CHALMERS TEKNISKA HÖGSKOLA
Institutionen för signaler och system
Avdelningen för reglerteknik

Tentamen i Reglerteknik för E3, ESS017, tisdagen 13 januari 2009.

Tid: Kl 08.30 - 12.30

Lokal: V

Examinator: Claes Breitholtz, telefon Chalmers 3718

Tentamensresultaten anslås senast den 27 januari på institutionens anslags-tavla. Granskning av rättning kan ske den 27 och den 28 januari, 12.30 -13.00, på institutionen, plan 5 i E-huset. Iakttag granskningstiderna! Den som kommer senare får endast avge skriftliga klagomål mot rättningen, som skall inlämnas senast två veckor efter granskningsdagarna.

Tentamen omfattar totalt 30 poäng. Räknefel leder normalt till en poängs avdrag. Ett direkt följdfel (såvida ingen orimlighet "dyker upp") leder inte till ytterligare poängavdrag. Ofullständiga lösningar leder till större poängavdrag. Detta gäller även fullständigt lösta uppgifter där grövre felaktigheter förekommer, alternativt om svaret är fullständigt orimligt. Följande betygskala gäller:

betyg TRE : minst 12 poäng
betyg FYRA: minst 18 poäng
betyg FEM : minst 24 poäng

Tillåtna hjälpmedel:

1. Kursboken, dvs ***Reglerteknik**-Grundläggande teori*, av Glad och Ljung.
2. Matematiska och fysikaliska tabeller (t ex *BETA* och *Physics handbook*).
3. Skriv- och ritmaterial inklusive gradskiva. Diagram fås av vakten.
4. Valfria räknare med handhavandeinstruktion. Inga "laptop-datorer"!

LYCKA TILL!

1. Ett linjärt tidsinvariant system har viktsfunktionen

$$g(t) = (\beta - t) \cdot e^{-t}$$

(a) Är detta system insignal-utsignalstabilt? (Motivera!)

1 poäng

(b) För vilka <u>positiva</u> värden på parametern β är systemet av minimumfastyp?

1 poäng

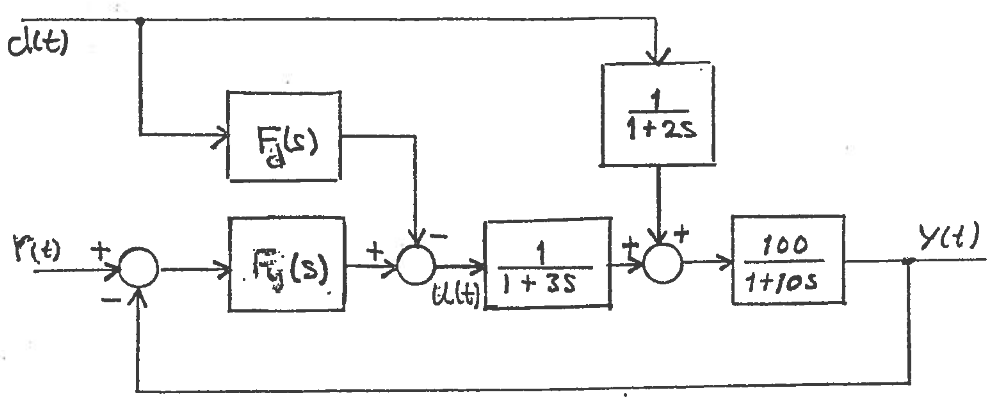
(c) Kan slutvärdet av systemets stegsvar för något positivt värde på β bli noll?

1 poäng

2. Figuren visar ett styrsystem med såväl framkoppling $F_d(s)$ som återkoppling $F_y(s)$, den senare i form av en PI-regulator med integrationstiden 10 sekunder och valbar förstärkning:

$$F_y(s) = K_p\left(1 + \frac{1}{T_i s}\right)$$

Framkopplingen använder sig av att störningen $d(t)$ är mätbar. Övriga störningar kan anses försumbara i sammanhanget. Se nedanstående blockdiagram över styrsystem och process!



a) Bestäm framkopplingsfiltret $F_d(s)$ för utsläckning av störningen (vid godtycklig frekvens).

