

Dugga i Termodynamik och statistisk för F3(FTF140)

Tid och plats: Torsdagen den 28 september 2006, kl. 10-12, FL61, FL71, KE.

Hjälpmedel: Inga

Bedömning: Varje uppgift kan ge en halv eller en poäng som räknas som bonus på nuvarande läsårs tentaresultat.

Namn:

Födelsedatum:

Skriv namn och födelsedatum på alla inlämnade blad. *Uppgifterna är inte nödvändigtvis ordnade i ökande svårighetsgrad.*

Liten formelsamling

- För idealgas:

$$Pv=RT,$$

$$C_p-C_v=R,$$

$$de=C_vdT.$$

- Clausius-Clapeyrons ekvation: $\frac{dP}{dT} = \frac{\Delta s}{\Delta v}$

- mikrokanonisk fördelning: $P_r = 1/\Omega$

- kanonisk fördelning: $P_r = e^{-\beta E_r}/Z$

Uppgift 1

Visa att PV^γ , $\gamma = C_p/C_v$, är konstant för en kvasistatisk och adiabatisk process i en ideal gas. Var noga med att notera när du använder de tre förutsättningarna, adiabatisk, kvasistatisk respektive idealgas.

Uppgift 2

Ett litet kvantmekaniskt system har tre tillstånd $r = 1, 2, 3$ med respektive energi $\epsilon_1 = 0$ och $\epsilon_2 = \epsilon_3 = \Delta$. Ett material som har en temperatur T innehåller ett stort antal, N , sådana tre-tillstånd system.

- Vad är väntevärdet av antal system i respektive tillstånd 1,2 och 3?
- Hur stort är bidraget till materialets inre energi från dessa N system?

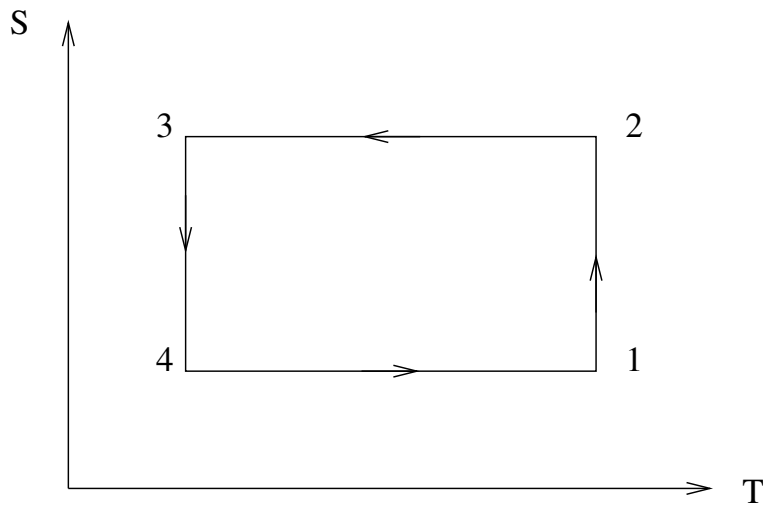
Uppgift 3

Kokpunkten för vatten är ungefär 100°C vid ett tryck av 100kPa och 110°C vid ett tryck av 140kPa . Specifika volymen för den mättade ångan är ungefär $1.5\text{m}^3/\text{kg}$ och för vätskan minst tusen gånger mindre än för ångan. Uppskatta hur mycket värme som krävs för att förångas ett kilo vatten vid 100°C .

Uppgift 4

Betrakta en ideal Carnotcykel där arbetsmediet är en idealgas med konstanta värmekapaciteter C_p och C_v . Entropi-temperatur diagramet nedan visar cykeln som består av fyra delar:

- (1-2) isoterm expansion
- (2-3) isentropisk expansion
- (3-4) isoterm kompression
- (4-1) isentropisk kompression



Skissa Carnotcykeln i ett tryck-volym (P - v) diagram där du på varje kurvdel skriver hur trycket beror på volymen (tex $P \sim v^2$, $P \sim 1/v, \dots$).

Lösningar

Uppgift 1

Första lagen för *adiabatisk* process ($\delta q = 0$) $de = \delta W$. För *kvastatiskt* gäller dessutom $\delta W = -Pdv$ och för *idealgas* $de = c_v dT$, $Pv = RT$ och $c_p - c_v = R$. Differentiera ideala gaslagen $Pdv + vdP = RdT$ och använd övriga relationer

$$\begin{aligned}de &= -Pdv \\c_v dT &= -Pdv \\Pdv + vdP &= -R/c_v Pdv \\(1 + R/c_v)Pdv &= -vdP \\\gamma Pdv &= -vdP \\\gamma dv/v &= -dP/P \\\gamma \ln v + \ln P &= \textit{konst.} \\Pv^\gamma &= \textit{konst.}\end{aligned}$$

Uppgift 2

Använd kanonisk fördelning. Tillståndssumman $Z = 1 + 2e^{-\beta\Delta}$

a) $P_1 = 1/Z$, $P_2 = P_3 = e^{-\beta\Delta}/Z$ är sannolikheter för respektive tillstånd. Antal system i respektive tillstånd ges då av $n_1 = NP_1$, $n_2 = NP_2$ och $n_3 = NP_3 = n_2$.

b) Energin ges av summan av energi för varje delsystem

$$\begin{aligned}E &= N \sum_{r=1}^3 \epsilon_r P_r = 1/Z(0 + 2\epsilon e^{-\beta\Delta}) \\&= \Delta / (1 + \frac{1}{2}e^{\beta\Delta})\end{aligned}$$

Uppgift 3

Använd Clausius-Clapeyrons ekvation och det faktum att fasövergången sker vid konstant temperatur så att $\Delta s = L/T$, där L är förångningsvärmets. Vi har alltså $L = T\Delta v \frac{dP}{dT} \approx 373K \times 1.5m^3/kg \times \frac{40kPa}{10K} \approx 2.2MJ/kg$ För ett kilo vatten är alltså förångningsvärmets ungefär **2.2MJ** vid $100^\circ C$.

Uppgift 4

För idealgas och isoterm fås från ideala gaslagen $P \sim 1/v$ och för isentrop (se uppgift 2) $P \sim 1/v^\gamma$, vilket ger följande Pv-diagram:

