

## Tentamen i Termodynamik och Statistisk fysik för F3(FTF140)

**Tid och plats:** Måndagen den 20 augusti 2007, kl. 8.30-12.30 i V-huset.

**Examinator:** Mats Granath, 7723175, 0708938077, mgranath@fy.chalmers.se, rum O7109B

**Hjälpmedel:** BETA, Physics Handbook, Termodynamiska tabeller (utdelade), ett A4 blad (2 sidor) med egna anteckningar, valfri räknedosa i fickformat.

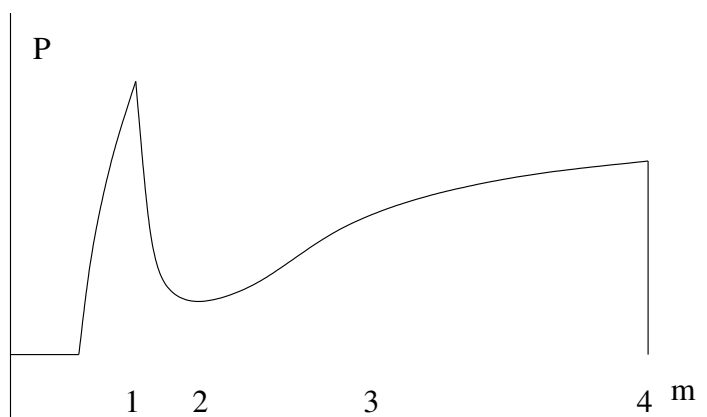
**Bedömning:** Varje uppgift ger maximalt 10 poäng. Poäng från dugga och inlämningsuppgift kan ge maximalt 8 extra poäng. För godkänt krävs 30 poäng.

**Lösningar:** Finns på kurshemsidan efter tentans slut.

**Rättningsprotokoll:** Anslås senast måndag 10/9 2007.

**Rättningsgranskning:** Efter överenskommelse med examinator.

### Uppgift 1



Bilden visar ett typiskt förhållande mellan tryck ( $P$ ) och massa ( $m$ ) hos en gas i en ballong vid konstant temperatur.

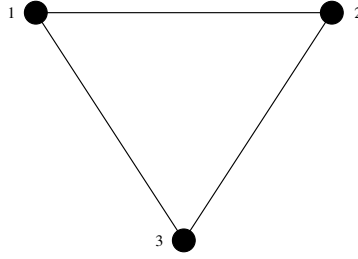
a) I det välfyllda området mellan punkt (2) och punkt (4) kan kurvan approximeras  $P = \alpha(m)^{1/4}$ , där  $\alpha$  är en konstant. Hur beror då trycket på ballongens volym? (Antag ideal gas.) (6p)

b) En ballong som är fylld till punkt (1) kopplas ihop med en ballong fylld till punkt (3) med ett rör på så sätt att luft kan flöda mellan ballongerna. Vad händer? (4p)

### Uppgift 2

Isingmodellen på tre punkter har energin  $E = -J(S_1S_2 + S_2S_3 + S_1S_3)$  med  $J > 0$  och där spinnen  $S_1$ ,  $S_2$  och  $S_3$  endast kan ta värdet 1 eller  $-1$ .

a) Hur många tillstånd har systemet? (2p)



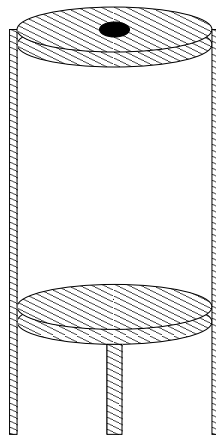
- b) Vilka energinivåer har systemet och hur många tillstånd svarar mot varje energi? (2p)  
 c) Antag att systemet är i jämvikt med ett värmebad med temperaturen  $T = J/k_B$ . Vad är då sannolikheten att systemet har lägsta möjliga energi? (6p)

### Uppgift 3

En behållare med volymen  $1\text{dm}^3$  innehåller  $0.1\text{kg}$  vatten vid en temperatur  $T_1 = 20^\circ\text{C}$ . Behållaren evakueras på luft varefter den sluts.

