

Tentamen i Hållfasthetslära och maskinelement för Z2 (TME016) och I3 (TME060), 2009-08-25

Tid: 0830 - 1230 **Lokal:** V-salar

Lärare: Lennart Josefson tel 7721507, Göran Brännare tel 7721364

Hjälpmedel:

- Grundläggande hållfasthetslära, H Lundh, KTH Stockholm
- Utdrag ur lärobok i Maskinelement del A, M Mägi och K Melkersson, Chalmers
- Motsvarande lärobok i hållfasthetslära på högskolenivå
- Publicerade matematiska, fysiska och tekniska formelsamlingar
- Handbok och formelsamling i hållfasthetslära, KTH, Stockholm
- Formelsamling i hållfasthetslära, M Ekh och P Hansbo, Tillämpad mekanik, Chalmers
- Valfri kalkylator i fickformat med tangentbord och sifferfönster i samma enhet
- Ordböcker
- Egna anteckningar får finnas på befintliga sidor i kursböckerna "Grundläggande hållfasthetslära" och "Utdrag ur Lärobok i Maskinelement del A", dock får inga lösta exempel finnas. I övrigt tillåts inga egna anteckningar

OBS: Lösta räkneuppgifter och tentamensproblem samt separata egna anteckningar är alltså inte tillåtna som hjälpmedel

Lösningar: Anslås på tillämpad mekaniks anslagstavla 2009-08-26 (Hörsalsvägen 7)

Granskning: Tentamensgranskning sker 2009-09-11 och 2009-09-14 kl 1200-1300 på institutionen för tillämpad mekanik, Hörsalsvägen 7, plan 3.

Betygslista: Anslås senast 2009-09-16 på tillämpad mekaniks anslagstavla

Poängbedömning: Maximal poäng på tentamen är 25 poäng. För att få poäng måste lösningen vara läslig och uppställda ekvationer klart motiverade. Vidare skall entydiga beteckningar användas och tydliga figurer ritas. Tänk på att kontrollera dimensioner och rimlighet i svaren. Om hjälpmedel används vid lösning av problem skall referens och sidhänvisning anges.

Betygsgränser:

- 0-9 poäng: underkänt
- 10-14 poäng: betyg 3
- 15-19 poäng: betyg 4
- 20-25 poäng: betyg 5

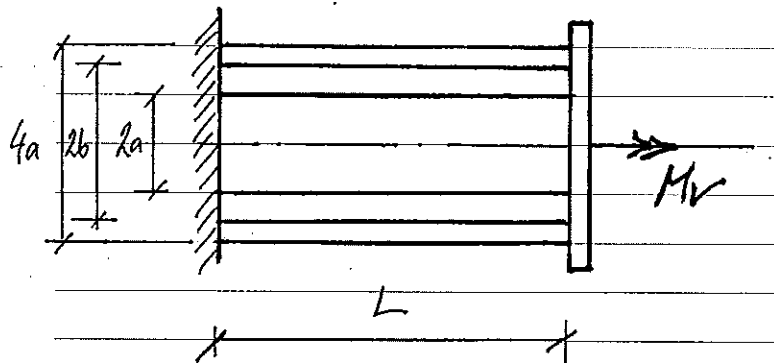
Tentamen i Hållfasthetslära och maskinelement för Z2 (TME016) och I3 (TME060), 2009-08-25

Uppgift 1 (5 poäng)

En torsionsfjäder till en personbil består av två delar; en massiv inre axel och ett yttre tunnväggigt rör. Axeln och röret är fast inspända i sina vänstra ändar och fastsatta på en stel skiva i sina högra ändar. Den stela skivan utsätts för ett vridande moment $M_v = 2 \cdot 10^3 \text{ Nm}$. Axel och rör är av samma material med $G = 81000 \text{ MPa}$. Övriga data är $L = 120 \text{ mm}$, $a = 10 \text{ mm}$, $b = 18 \text{ mm}$.

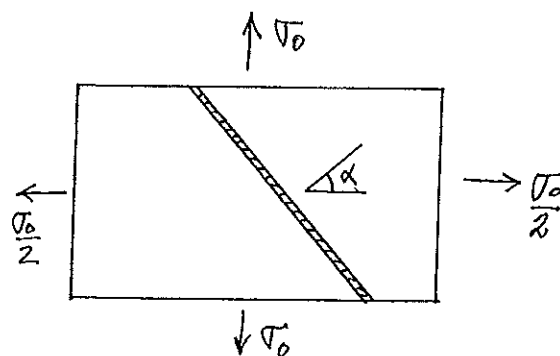
Beräkna hur mycket den stela skivan roterar, (3 p)

Bestäm maximal skjuvspänning i axel och rör, (2 p)



Uppgift 2 (5 poäng)

Ett tunnväggigt tryckkärl har så stor diameter att mantelytan kan beskrivas som en tunn plan skiva. Skivans ränder belastas med spänningar enligt figuren. I mantelytan finns en svets orienterad enligt figuren, $\alpha = 30^\circ$. Bestäm spänningstillståndet i svetsfogen. Ange speciellt hur stor spänningen σ_0 får vara om skjuvspänningen i svetsen inte får överskrida $\tau_s / 4$, där τ_s är materialets sträckgräns i skjuvning.

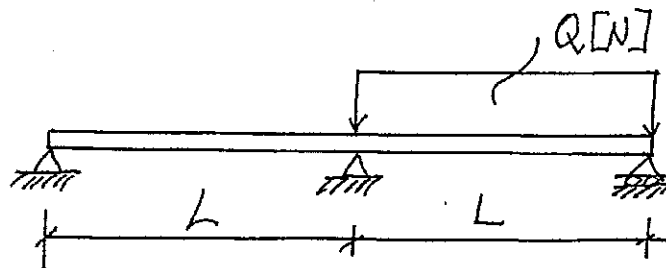
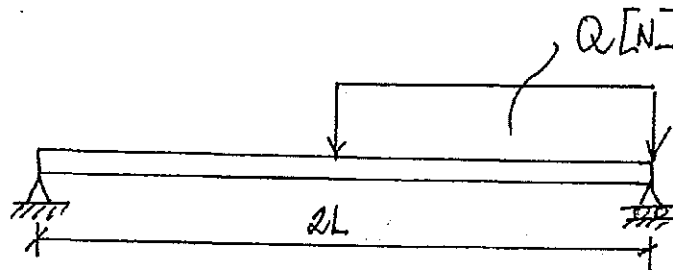


Tentamen i Hållfasthetslära och maskinelement för Z2 (TME016) och I3 (TME060), 2009-08-25

Uppgift 3 (5 poäng)

På en balk med längden $2L$ är en låda med tyngden Q placerad. Balken är tillverkade av ett elastiskt material med elasticitetsmodulen E , har yttröghetsmomentet I och är placerad på två stöd (övre figuren).

Då man tror att böjmomentet blir för stort i balken (och därmed normalspänningen), placeras ett tredje stöd mitt under balken (se nedre figuren). Ange hur mycket det maximala böjmomentet ändras på grund av att ett tredje (mitt)stöd införs.



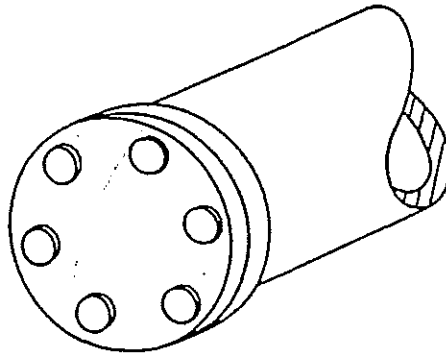
Tentamen i Hållfasthetslära och maskinelement för Z2 (TME016) och I3 (TME060), 2009-08-25

Uppgift 4 (5 poäng)

Ett rör med innerdiametern D är i ena änden förslutet med ett lock. Locket är fastsatt i en fläns på röret med n st skruvar enligt figur. Styvheten för fläns och lock är c_k per skruvdelning. Skruven, som är helt gängad, har en fri längd l inom förbandet.

- Vilket åtdragningsmoment måste man ge varje skruv om tätningskraften mellan lock och fläns endast får sjunka till hälften då trycket p lägges på i röret? Friktionstalet i gängan och mellan skruvskallen och locket är μ . (3,5p)
- Bestäm erforderligt material för skruvarna om lasten anses vara rent statisk och sträckgränsen får utnyttjas till 50%. Möjliga skruvmaterial är 5.6, 8.8, 10.9 och 12.9. (1,5p)

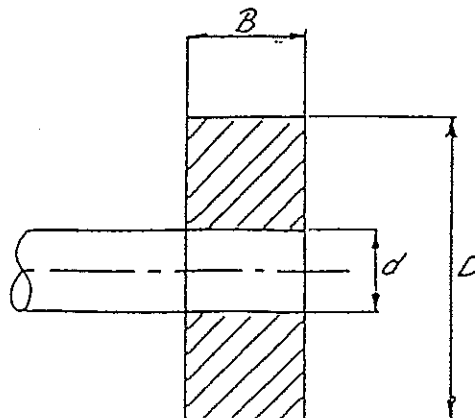
Data: $D = 200$ mm
 $n = 6$ st
 $c_k = 3 \cdot 10^9$ N/m
 $l = 20$ mm
 $p = 20$ bar
 $\mu = 0,15$
 Skruvdim M12



Uppgift 5 (5 poäng)

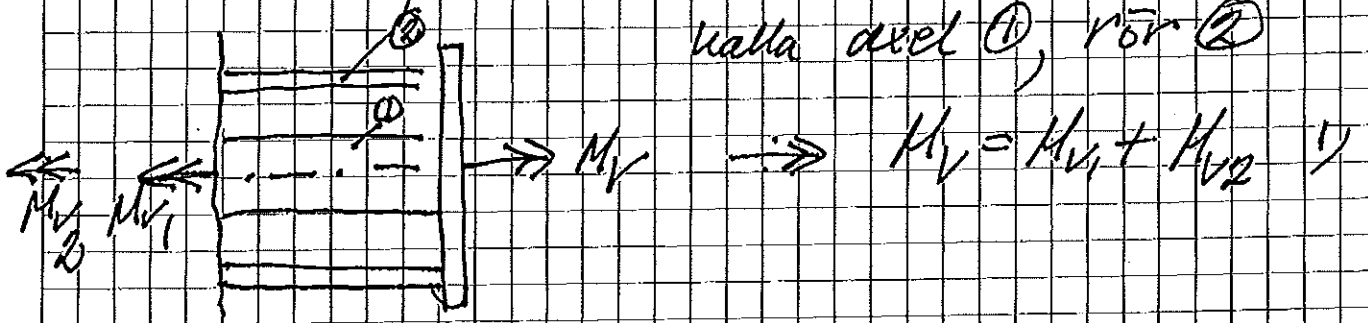
Ett kugghjul av stål har krympts på en homogen stålaxel enligt figur. Greppet har bestämts så att effektivspänningen i kugghjulet (mest utsatt ty homogen axel) uppgår till σ_{max} . I efterhand har önskemål framförts om att minska vikten. Detta kan åstadkommas genom att borra ur axeln men då minskar kontakttrycket och därmed den momentöverförande förmågan. Beräkna den borrhålens diameter som gör att axeln blir jämnstark (ur krympförbandsynpunkt) med kugghjulet. Beräkna även minskningen i den momentöverförande förmågan. Observera att greppet är oförändrat.

