Reglerteknik, F2/Kf

ERE090

TENTAKIT

Datum	Tenta	Lösning
2006-01-07	X	X
2005-08-18	X	X
2005-05-24	X	X
...		
1999-08-19	X	X
1999-04-10	X	X
1998-08-20	X	X
1998-04-18	X	X
1997-12-16	X	X

8 maj 2006

CHALMERS TEKNISKA HÖGSKOLA
Institutionen för signaler och system
Avdelningen för reglerteknik, automation och mekatronik

Tentamen i Reglerteknik för F2, ERE091, och för Kf2, ESS016,
lördagen den 7 januari 2006.

Tid: Kl 14.00 - 18.00

Lokal: V

Lärare: Claes Breitholtz, telefon Chalmers 3718

Tentamensresultaten anslås senast den 24 januari på avdelningens anslagstavla. Granskning av rättningen kan ske den 24 och 25 januari, kl 12.30 -13.00, på avdelningen för reglerteknik, våning 5 i E-huset. Iakttag granskningstiderna! Den som kommer senare får endast avge klagomål mot rättningen skriftligen.

Tentamen omfattar totalt 30 poäng. Räknefel leder normalt till en poängs avdrag. Ett direkt följdfel (såvida ingen orimlighet "dyker upp") leder inte till ytterligare poängavdrag. Ofullständiga lösningar leder till större poängavdrag. Detta gäller även fullständigt lösta uppgifter där grövre felaktigheter förekommer, alternativt om svaret är fullständigt orimligt. Följande betygskala gäller:

betyg TRE : minst 12 poäng
betyg FYRA: minst 18 poäng
betyg FEM : minst 24 poäng

Tillåtna hjälpmedel:

1. Kursboken, dvs ***Reglerteknik**-Grundläggande teori*, av Glad och Ljung.
2. Matematiska och fysikaliska tabeller (t ex *BETA* och *Physics handbook*).
3. Skriv- och ritmaterial inklusive gradskiva. Diagram fås av vakten.
4. Valfria räknare med handhavandeinstruktion. Inga "laptop-datorer"!

LYCKA TILL!

1. En vätska strömmar till och från ett kar med det konstanta volymsflödet 1 liter/sekund. Den uppehållna vätskemängden i karet är 100 liter. Vätskans specifika värme är 4 kJ per kg och K, och dess densitet är 1 kg per liter. I karet finns en uppvärmningsanordning, som avger en maximal styrbar effekt på 100 kw, och en omrörningsanordning som kan antas fungera väl.

a) Antag att temperaturen på det ingående flödet är 290 K, och att det utgående flödets temperatur förväntas vara 310 K. Räcker uppvärmningsanordningen för att i ***steady state*** (stationära tillståndet) klara specifikationen?

2 poäng

b) Härled överföringsfunktionerna G(s) och $G_d(s)$, som beskriver hur ändringar i den tillförda effekten respektive i temperaturen på det ingående flödet, ger upphov till ändringar i temperaturen på det utgående flödet.

2 poäng

c) Antag att överföringsfunktionen G(s) ovan är $0,25/(100s+1)$. Bestäm en PI-regulator så att det återkopplade systemets stigtid blir ungefär en minut.

2 poäng

d) Antag att överföringsfunktionen $G_d(s)$ ovan är $1/(100s+1)$. Temperaturen på det ingående flödet sjunker plötsligt med 3 K. Bestäm kvarstående felet, då en PI-regulator enligt ovan är inkopplad. Hur mycket kan denna temperatur i värsta fall tillåtas sjunka utan att problem uppstår med att hålla den specificerade temperaturen 310 K?

3 poäng

e) Med G och G_d enligt ovan, bestäm en framkoppling sådan att inverkan av en (inte alltför stor) mätbar störning i temperaturen på det ingående flödet, helt kan släckas ut. Ett tydligt schema över det resulterande styrsystemet skall uppritas för full poäng på denna uppgift!

3 poäng

2. Upprita Nyquistkurvan då systemets kretsöverföringen är

$$L(s) = \frac{1-s}{s+s^2}$$

Avgör utifrån Nyquistkurvan det återkopplade systemets stabilitet. Kan Nyquists förenklade kriterium användas i detta fall? Hur mycket bör kretsförstärkningen ändras (dvs en "extra" P-regulator) för att systemet skall få amplitudmarginalen 8 dB (eller 2,5 gånger)?

4 poäng

3. En process kan (i en viss arbetspunkt) beskrivas med överföringsfunktionen

$$G(s) = \frac{1+4s}{s(1+s)^2}e^{-s}$$

Upprita ett fullständigt Bodediagram för processen G(s), dvs både belopp- och faskurva skall redovisas. Bestäm en P-regulator (direkt ur Bodediagrammet), så att återkopplade systemets fasmarginal blir 40°.

4 poäng

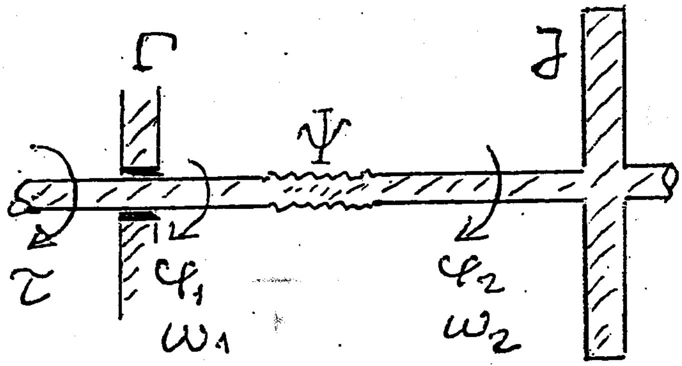
4. I en bioreaktor reagerar substrat med bakterier i cellsyntes. Reaktionshastigheten är en så kallad Monodfunktion av substratkoncentrationen c (mol/liter)

$$r = \frac{r_0 \cdot c}{K+c}$$

där r_0 och K är konstanta parametrar. Reaktorn har konstant volym V (liter) och konstant volymsgenomflöde Q (liter/minut). Koncentrationen av substrat i feed- flödet är c_i (mol/liter). Vid reaktionen förbrukas substrat, så att koncentrations-ändringen per minut är $a \cdot r \cdot X$, där a är en konstant och bakteriekoncentrationen x är en oberoende insignal. Arbetspunkten är c_{i0}, c_0, X_0. Härled i denna arbetspunkt en överföringsfunktion från små variationer i feedens koncentration c_i till motsvarande variationer i substratkoncentrationen c, dvs $\Delta C(s)/\Delta C_i(s)$.

4 poäng

5. Ett tungt svänghjul skall vinkelpositioneras med hjälp av ett servosystem. Ingående axeln påverkas av ett drivande moment τ, som utgör systemets instorhet, och av dynamisk friktion, som ger ett bromsande moment $\Gamma \cdot \omega_1$, och (via en torosionsfjäder) av den utgående axeln som ger ett bromsande moment $\Psi \cdot (\varphi_1 - \varphi_2)$, där Γ och Ψ är givna konstanter. Svänghjulet, som är monterat på utgående axel, har ett känt tröghetsmoment, J. Axlarnas vinkellägen och vinkelhastigheter är $\varphi_1, \varphi_2, \omega_1, \omega_2$ respektive.



a) Visa att, då som tillståndsstorheter väljes $x_1 = \varphi_1, x_2 = \varphi_2, x_3 = \omega_2$, tillståndsekvationen

$$\dot{x}(t) = \begin{bmatrix} -\psi/\Gamma & \psi/\Gamma & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ \psi/J & -\psi/J & 0 \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} 1/\Gamma \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} u(t)$$

uppstår.

2 poäng

b) Tyvärr går inte alla tillståndsstorheter att direkt mäta. Det finns två möjligheter: Den ena är att mäta enbart vinkelhastigheten ω_2, och den andra är att mäta enbart vinkelläget φ_2. Kan någon av dessa två alternativa mätningar användas som insignal till en observatör, avsedd för rekonstruktion av tillståndsvektorn $x(t)$? Bestäm i så fall en observatörsmatris K, sådan att observatörens poler samtliga hamnar i $s = -\nu$.