3 poäng

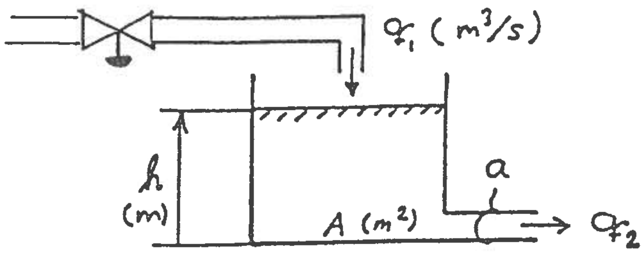
b) För vilken regulatorförstärkning blir systemets fasmarginal 30°?

3 poäng

3. Figuren visar ett kar med tillflöde och avlopp. Karets bottenyta är 2 m^2 och avloppets tvärsnittsyta är 0,20 dm^2. Strömningshastigheten w genom avloppet är enligt Bernoullis ekvation

$$w = \sqrt{2gh}$$

där h är vätskenivån i karet och $g = 10 \ m/s^2$.



a) Ange överföringsfunktionen från små variationer i inflödet Δq_1 till motsvarande variationer i utflödet Δq_1, vid arbetspunkten $h_0 = 0,80$ m. (Håll reda på sorterna!)

3 poäng

b) Vid nivåreglering vid arbetspunkten $h_0 = 0,80$ m, uppstår plötsligt en total igensättning av inloppsventilen, dvs man får $q_1 = 0$. Beräkna den tid som åtgår för att tömma karet.

3 poäng

4. Ett dynamiskt system utgörs approximativt som en ren integration (1/s) med insignalen u och utsignalen y. Ett reglersystem baserat på tillståndsåterkoppling med integralverkan skall styra detta system.

a) Utgå från tillståndsmodellen $dx_1/dt = u$, $y = x_1$, inför integraltillståndet x_2 genom relationen $X_2(s) = (R(s) - Y(s))/s$, och uppställ tillståndsekvationen över det sålunda "utvidgade" systemet. Rita också ett tydligt blockdiagram över systemet, inklusive återkopplingar.

3 poäng

b) Bestäm en tillståndsåterkoppling, $u = -Lx$, sådan att det återkopplade systemets poler hamnar i $s = -1 + j0,5$ och $s = -1 - j0,5$.

3 poäng

5. Ett linjärt tidsinvariant system är definierat genom tillståndsmodellen

$$\frac{d}{dt}x(t) = Ax(t) + Bu(t)$$
$$y(t) = Cx(t) + Du(t)$$

Systemets övergångsmatris är:

$$\Phi(t) = I + At + A^2t^2/2! + A^3t^3/3! + \ldots = L^{-1}\{(sI - A)^{-1}\}$$

Ange systemets viktfunktion $g(t)$ uttryckt i matriserna A, B, C och D, samt $\Phi(t)$.
(Glöm inte att $L\{\delta(t)\} = 1$, där $\delta(t)$ är Dirac's "deltafunktion".)

3 poäng

6. Utred ***med användning av Nyquistkriteriet*** om systemet med överföringsfunktionen

$$G(s) = \frac{e^{-s/5}}{s-2}$$

kan stabiliseras med hjälp av en proportionell regulator.

6 poäng

Lösningar till tentamen i reglerteknik för E3, ESS017, 13 januari 2009

1. a) Systemet <u>insignal-utsignalstabilt</u> då $\int_0^{\infty} |\beta - t| e^{-t} dt < \infty$. (Exponentialfunktioner "vinner" alltid över polynomfunktioner!)

b) $G(s) = L\{g(t)\} = (\beta s + \beta - 1)/(s+1)^2$. Man ser att systemet är minimumfas för $\beta \geq 1$, dvs inga nollställen i HHP.

c) Systemet insignal-utsignalstabilt, då gäller slutvärdessatsen! Stegsvarets slutvärde är i detta fall: $\lim_{s \to 0} s \cdot G(s)/s = \beta - 1 = 0 \Rightarrow \beta = 1$.