Data: $D = 50$ mm
 $d = 30$ mm
 $B = 10$ mm
 $\mu = 0,10$
 $\sigma_{max} = 250$ MPa





1) Gör snitt genom fjädern, ställ upp momentjämvikt



Deformationssamband

$$\phi = \phi_1 = \phi_2 \quad 2)$$

Konstitutivt samband: L&B p56, 58

$$\phi_1 = \frac{M_{v1} L}{G K_1} \quad 3)$$

$$\phi_2 = \frac{M_{v2} L}{G K_2} \quad 4)$$

$$\text{Här är } K_1 = \frac{\pi}{2} a^4, \quad K_2 = \frac{\pi}{2} (ca)^4 - b^4$$

$$3) \& 4) \text{ i } 2) \Rightarrow$$

$$\frac{M_{v1}}{K_1} = \frac{M_{v2}}{K_2} \Rightarrow M_{v2} = M_{v1} \frac{K_2}{K_1} \quad | \text{ i } 1) \Rightarrow$$

$$M_v = M_{v1} \left[1 + \frac{K_2}{K_1} \right] \Rightarrow$$

Stela slivans rotation

$$\phi = \frac{M_{v1} L}{G K_1} = \frac{M_v L}{G \left[1 + \frac{K_2}{K_1} \right] K_1} = \frac{M_v L}{G (K_1 + K_2)}$$



Maximal slijuspänning lös av L13 p.55-57

axel ① $\tau_{max} = \frac{2Mva}{\pi a^4} = \frac{2Mv}{\pi a^3}$

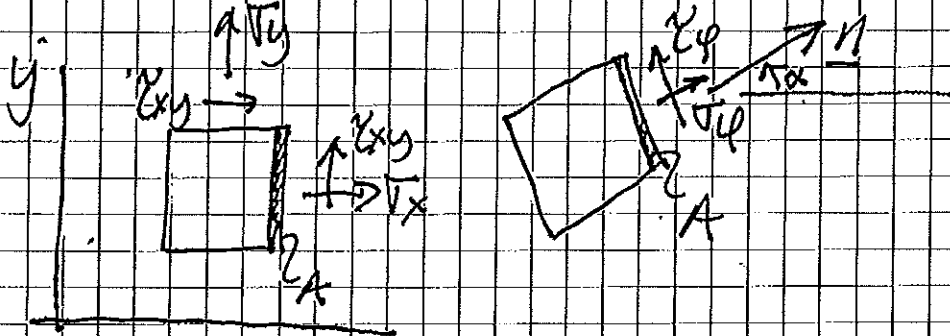
vor ② $\tau_{max} = \frac{2Mv \cdot 2a}{\pi ((2a)^4 - b^4)}$

Insättning av siffrvärden:



Z2+13 Hållf & maskinelement

2) Använd LB p 170-171 eller FS p 13



med $\sigma_x = \frac{\sigma_0}{2}$, $\sigma_y = \sigma_0$, $\tau_{xy} = 0$ lös ut

$$\sigma_\phi = \frac{1}{2} \left(\frac{\sigma_0}{2} + \sigma_0 \right) + \frac{1}{2} \left(\frac{\sigma_0}{2} - \sigma_0 \right) \cos 2\alpha$$

$$\tau_\phi = -\frac{1}{2} \left(\frac{\sigma_0}{2} + \sigma_0 \right) \sin 2\alpha$$

För $\alpha = 30^\circ$ lös ut

$$\sigma_\phi = \frac{3}{4} \sigma_0 - \frac{1}{8} \sigma_0 = \frac{5}{8} \sigma_0$$

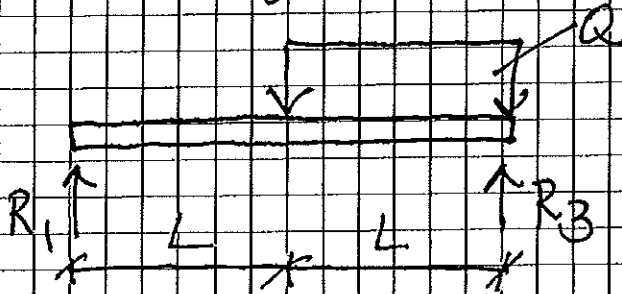
$$\tau_\phi = \frac{\sigma_0}{4} \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{3}}{8} \sigma_0$$

För slivspänningen $|\tau_\phi| \leq \frac{\tau_s}{4} \Rightarrow$

$$\sigma_0 \leq \frac{8}{4\sqrt{3}} \tau_s = \frac{2}{\sqrt{3}} \tau_s$$

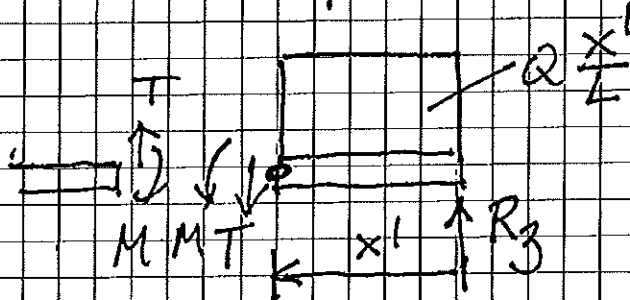


3) ursprunglig balk



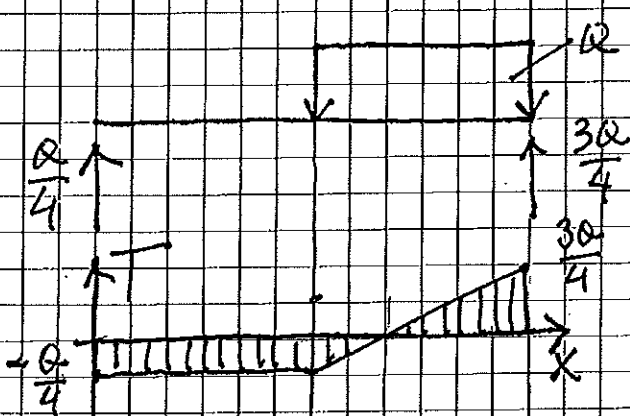
$$\begin{aligned} \uparrow \cdot R_1 + R_3 - Q &= 0 \\ \curvearrowright R_3 \cdot 2L - Q \cdot \frac{3L}{2} &= 0 \end{aligned} \Rightarrow \begin{cases} R_1 = \frac{Q}{4} \\ R_3 = \frac{3Q}{4} \end{cases}$$

Gör snitt på avstånd x' från höger stöd



$$\begin{aligned} \uparrow \cdot -T(x') + Q \frac{x'}{L} + R_3 &= 0 \\ \curvearrowright M(x') - Q \frac{x'}{L} \frac{x'}{2} + R_3 x' &= 0 \end{aligned}$$

$$T(x') = 0 = \frac{dM}{dx} \text{ da } \Rightarrow x' = \frac{3}{4}L$$



$$M(x') = \frac{Q}{2L} \left(\frac{3L}{4} \right)^2 - \frac{3Q}{4} \frac{3Q}{4} = -\frac{9}{32} QL$$

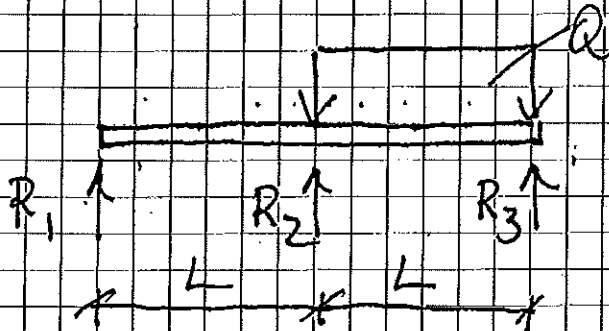
$$\Rightarrow \text{största moment} |M| = \frac{9}{32} QL$$