4 poäng

EREO91 060107

1. Energibalans:

$$\frac{d}{dt}(\rho C_p V T) = P + \rho C_p Q (T_{in} - T)$$

($T_{ut} \approx T$ pga bra omrörning.)

a) Steady state: $0 = P + \rho C_p Q (T_{in} - T)$

$$\underline{\underline{P}} = \rho C_p Q (T - T_{in}) = 1 \cdot 1 \cdot 4 (310 - 290) =$$
$$= \underline{\underline{80 \text{ kW}}} \leq 100 \text{ kW} \Rightarrow \text{Den räcker!}$$

b) $$\frac{V}{Q}\frac{dT}{dt} + T = T_{in} + \frac{P}{\rho C_p Q}$$ } Linjär ekv $\Rightarrow$ kan räkna med "totala" variabler

Laplacetransformera:

$$\left(\frac{V}{Q}s + 1\right) T(s) = T_{in}(s) + \frac{1}{\rho C_p Q} P(s)$$

eller $$\left(\frac{V}{Q}s + 1\right) \Delta T(s) = \Delta T_{in}(s) + \frac{1}{\rho C_p Q} \Delta P(s)$$

Man får direkt att:

$$\underline{\underline{G_d(s) = \frac{1}{\frac{V}{Q}s + 1}}} \quad \text{och} \quad \underline{\underline{G_r(s) = \frac{(\rho C_p Q)^{-1}}{\frac{V}{Q}s + 1}}}$$

c) $(\rho C_p Q)^{-1} = (1 \cdot 4 \cdot 1)^{-1} = 1/4$

$V/Q = 100/1 = 100$

$$L(s) = G_r(s) F(s) = \frac{0{,}25}{100s + 1} \cdot \overbrace{\frac{k(100s + 1)}{100s}}^{t.ex} =$$

$$= \frac{k}{400s} \Rightarrow G_c(s) = \frac{k}{400s + k} \qquad t_r \approx 2{,}2\,\tau = 1$$

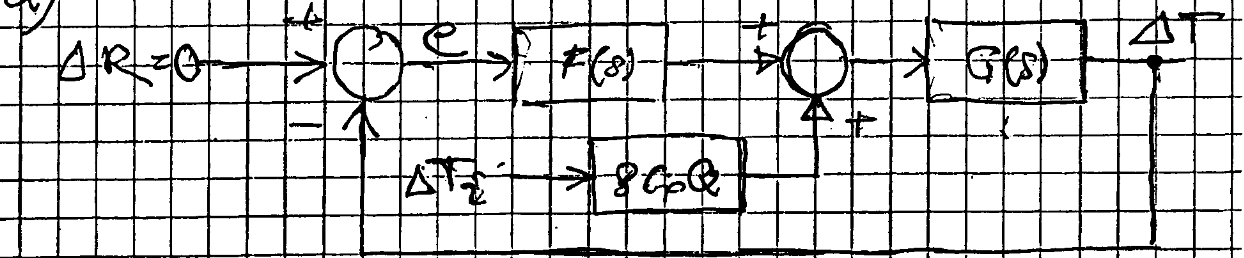
([illegible])

1. c) $t_r = 2{,}2 \times \frac{400}{k} = 60 \Rightarrow k = \frac{880}{60}$

forh.

$k \approx 15 \Rightarrow F(s) = 15\left(1 + \frac{1}{100s}\right)$

d)



$$E = -\Delta T = -G(s)\left[8C_pQ\,\Delta T_i + F(s)E\right]$$

$$[1 + G(s)F(s)]E(s) = -8C_pQ\,G(s)\,\Delta T_i(s) =$$

$$= -G_d(s)\,\Delta T_i(s)$$

$$E(s) = -\frac{G_d(s)}{1+G(s)F(s)}\,\Delta T_i(s) =$$

$$= -\frac{\frac{1}{100s+1}\,\Delta T_i(s)}{1+\frac{0{,}25}{100s+1}\cdot\frac{15(100s+1)}{100s}} = -\frac{\Delta T_i(s)}{1+\frac{15}{400s}}$$