2. a) $Y(s) = \dfrac{100}{1+10s} \cdot \left[\dfrac{D(s)}{1+2s} - \dfrac{F_d(s)D(s)}{1+3s} + F_y(s)(R(s) - Y(s))\right]$ (fås ur blockschemat).

Man finner att om $F_d(s) = (1+3s)/(1+2s)$, elimineras störningens inverkan på utsignalen.

b) Kretsöverföringen blir: $L(s) = \dfrac{K(1+10s)}{10s} \cdot \dfrac{1}{1+3s} \cdot \dfrac{100}{1+10s} = \dfrac{10K}{s(1+3s)}$

Fasmarginalen 30° ger: $180 - 90 - \operatorname{atan}(3\omega_c) = 30 \Rightarrow \omega_c = 1/\sqrt{3}$. Ur definitionen av ω_c fås direkt: $|L(j\omega_c)| = 1 \Rightarrow K = \sqrt{3}/5 = 0,35$ är den förstärkning som ger $\varphi_m = 30$.

3. a) $\dfrac{d}{dt}(Ah) = q_1 - q_2 = q_1 - a\sqrt{2gh} \Rightarrow A\Delta\dot{h} = \Delta q_1 - \Delta q_2 \approx \Delta q_1 - a\sqrt{\dfrac{g}{2h_0}} \cdot \Delta h$

L-transformering ger: $As\Delta H(s) = \Delta Q_1(s) - a\sqrt{\dfrac{g}{2h_0}} \cdot \Delta H(s) = \Delta Q_1(s) - \theta\Delta H(s)$

$$\Delta H(s) = \frac{\Delta Q_1(s)}{As+\theta} = \frac{\Delta Q_2(s)}{\theta} \Rightarrow \frac{\Delta Q_2(s)}{\Delta Q_1(s)} = \frac{\theta}{As+\theta} = \frac{1}{(A/a)\sqrt{(2h_0)/g} \cdot s + 1} = \frac{1}{400s+1}$$

b) Från och med $t = 0$ gäller att $q_1(t) \equiv 0$. Då gäller att

$$\frac{dh}{dt} = -\frac{a}{A}\sqrt{2gh} \Rightarrow \frac{dh}{2\sqrt{h}} = -\frac{a}{A}\frac{\sqrt{2g}}{2}dt \Rightarrow \int_{h_0}^{0} \frac{dh}{2\sqrt{h}} = -\sqrt{h_0} = -\int_0^{t_f} \frac{a}{A}\frac{\sqrt{2g}}{2}dt = -\frac{a}{A}\frac{\sqrt{2g}}{2}t_f$$

Man får då sluttiden:

$$t_f = \frac{A}{a}\sqrt{\frac{2h_0}{g}} = 400 \text{ sekunder.}$$

4.a) Man har $\dot{x}_1 = u, y = x_1$. Dessutom har man att $sX_2(s) = R(s) - Y(s) \Rightarrow \dot{x}_2 = r - x_1$. Detta ger direkt en tillståndsmodell för det utvidgade systemet:

$$\dot{x} = Ax + Bu + Nr = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} u + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} r$$

b) $u = -Lx \Rightarrow \dot{x} = Ax - BLx + \ldots = (A - BL)x + \ldots$. Matrisen $A - BL$ skall ha egenvärdena $-1 + j/2, -1 - j/2$. Detta leder till sambandet $\det(\lambda I - A + BL) = (\lambda + 1)^2 + 1/4$. Om vi ansätter $L = \begin{bmatrix} l_1 & l_2 \end{bmatrix}$ fås $L = \begin{bmatrix} 2 & -1,25 \end{bmatrix}$.