Ärende

Z2+I3 Hållf & maskinelement

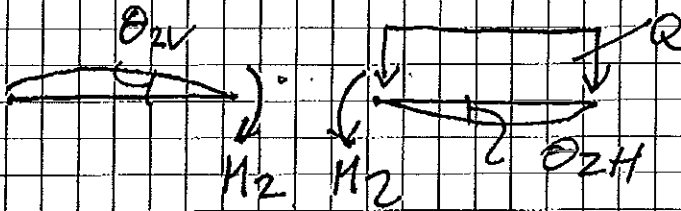
Utför ett mitt stöd =>



$$\uparrow R_1 + R_2 + R_3 - Q = 0$$

$$\curvearrowright R_2 L + R_3 2L - Q \frac{3L}{2} = 0$$

Gör snitt vid mittstöd i utför snittmoment



kompatibilitet => $\theta_{2V} = \theta_{2H}$

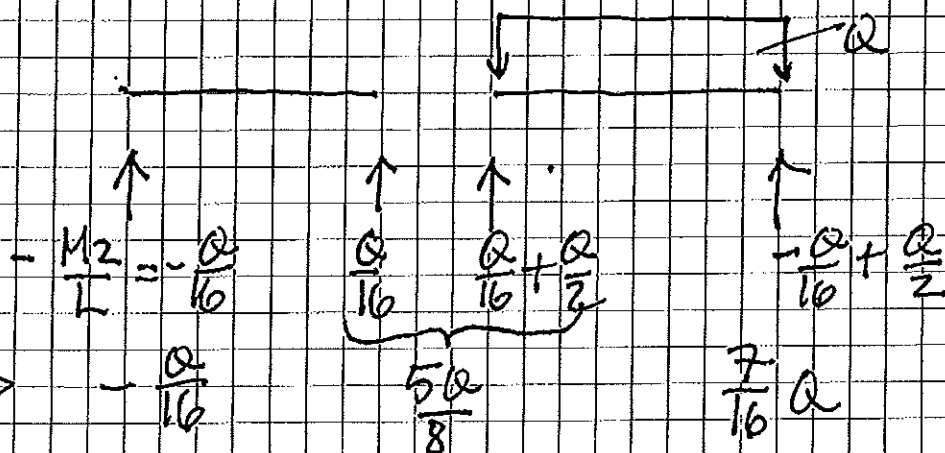
FS 6.3 ->

$$\theta_{2V} = \frac{M_2 L}{3EI}$$

$$\theta_{2H} = -\frac{M_2 L}{3EI} + \frac{Q}{L} \frac{L^3}{24EI}$$

varmed $\frac{2M_2 L}{3EI} = \frac{QL^2}{24EI} \Rightarrow M_2 = \frac{QL}{16}$

stödreaktioner bas ur FS 6.3

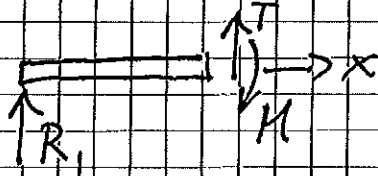




Ärendo

Z2+I3 Hållfä maschinelement

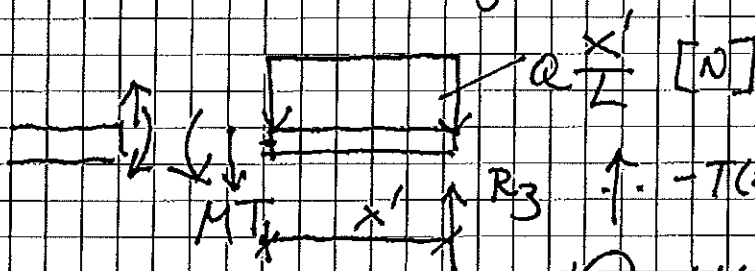
snitt x från vänster stöd (1)