$$= -\frac{80s}{80s+3}\cdot\Delta T_i(s) = -\frac{80s}{80s+3}\cdot\frac{\Delta T_{i0}}{s} =$$

$$= -\frac{80\cdot\Delta T_i}{3+80s} = -\frac{\Delta T_i}{s+3/80}$$

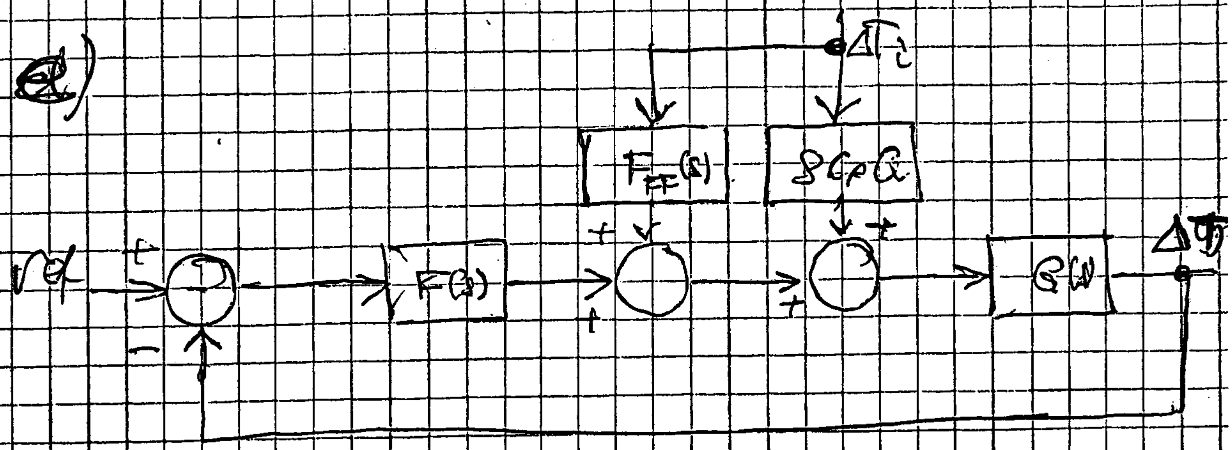
$e(\infty) = \lim_{s\to 0} sE(s) = 0$ för $\Delta T_i = -3K$

$$P = 4\cdot(310 - (290 + \Delta T_i)) =$$

$$= 80 - 4\cdot\Delta T_i \le 100 \Rightarrow$$

$$-\Delta T_i \le 5 \Rightarrow \Delta T_i \ge -5K$$

d)



För att utsläckning av störningen skall ske måste:

$$\underbrace{G(s)\left(F_{FF}(s) + \rho C_p Q\right)}\Delta T_i(s) = \Delta T(s) = 0$$

$$\Rightarrow \; = 0 \;\Rightarrow\; F_{FF}(s) = \underline{\underline{-\rho C_p Q}}$$

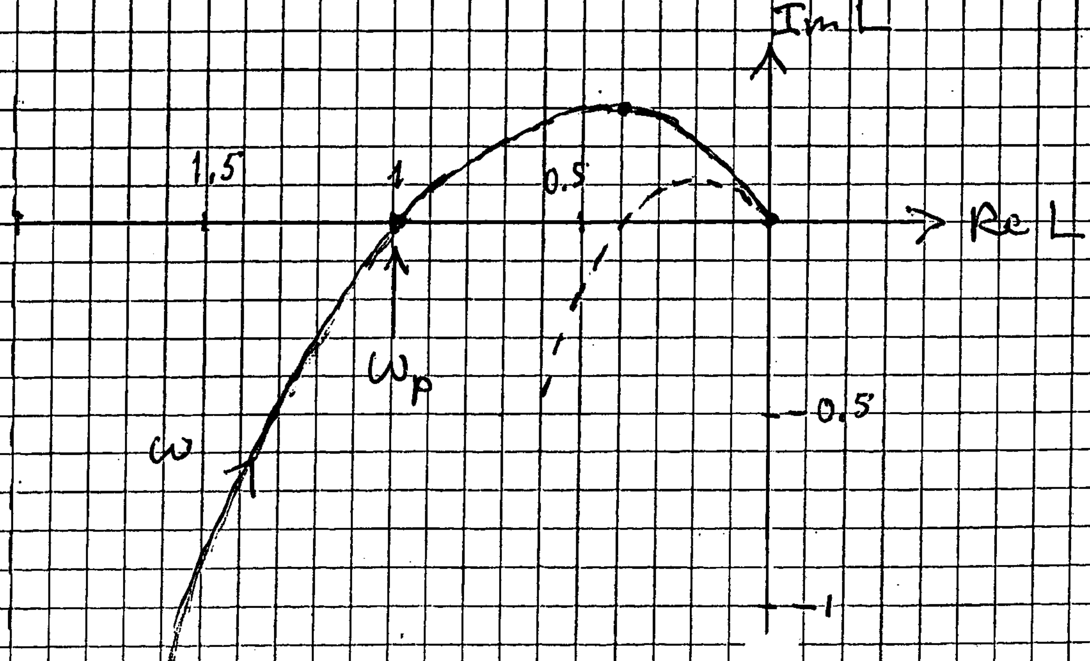
2) $$L(s) = \frac{1-s}{s(1+s)}$$

Systemet har inga poler i HHP, vilket innebär att Nyquists förenklade kriterium kan användas här.

$$L(j\omega) = \frac{1-j\omega}{j\omega(1+j\omega)} = \frac{(1-j\omega)^2}{j\omega(1+\omega^2)} =$$

$$= \frac{1-\omega^2-j2\omega}{j\omega(1+\omega^2)} = -\frac{2}{1+\omega^2} - j\frac{1-\omega^2}{\omega(1+\omega^2)}$$