- a) Efter att jämvikt uppnåtts i behållaren, vad är trycket? (3p)  
 b) Behållaren körs sedan i en mikrovågsugn med effekten  $700\text{W}$  i en minut. Vad är vattnets sluttemperatur och tryck? Antag att all strålad effekt absorberas av vattnet och att värmeförluster till omgivningen kan försummas. (7p)

### Uppgift 4



Cylindern i figuren ovan har en ventil i toppen som gör att maximala interna trycket är  $P_{max} = 0.6\text{MPa}$ . Cylindern är ursprungligen fylld med  $V_i = 0.3\text{m}^3$  luft (idealgas) vid ett tryck  $P_i = 0.15\text{MPa}$  och en temperatur  $T_0 = 20^\circ\text{C}$ . Kolven pressas samman långsamt så att temperaturen hålls konstant till en slutvolym  $V_f = 0.06\text{m}^3$ . Beräkna trycket  $P_f$  och massan  $m_f$  av luften i behållaren efter kompressionen. (10p)

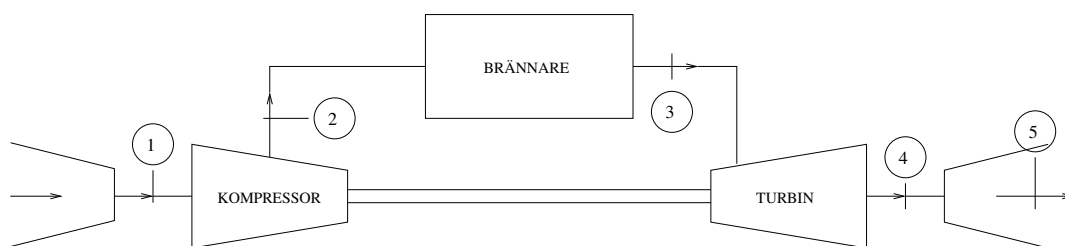
## Uppgift 5

Den diatomära molekylen kolmonoxid har rotationsexcitationer  $\epsilon_{J^{rot}} = \frac{\hbar^2}{2I}J(J+1)$  som är  $2J+1$ -faldigt degenererade med tröghetsmoment  $I$  och motsvarande energi  $\hbar^2/2I = 2.4 \cdot 10^{-4}\text{eV}$ . Molekylen har också icke-degenererade vibrationsmoder med energi  $\epsilon_r^{vib} = \hbar\omega(\frac{1}{2} + r)$  där  $\hbar\omega = 0.27\text{eV}$ .

a) Skriv ner tillståndssummorna för molekylens rotations- respektive vibrationsfrihetsgrader. (5p)

b) Uppskatta bidraget till gasens molära värmekapacitet från rotationer respektive vibrationer vid temperaturen  $T = 300\text{K}$ . Tillståndssummorna behöver inte beräknas explicit, motivera istället tillämpliga approximationer. (5p)

## Uppgift 6



Figuren visar en skiss av en jetmotor. Luft flödar in vid atmosfärstryck ( $P_1 = 0.1\text{MPa}$ ) i munstycket och komprimeras adabatskt. Förbränningen sker vid konstant tryck varefter gasen expanderar adiabatskt genom turbinen. Trycket ( $P_4$ ) efter turbinen är just sådant att arbetet som fås ur turbinen är lika stort som arbetet som krävs för att driva kompressorn. Efter turbinen expanderar gasen igen adiabatskt till atmosfärstryck ( $P_5 = 0.1\text{MPa}$ ).