$$\uparrow \cdot T(x) + R_1 = 0$$

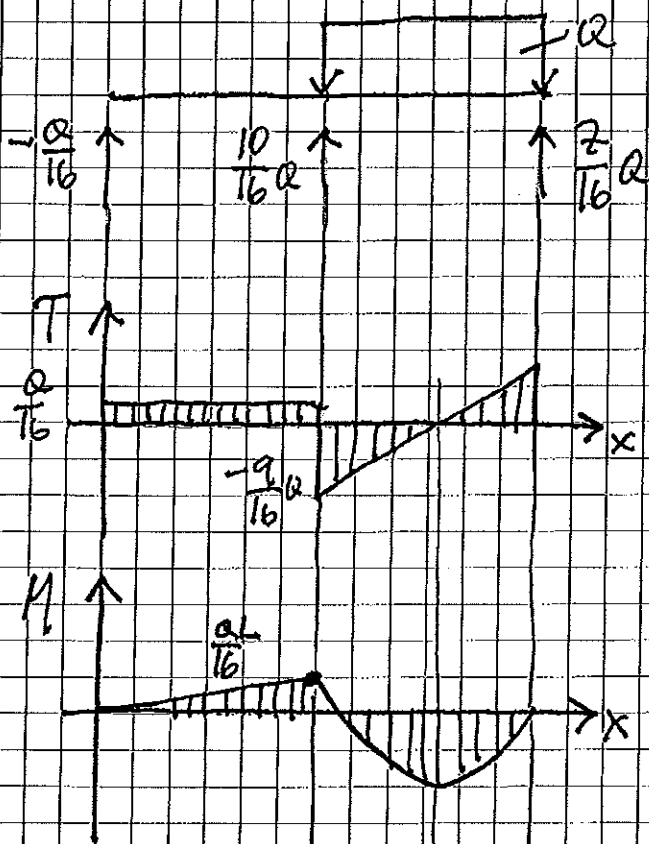
$$\downarrow \cdot -M(x) - R_1 x = 0$$

snitt x' från höger stöd (3)



$$\uparrow \cdot -T(x') - q \frac{x'}{L} + R_3 = 0$$

$$\downarrow \cdot M(x') - q \frac{x'}{L} \frac{x'}{2} + R_3 x' = 0$$



Mellan stöd 2 & 3:

$$T(x') = -\frac{Q}{L}x' + \frac{7}{16}Q$$

$$T(x') = 0 = \frac{dM}{dx} \Rightarrow$$

$$x' = \frac{7}{16}L \Rightarrow$$

$$M(x') = \frac{Q}{2L} \left(\frac{7L}{16}\right)^2 - \frac{7Q}{16} \frac{7L}{16}$$

$$= -\frac{QL}{2} \left(\frac{7}{16}\right)^2 =$$

$$= -0.095 QL$$

$$\Rightarrow |M|_{max} = 0.095 QL$$

$\Rightarrow |M|_{max}$ sjunker från

0.28 QL till 0.095 QL,

$$a) \left. \begin{aligned} F_k &= F_0 - F_N \frac{C_k}{C_s + C_k} \\ F_N &= F_0 \end{aligned} \right\} \begin{aligned} F_0 &= F_0 - F_N \frac{C_k}{C_s + C_k} \\ F_N &= F_0 \end{aligned}$$

$$\therefore F_0 = 2 F_N \frac{C_k}{C_s + C_k}$$

$$F_N = p \cdot A \cdot \frac{1}{n} = \frac{p \pi D^2}{4n} = \frac{20 \cdot 10^5 \pi 0,2^2}{4 \cdot 6} = 10472 \text{ N}$$

$$C_s = \frac{E \cdot A_s}{L_s} = \frac{2,1 \cdot 10^4 \cdot 86,3 \cdot 10^6}{0,02} = 0,906 \cdot 10^9 \frac{\text{N}}{\text{m}}$$

$$A_s = \frac{\pi (d_1 + d_2)^2}{16} = \frac{\pi (10,106 + 10,863)^2}{16} = 86,3 \text{ mm}^2$$

