperatur ger gittervibrationer och ledningselektroner lika stort bidrag till värmekapaciteten.(5p)

Uppgift 4

En värmepump fungerar enligt följande principskiss med ett arbetsmedium i stationärt flöde genom systemet. Värmepumpens syfte är att överföra värme från omgivningen vid den lägre temperaturen T_L till den högre temperaturen T_H. I punkterna 1 till fyra är specifika entalpin (h) och entropin (s) givna. Massflödet är $\dot{m}$ kg/s. Kompressorn arbetar adiabatiskt och reversibelt och strypventilen är adiabatisk (värmeisolerad)

a) Beräkna verkningsgraden för värmepumpen uttryckt i givna storheter (5p)

b) Givet följande, $s_2 - s_3 = (h_2 - h_3)/T_H$ och $s_1 - s_4 = (h_1 - h_4)/T_L$, beräkna entropiökningen per sekund för värmepumpen och dess omgivning. (5p)



Uppgift 5

Atomkärnan i något kristallint grundämne har spinn ett, med i kristallfältet tre möjliga kvanttal, $m = -1, 0, 1$. Dessa tillstånd har energi $E_m = \epsilon|m|$ där ϵ är en konstant.

a) Beräkna bidraget från kärnspinnet till kristallens molära inre energi som funktion av temperatur. (4p)

b) Beräkna bidraget från kärnspinnet till kristallens molära entropi. (4p)

c) För låga ($T = 0$) och höga ($T \to \infty$) temperaturer skriv ner entropin genom att direkt beräkna antal tillgängliga mikrotillsånd. Bekräfta att det stämmer överens med lösningen i b) (2p)

Uppgift 6

För ett system bestående av flera komponenter ges ändringen i Gibbs fria energi av $dG = -SdT + VdP + \sum_i \mu_i dN_i$, där i betecknar de olika komponenterna och μ_i är respektive komponents kemiska potential.

Betrakta en behållare med vätgas (H_2) och fria väteatomer (H) i jämvikt vid konstant tryck och temperatur, där vätgasen kan dissociera enligt processen $H_2 \rightleftharpoons 2H$. Totala antalet väteatomer i bunden eller molekylär form är bevarat.

a) Visa att i jämvikt gäller $\mu_{H_2} = 2\mu_H$. (2p)

b) Beräkna μ_{H_2} och μ_H givet att dessa kan beskrivas som klassisk idealgas. Ta hänsyn till rotationer ($E_{rot} = kT_{rot}$) och bindningsenergin (ϵ_0) för H_2 genom att använda uttrycket $Z_{int} = 2(T/T_{rot})e^{-\beta\epsilon_0}$ för tillståndssumman över inre frihetsgrader för molekylen. (Tips, utgå från Helmholtz fria energi.) (4p)

c) Härled "massverkans lag", $\frac{c(H)^2}{c(H_2)} = K_c(T)$ där $c = N/V$ är koncentrationen för respektive komponent och skriv ner "jämviktskonstanten" $K_c(T)$ för reaktionen. (4p)

Lösning Tenta 080821, Termodynamik och statistisk fysik, FTF140

Uppgift 1

Vattnet förångas i den slutna behållaren till dess att jämvikt uppnås. Enligt tabell är trycket 2.339kPa vid 20^0C.

Uppgift 2

Stationärt flöde, utvunnet arbete gas av entalpiförändringarna.

a) Ur tabell (värden i kJ/kg), $h_1 = 3374$, $h_2 = 2866$, $h_3 = 0.9 \times 2585 + 0.1 \times 192 = 2348$. Effekten ges av $\dot{W} = \dot{W}_{12} + \dot{W}_{23} = \dot{m}_1(h_1 - h_2) + (\dot{m}_1 - \dot{m}_2)(h_2 - h_3) = 35.860\text{MW}$

b) $\dot{W}_{12}/\dot{W} = 0.57$

Uppgift 3

För Debyemodellen vid låga temperaturer ges värmekapaciteten enligt $C_{v,g} = \frac{12\pi^4}{5} N k_B (\frac{T}{T_D})^3$. För ledningselektronerna (degenererad Fermigas) $C_{v,e} = \frac{\pi^2}{2} N_e k_B (\frac{T}{T_F})$ (här $N_e = N$).