Antag att man kan behandla luften som en idealgas med värmekapaciteter  $C_p = 1.0\text{kJkg}^{-1}\text{K}^{-1}$  och  $C_v = C_p/1.4$ , att gasen flödar långsamt in i kompressorn och att alla adiabatska processer kan antas vara reversibla. Antag temperatur vid inflödet  $T_1 = 20^\circ\text{C}$ , tryck efter kompressorn  $P_2 = P_3 = 1.0\text{MPa}$  och maximal temperatur efter förbränningen  $T_3 = 1200^\circ\text{C}$ .

a) Visa att för en idealgas gäller att ändringen i entalpi ges av  $dH = C_p dT$ . (3p)

b) Beräkna trycket efter generatoren ( $P_4$ ). (4p)

c) Beräkna utgångshastigeten av luften efter expansion i munstycket (5). (3p)

# Lösning Tenta 070820, Termodynamik och statistisk fysik, FTF140

## Uppgift 1

- a) Idela gaslagen  $P = m\bar{R}T/V$  tillsammans med  $P = \alpha(m)^{1/4}$  ger  $P \sim V^{1/3}$  dvs trycket proportionellt mot ballongens diameter.  
b) Tryckjämvikt uppnås genom att luft lämnar ballongen med högre tryck. Den lilla ballongen blir alltså mindre och den stora större.

## Uppgift 2

- a) 8  
b) 2 tillstånd (alla +1 eller alla -1) med energi -3J, 6 tillstånd med energi J  
c) Boltzmann fördelning ger  $P_{E=-3J} = \frac{2e^{-(-3J)/k_B T}}{2e^{-(-3J)/k_B T} + 6e^{-(J)/k_B T}} = 1/(1 + 3e^{-4}) = 0.95$

## Uppgift 3

- a) Ur tabell fås jämviktstrycket  $P = 2.34kPa$   
b) Inga värmeförluster och inget arbete (konstant volym), vattnets inre energi ökar med  $\Delta E = 700 \times 60 = 42kJ$  eller (0.1kg vatten)  $420kJ/kg$ . Vi kan försumma den lilla mängden energi i gasen (massandelen gas är mycket liten) vilket ger slutenergi  $83.95kJ/kg + 420kJ/kg \approx 500kJ/kg$ . Ur tabell fås då ungefärligt sluttemperatur och tryck,  $T = 120^\circ C$  och  $P = 198kPa$ .

## Uppgift 4

För luft som idealgas gäller  $PV = m\bar{R}T$  där  $\bar{R} = 0.287kJ/kgK$ . Kompressionen sker i två steg: 1) vid konstant temperatur till tryck  $P' = P_{max} = 0.6MPa$ , och volym  $V'$  2) vid konstant temperatur och tryck till volym  $V_f$  då massan minskar eftersom ventilen är öppen.

$$1) P_i V_i = P' V' \text{ ger } V' = V_i/4, m' = m_i = P_i V_i / \bar{R} T_0$$

$$2) m_f / V_f = m' / V', m_f = m' V_f / V' = 4/5 m' = 0.42kg$$

(Kan lösas enklare direkt från ideala gaslagen på sluttillståndet.)

## Uppgift 5

Se uppgift 1, tenta 041215 för lösning.

## Uppgift 6

a) För idealgas gäller  $E = E(T)$  och  $PV = RT$  (1 mol).  $H = E + PV = E + RT$ , vilket ger  $dH = dE + RdT$ . Vi har  $C_v = (\frac{dQ}{dT})_v = [dQ = dE + PdV] = (\frac{\partial E}{\partial T})_v = [id.gas] = \frac{dE}{dT}$  och  $C_p = (\frac{dQ}{dT})_p = (\frac{\partial E}{\partial T})_p + P(\frac{\partial V}{\partial T})_p = [id.gas] = \frac{dE}{dT} + R = C_v + R$ . Vi får alltså

$$dH = dE + RdT = (C_v + R)dT = C_p dT$$

b) och c) Se uppgift 5 tenta 051214 för lösning. Här lite andra numeriska värden  $P_4 = 0.49\text{MPa}$  och  $v = 935\text{m/s}$