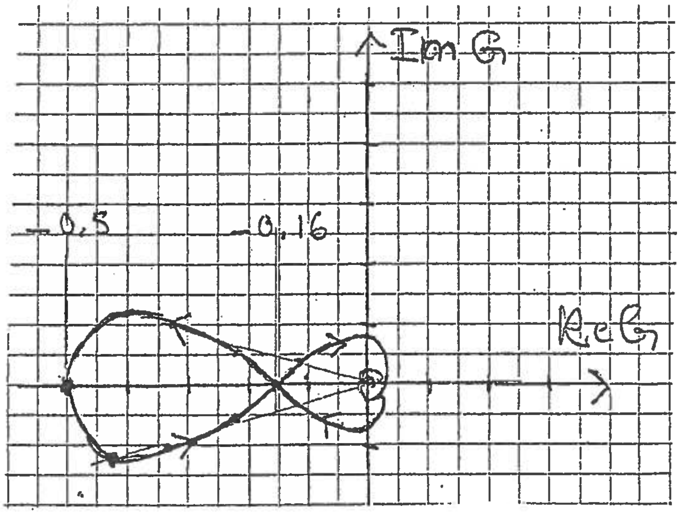
5. Överföringsfunktionen är $G(s) = C(sI - A)^{-1}B + D = L\{g(t)\}$, vilket innebär att $g(t) = L^{-1}\{C(sI - A)^{-1}B + D\} = CL^{-1}\{(sI - A)^{-1}\}B + DL^{-1}\{1\} = C\Phi(t)B + D\delta(t)$.

6. Nyquists kontur får passera origo, då poler i origo saknas. Studera avbildningen för $s = j\omega$, och därefter $s = \rho \cdot \exp(j\varphi)$ då $\rho \to \infty$. Avbildningen för $s = -j\omega$ är spegelbilden i reella axeln av motsvarande avbildning för $s = j\omega$. $G(j\omega) = |G(j\omega)| \cdot e^{j\arg\{G(j\omega)\}}$

$$|G(j\omega)| = 1/\sqrt{\omega^2 + 4}, \quad \arg\{G(j\omega)\} = -36\omega/\pi - (180 - \operatorname{atan}(\omega/2))$$

Tabell 1:

ω rad/sek	$\lvert G(i\omega)\rvert$	$\arg G(i\omega)$ grader
0	0,50	-180
1	0,45	-165
2	0,35	-158
4	0,22	-163
8	0,12	-196



Med vinkelreferens medurs fås att $N = Z - P = 0 - 1 = -1$, dvs att en omslingring moturs runt $-1 + j0$ krävs för stabilt återkopplat system. Ur Nyquistdiagrammet framgår då att K_p måste väljas större än 2, men mindre än 6, eftersom då fler omslingringar sker pga dödtiden.

CHALMERS TEKNISKA HÖGSKOLA
Institutionen för signaler och system
Avdelningen för reglerteknik

Tentamen i Reglerteknik för E3, ESS017, måndagen 20 oktober 2008.

Tid: Kl 08.30 - 12.30

Lokal: V

Examinator: Claes Breitholtz, telefon Chalmers 3718
Lärare som besöker skrivsalen: Magnus Nilsson, telefon Chalmers 3697

Tentamensresultaten anslås senast den 6 november på institutionens anslags-tavla. Granskning av rättning kan ske den 6 och den 7 november, 12.30 -13.00, på institutionen, plan 5 i E-huset. Iakttag granskningstiderna! Den som kommer senare får endast avge skriftliga klagomål mot rättningen, som skall inlämnas senast två veckor efter granskningsdagarna.

Tentamen omfattar totalt 30 poäng. Räknefel leder normalt till en poängs avdrag. Ett direkt följdfel (såvida ingen orimlighet "dyker upp") leder inte till ytterligare poängavdrag. Ofullständiga lösningar leder till större poängavdrag. Detta gäller även fullständigt lösta uppgifter där grövre felaktigheter förekommer, alternativt om svaret är fullständigt orimligt. Följande betygskala gäller:

betyg TRE : minst 12 poäng
betyg FYRA: minst 18 poäng
betyg FEM : minst 24 poäng

Tillåtna hjälpmedel:

1. Kursboken, dvs ***Reglerteknik**-Grundläggande teori*, av Glad och Ljung.
2. Matematiska och fysikaliska tabeller (t ex *BETA* och *Physics handbook*).
3. Skriv- och ritmaterial inklusive gradskiva. Diagram fås av vakten.
4. Valfria räknare med handhavandeinstruktion. Inga "laptop-datorer"!

LYCKA TILL!