a) Lös ut T_D ur $C_{v,g}(T)/C_{v,e}(T) = 70$ vid 40K ger $T_D = 165$K

b) $C_{v,g}(T) = C_{v,e}(T)$ vid $T \approx 1.22$K

Uppgift 4

a) Verkningsgraden ges av $\beta = \frac{Q_H}{W}$ där $Q_H = h_3 - h_2$ och $W = h_2 - h_1$.

b) Förutsättningarna innebär att kondensorn och förångaren är reversibla. Hela entropiändringen fås i strypventilen, och ges av $\Delta S = s_4 - s_3$, dvs $\Delta \dot{S} = \dot{m}(s_4 - s_3)$

Uppgift 5

a) Tillståndsumman för ett spinn ges av $Z_1 = 1 + 2e^{-\beta\epsilon}$ vilket ger energin per spinn $E_1 = -\frac{\partial \ln Z}{\partial \beta} = \frac{2\epsilon e^{-\beta\epsilon}}{1+2e^{-\beta\epsilon}}$ och $E = N_A\epsilon/(1 + \frac{1}{2}e^{\beta\epsilon})$

b) $S = E/T + k_B \ln Z = N_A(\epsilon/T(1 + \frac{1}{2}e^{\beta\epsilon}) + k_B \ln(1 + 2e^{-\beta\epsilon})$

c) $T = 0$: antal tillstånd $\Omega = 1$, dvs $S = k_B \ln \Omega = 0$, från b) $\beta \to \infty$ ger $S \to 0$.
$T \to \infty$: antal tillstånd $\Omega = 3^{N_A}$, dvs $S = k_B N_A \ln 3$ vilket också stämmer med b).

Uppgift 6

a) I jämvikt (vid $dP = dT = 0$) $dG = \sum_i \mu_i dN_i = \mu_{H_2} dN_{H_2} + \mu_H dN_H = 0$. $H_2 \rightleftharpoons 2H$ innebär $dN_{H_2} = -\frac{1}{2} dN_H$ (t.ex. en mer H_2 svarar mot två mindre H), vilket ger $\mu_{H_2} = 2\mu_H$.

b) $\mu_i = (\frac{\partial F}{\partial N_i})_{V,T} = -kT(\frac{\partial \ln Z}{\partial N_i})_{V,T}$. För klassisk idealgas $Z = Z_1^N/N!$ dvs $\mu = kT \ln N - kT \ln Z_1$ (från $\ln N! \approx N \ln N - N$ och Z_1 oberoende av N). $Z_1 = Z_1^{translation} Z_1^{intern}$ där $Z_1^{translation} = V(2\pi mkT/h^2)^{3/2}$ och enligt uppgift $Z_1^{intern} = 2(T/T_{rot})e^{-\beta\epsilon_0}$ för H_2 (för H kan inre frihetsgrader försummas). Detta ger

$$\mu_H = -kT \ln(\frac{V}{N_H}(\frac{2\pi m_H kT}{h^2})^{3/2}) \tag{1}$$

$$\mu_{H_2} = -kT \ln(\frac{V}{N_{H_2}}(\frac{2\pi m_{H_2} kT}{h^2})^{3/2} 2(\frac{T}{T_{rot}})e^{-\beta\epsilon_0}) \tag{2}$$

c) från a) och b) med $c(H) = N_H/V$, $c(H_2) = N_{H_2}/V$ och $m_{H_2} = 2m_H$ fås $\frac{c(H)^2}{c(H_2)} = K_c(T)$ med $K_c(T) = (\frac{4\pi m_H kT}{h^2})^{3/2}(T_{rot}/T)e^{\beta\epsilon_0}$ (Notera $\epsilon_0 < 0$ vilket ger låg relativ koncentration av H.)