Chalmers Tekniska Högskola
Institutionen för Teknisk Fysik
Mats Granath

Tentamen i Termodynamik och statistisk för F3(FTF140)

Tid och plats: Onsdagen den 30 augusti 2006, kl. 8.30-12.30 i V-huset.
Examinator: Mats Granath, 7723175, 0708938077, mgranath@fy.chalmers.se
Hjälpmedel: BETA, Physics Handbook, Termodynamiska tabeller, ett A4 blad (2 sidor) med egna anteckningar, valfri räknedosa i fickformat.
Bedömning: Varje uppgift ger maximalt 10 poäng. Poäng från dugga och inlämningsuppgift kan ge maximalt 8 extra poäng. För godkänt krävs 30 poäng.
Lösningar: Finns på kurshemsidan efter tentans slut.
Rättningsprotokoll: Anslås *senast* måndag 18/9 2006.
Rättningsgranskning: Efter överenskommelse med examinator, rum O7109B.

Uppgift 1

En värmeisolerad behållare med en rörlig vägg innehåller en gas (inte nödvändigtvis ideal). Väggen hålls fixerad så att gasen har ett tryck P_1 och volym V_1. Då väggen släpps fri expanderar gasen spontant till en volym V_2 och ett tryck P_2 som är detsamma som omgivningens. Hur stor är ändringen i gasens inre energi? (Väggens massa och friktion då väggen rör sig kan försummas) (10p)

Uppgift 2

Ett fast mne innehåller fixerade orenheter i form av joner som uppträder som magnetiska dipoler med spinn 1. I ett magnetfält B kan dessa alltså ta kvantal $m = -1, 0, 1$ med energi $\epsilon(m) = -B\mu m$ där dipolmomentet μ är en konstant. Jonerna är utspridda i materialet på så sätt att dom kan betraktas som oberoende. Vad är jonernas bidrag till värmekapaciteten C_v per mol som funktion av temperaturen vid låga temperaturer $kT << \mu B$ om materialet innehåller 1% orenheter ? (10p)

Uppgift 3

En behållare innehåller en viss mängd vatten i jämvikt vid ett tryck och temperatur sådant att vattnet befinner sig i den kritiska punkten. Behållaren som är tät och har konstant volym lämnas sedan för sig själv i ett normaltempererat rum (25^0C) tills dess att jämvikt uppnås. Hur stor volymandel av vattnet är då gas respektive vätska? (10p)

Uppgift 4

I jämvikt mellan två faser av ett ämne vid givet tryck och temperatur gäller att Gibbs fria energi för respektive fas ska vara lika. Härled med hjälp av detta den så kallade Clausius-

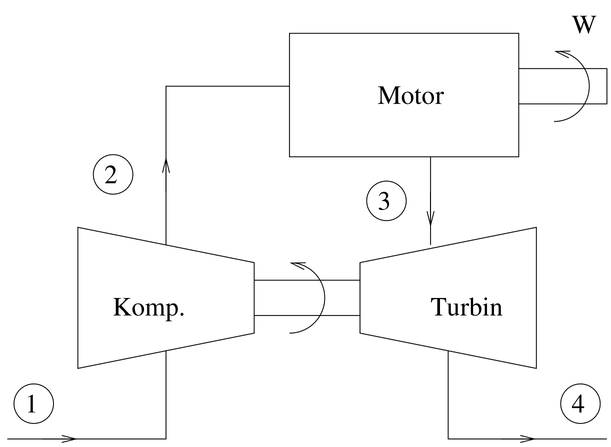
Clapeyrons ekvation som beskriver lutningen på koexistenskurvan mellan två faser. (5p)

I jämvikt mellan vätska och gas kan man ofta försumma vätskans specifika volym i förhållande till gasens. Om man dessutom antar att gasen kan betraktas som ideal och att ångbildningsvärmet L (uttryckt i J/mol) är oberoende av temperaturen (över betraktat temperaturinterval) kan man härleda ett uttryck för tryck som funktion av temperatur. Härled detta uttryck givet en punkt P_0, T_0 på koexistenskurvan. (5p)

Uppgift 5

Ett experiment görs på en utspädd lösning av ^{3}He i flytande ^{4}He. ^{3}He är en fermion medan ^{4}He är en boson. Tätheten för lösningen är 145kgm^{-3} och den består av 1 massprocent ^{3}He. Vämekapaciteten mäts och genom att man vet bidraget från ^{4}He vätskan finner man att bidraget från ^{3}He atomerna kan beskrivas som en ideal Fermigas med Fermitemperaturen $T_F = 0.14$K. Dock måste man ersätta massan m för ^{3}He atomen med en effektiv massa m^* som tar hänsyn till växelverkan mellan atomerna. Bestäm kvoten mellan den effektiva massan m^* och den verkliga massan m. (^{3}He har spinn $\frac{1}{2}$) (10p)