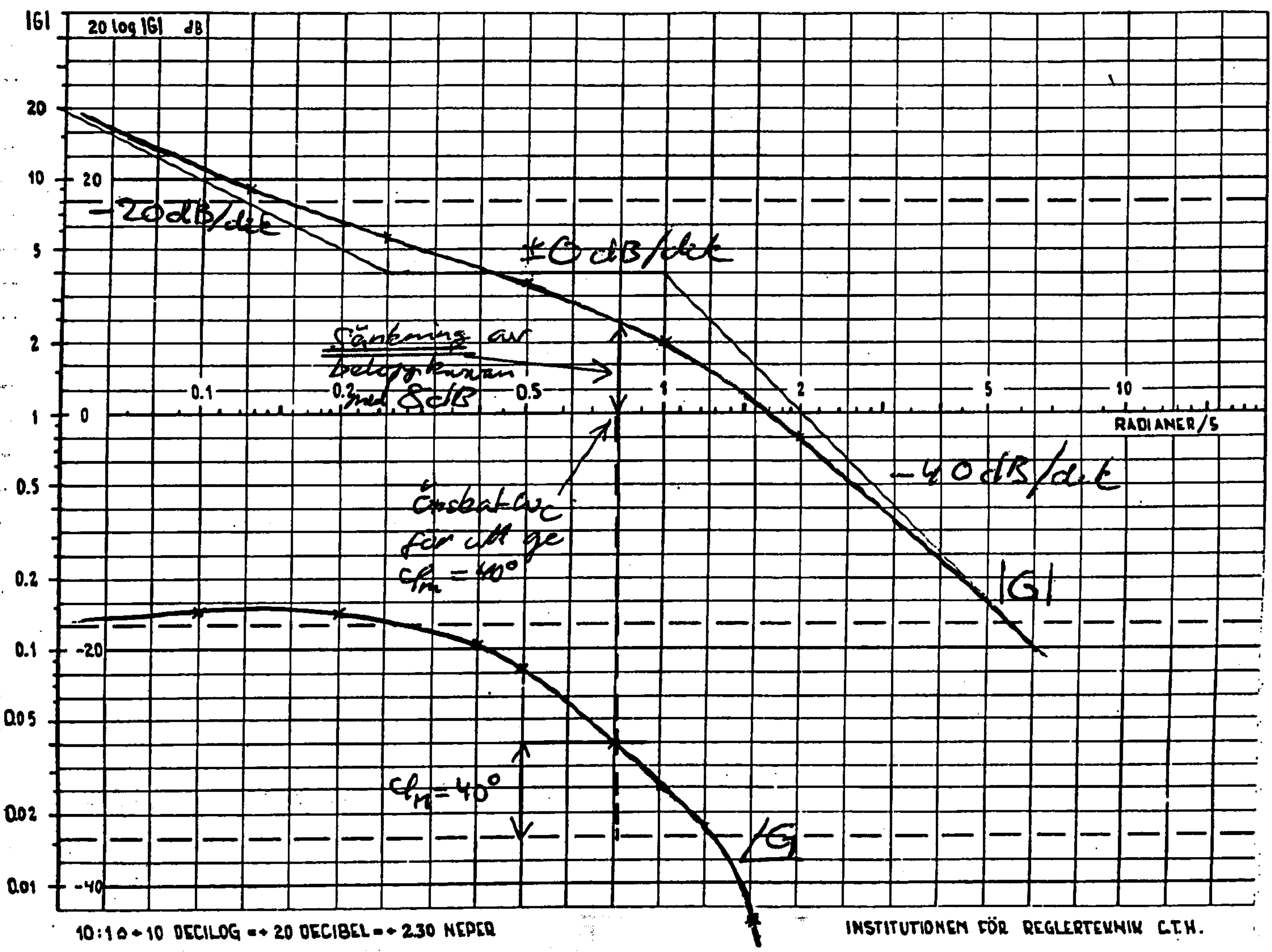
ω	$\mathrm{Re}\, L(j\omega)$	$\mathrm{Im}\, L(j\omega)$
0	-2	$-\infty$
0.5	-1.6	$-1,2$
1	-1	0
2	-0.4	0.3
∞	0	0



Systemet befinner sig på stabilitetsgränsen, där extra

3) $$G(j\omega) = \frac{(1 + j\omega/0{,}25)\, e^{-j\omega}}{j\omega\,(1 + j\omega/1{,}0)^2}$$

$$\arg\{G(j\omega)\} = -90^\circ + \arctan(4\omega) - 2\arctan\omega - \omega \times 57{,}3^\circ$$



Sänkning med 8 dB = 2,5 ggr fås med P-regulator $\underline{\underline{K = 1/2{,}5 = 0{,}4}}$. Ger $\varphi_m = 40^\circ$.

4) Materialbalans:

$$\frac{d}{dt}(V c(t)) = Q(c_i(t) - c(t)) - a r X(t)$$

$$\frac{V}{Q}\frac{dc}{dt} = c_i - c - \frac{aX}{Q}\frac{r_0 c}{K+c} = f(c, c_i, X)$$

$$\frac{V}{Q}\frac{d}{dt}\Delta c = \Delta c_i - \Delta c - \left[\frac{aX r_0}{Q}\frac{\partial}{\partial c}\left(\frac{c}{K+c}\right)\right]_{\substack{X=X_0\\ c=c_0}} \Delta c$$

$$= \Delta c_i - \Delta c - \frac{aX_0 r_0}{Q}\cdot\left[\frac{(K+c)\cdot 1 - c\cdot 1}{(K+c)^2}\right]_{c=c_0} \Delta c$$

$$= \Delta c_i - \Delta c - \frac{aX_0 r_0}{Q}\cdot\frac{K}{(K+c_0)^2}\Delta c$$

Laplacetransformering ger:

$$\left(\frac{V}{Q}s + 1 + \frac{aKX_0 r_0}{Q(K+c_0)^2}\right)\Delta C(s) = \Delta C_i(s)$$

$$\underline{\underline{\frac{\Delta C(s)}{\Delta C_i(s)}}} = \frac{1}{\frac{V}{Q}s + 1 + \frac{aKX_0 r_0}{Q(K+c_0)^2}} =$$

$$= \underline{\underline{\frac{\frac{Q}{V}}{s + \frac{Q}{V} + \frac{aKX_0 r_0}{V(K+c_0)^2}}}}$$