$$F_0 = 2 \cdot 10472 \frac{3}{0,906 + 3} = 16086 \text{ N}$$

$$M = 16086 (0,16 \cdot 1,75 + 0,58 \cdot 10,863 \cdot 0,15 + \frac{16,17 + 13,5}{4} \cdot 0,15) 10^{-3}$$

$$M = 87,8 \text{ [Nm]}$$

$$b) F_s = F_0 + F_N \frac{C_s}{C_s + C_k} = 16086 + 10472 \frac{0,906}{0,906 + 3} = 18515 \text{ [N]}$$

$$\sigma_{skrav} = \frac{18515}{86,3} = 215 \text{ [MPa]}$$

$$5,6 \Rightarrow \frac{1}{2} \sigma_s = \frac{1}{2} \cdot 500 \cdot 0,6 = 150 \text{ MPa}$$

$$8,8 \Rightarrow \frac{1}{2} \sigma_s = \frac{1}{2} \cdot 800 \cdot 0,8 = 320 \text{ MPa OK!}$$

Lösning: Bestäm den hålldiameter, d_0 , som ger jämnstark axel.

$$\sigma_{axel}^{max} = \sigma_{nav}^{max} \quad (1)$$

Lb 8104 ger enligt Tresca

$$Nav: \quad \sigma_c = \frac{2P}{1-\alpha} \quad \alpha = \frac{d}{D} \quad (2)$$

$$Axel: \quad \sigma_c = \frac{2P}{1-\alpha_0} \quad \alpha_0 = \frac{d_0}{d} \quad (3)$$

Ekv. (1) (2) och (3) ger

$$\sigma_{axel}^{max} = \sigma_{nav}^{max} \rightarrow \alpha_0 = \alpha \Rightarrow \frac{d_0}{d} = \frac{d}{D}$$

$$d_0 = \frac{d^2}{D} = \frac{30^2}{50} = \underline{\underline{18 \text{ mm}}}$$

Bestäm minskningen i överförbart moment, M_v .

$$Lb 8104 \quad M_v = M \pi \rho L \frac{d^2}{2} \quad (4)$$

M_v^{0} = moment utan hål

M_v^{1} = moment med hål

$$\frac{M_v^{\text{1}}}{M_v^{\text{0}}} = \frac{\rho^{\text{1}}}{\rho^{\text{0}}} \quad (5)$$

Lb 8105 elv 8,54 ger

$$\rho^{\text{0}} = \frac{\Delta E}{d} \cdot \frac{1-\alpha^2}{2} \quad (6)$$

$$\rho^{\text{1}} = \frac{\Delta E}{d} \cdot \frac{1}{\frac{1+\alpha^2}{1-\alpha^2} + \frac{1+\alpha_0^2}{1-\alpha_0^2}} = \{ \alpha_0 = \alpha \text{ enl tidigare} \} = \frac{\Delta E}{2d} \cdot \frac{1-\alpha^2}{1+\alpha^2} \quad (7)$$

(5) (6) och (7) ger

$$\frac{M_v^{\text{①}}}{M_v^{\text{②}}} = \frac{\rho^{\text{①}}}{\rho^{\text{②}}} = \frac{1}{1+\chi^2} \quad (8)$$

Bestäm $\rho^{\text{①}}$ ur (2)

$$\rho^{\text{①}} = \frac{1-\chi^2}{2} \tau_{\max} = \frac{1-\left(\frac{30}{50}\right)^2}{2} 250 = 80 \text{ MPa}$$

(4) ger

$$M_v^{\text{②}} = 0.1\pi \cdot 80 \cdot 10^6 \cdot 0.01 \frac{0.03^2}{2} = 113,1 \text{ Nm}$$

(8) ger slutligen

$$M_v^{\text{①}} = M_v^{\text{②}} \frac{1}{1+\chi^2} = 113,1 \frac{1}{1+\left(\frac{30}{50}\right)^2} = 83,2 \text{ Nm}$$

SVAR: Axels håldiameter skall vara 18mm.
Överförbart moment minskar då
från 113 till 83 Nm

()

()

()

()