Uppgift 6



Figuren visar principen för en turbo, där de varma avgasarna utnyttjas för att driva en kompressor som komprimerar bränsleblandningen in i motorn. Vi kan behandla bränsleblandningen som en ideal gas med värmekapaciteter C_p =1kJ/kgK och $C_v = C_p/1.4$. Följande värden är givna: $P_1 = 100$kPa, $T_1 = 30^o$C, $P_3 = 170$kPa, $T_3 = 650^o$C och $P_4 = 100$kPa.

a) Beräkna tryck och temperatur efter kompressorn, P_2 och T_2. Antag att både turbinen och kompressorn arbetar adiabatiskt och reversibelt och att turbinen överför arbete till kompressorn utan förluster. (5p)

b) Om effekten ut ur motorn $\dot{W}$ är 100hk (74kW) och verkningsgraden för motorn (utan turbo) är 30%, hur stort är då massflödet $\dot{m}$, dvs hur många kg luft per sekund strömmar genom motorn. (Flödet kan betraktas som långsamt.) (5p)

Lösning Tenta 060830, Termodynamik och statistisk fysik, FTF140

OBS! Denna tentalösning är preliminär och kan innehålla fel.

Uppgift 1

Eftersom ingen värme utbyts får vi från första lagen: $\Delta E = W$, där W är arbetet på gasen från omgivningen.

Arbetet som gasen utför då väggen förflyttas mot ett det yttre trycket P_2 är $P_2 \Delta V = P_2(V_2 - V_1)$

Vi får alltså ändring i inre energi $\mathbf{\Delta E = -P_2(V_2 - V_1)}$

Uppgift 2

Eftersom jonerna är oberoende kan vi beräkna värmekapaciteten för en jon ur $C_v = \frac{dE}{dT}$ och E=$-\frac{\partial \ln Z}{\partial \beta}$ där Z är tillståndsumman för en jon.

$Z = e^{-x} + 1 + e^{x}$ där $x = \beta\mu B$ vilket ger $(\frac{\partial}{\partial \beta} = \mu B \frac{\partial}{\partial x})$ $E = -\mu B(e^{x} - e^{-x})/(e^{-x} + 1 + e^{x})$. Låga temperaturer $kT \ll \mu B$ svarar mot $x \gg 1$ vilket ger $E \approx -\mu B/(1 + e^{-x})$ och $C_v = \ldots = k(\frac{\mu B}{kT})^2 e^{-\mu B/kT}$
Med en täthet av 1% fås då per mol:

$$\mathbf{C_v = 0.01R(\frac{\mu B}{kT})^2 e^{-\mu B/kT}}$$

Uppgift 3

Massan är bevarad liksom volymen. Ur tabell fås specifika volymer: i kritiska punkten $v_c = 0.003155 m^3/kg$ och vid 25^{o}C $v_f = 0.001003 m^3/kg$ och $v_g = 43.36 m^3/kg$. Massan för en fas ges av $m = V/v$, alltså för masskonservering $V/v_c = V_g/v_g + V_f/v_f = V_g/v_g + (V - V_g)/v_f$ där V är totala volymen. Vi söker volymandelen V_g/V vilket kan lösas ut som

$$\mathbf{V_g/V = \frac{1/v_c - 1/v_f}{1/v_g - 1/v_f} = 0.68}$$

Uppgift 4

Se Mandl Kap. 8.4 och 8.5

Uppgift 5

Fermitemperaturen ges idealt av $T_F = \frac{h^2}{2mk}(\frac{3}{4\pi g}n)^{2/3}$ där n är tätheten i antal per volymsenhet, m massan och $g = 2$ för spinn$-\frac{1}{2}$.

Vi har total täthet (densitet) 145kgm^{-3} och 1 massprocent ^{3}He med massa $m = 3\mu = 5.1 \cdot 10^{-27}$kg. Detta ger $n = 0.01145/5 \cdot 10^{-27} = 3 \cdot 10^{26} m^{-3}$

Vi kan då beräkna den ideala Fermitemperaturen $T_F = 0.34K$, för att få $T_F = 0.14K$ krävs alltså en större effektiv massa sådan att $\mathbf{m^*/m = 0.34/0.14 = 2.42}$

Uppgift 6

a) För adaiabatiskt och reversibla processer för idealgas kan vi använda $TP^{(1-\gamma)/\gamma}$. Dessutom har vi entalpiändring för idealgas $\Delta h = C_p \Delta T$.

Vi kan då beräkna $T_4 = 793K$ och från första lagen för stationärt flöde fås arbetet ur turbinen $W_t = C_p(T_3 - T_4)$ Turbinen driver kompressorn $W_k = W_t$ och vi får T_2 från $W_k = C_p(T_2 - T_1)$, vilket ger $\mathbf{T_2 = 433K}$. Vi kan beräkna trycket $\mathbf{P_2 = 349kPa}$

b) Verkningsgraden för motorn är $\eta = \dot{W}/(\dot{m}h_2) = 0.3$, Vilket ger $\mathbf{\dot{m} = \dot{W}/(0.3C_pT_2) = 0.57kg/s}$