5. a) $\begin{cases} \tau - \Gamma\omega_1 - \Psi(\varphi_1 - \varphi_2) = 0 & (1) \\ \Psi(\varphi_1 - \varphi_2) - J\dot{\omega}_2 = 0 & (2) \end{cases}$

(1) $\Rightarrow$ $\Gamma\omega_1 = \Gamma\dot{\varphi}_1 = -\Psi(\varphi_1 - \varphi_2) + \tau$

eller $\Gamma\dot{x}_1 = -\Psi(x_1 - x_2) + u$

(2) $\Rightarrow$ $J\dot{\omega}_2 = J\dot{x}_3 = \Psi(x_1 - x_2)$

dessutom är $\omega_2 = \dot{\varphi}_2 = x_3$. Detta ger:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = -(\Psi/\Gamma)\cdot(x_1 - x_2) + (1/\Gamma)\cdot u \\ \dot{x}_2 = x_3 \\ \dot{x}_3 = (\Psi/J)(x_1 - x_2) \end{cases}$$

dvs

$$\dot{x} = \begin{pmatrix} -\frac{\Psi}{\Gamma} & \frac{\Psi}{\Gamma} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ \frac{\Psi}{J} & -\frac{\Psi}{J} & 0 \end{pmatrix} x + \begin{pmatrix} \frac{1}{\Gamma} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} u$$

b) A-matrisen har strukturen $\begin{pmatrix} -\alpha & \alpha & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ \beta & -\beta & 0 \end{pmatrix}$.

Alternativ 1: $C_1 = (0 \; 0 \; 1)$

— " — 2: $C_2 = (0 \; 1 \; 0)$

$$\begin{cases} C_1 A = (0 \; 0 \; 1)\begin{pmatrix} -\alpha & \alpha & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ \beta & -\beta & 0 \end{pmatrix} = (\beta \; -\beta \; 0) \\ C_1 A^2 = (\beta \; -\beta \; 0)\begin{pmatrix} & & \\ & \ldots & \end{pmatrix} = (-\alpha\beta \; \alpha\beta \; -\beta) \end{cases}$$

$$\begin{cases} C_2 A = (0 \; 1 \; 0)\begin{pmatrix} -\alpha & \alpha & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ \beta & -\beta & 0 \end{pmatrix} = (0 \; 0 \; 1) \\ C_2 A^2 = (\beta \; -\beta \; 0) \end{cases}$$

5. b (forts)

$$\det\{\mathcal{O}_1\} = \begin{vmatrix} 0 & 0 & 1 \\ \beta & -\beta & 0 \\ -\alpha\beta & \alpha\beta-\beta \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \beta & -\beta \\ -\alpha\beta & \alpha\beta \end{vmatrix} = \alpha\beta^2 - \alpha\beta^2 = 0$$

dvs $\mathcal{O}_1$ är inte ranghög $\Rightarrow$ Systemet är inte observerbart!

$$\det\{\mathcal{O}_2\} = \begin{vmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ \beta & -\beta & 0 \end{vmatrix} = -\begin{vmatrix} 0 & 1 \\ \beta & 0 \end{vmatrix} = -(-\beta) = \beta \neq 0$$

dvs $\mathcal{O}_2$ är ranghög $\Rightarrow$ Systemet är observerbart

!! Vi kan rekonstruera tillståndet utifrån mätning av φ_2.

$$\frac{d}{dt}\hat{x} = A\hat{x} + Bu + K[y - C\hat{x}] =$$

$$= \underbrace{(A - KC)}_{\text{denna matris egenv.}}\hat{x} + Bu + Ky$$

denna matris egenv. = observatörens poler

$$A - KC = \begin{pmatrix} -\alpha & \alpha & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ \beta & -\beta & 0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} k_1 \\ k_2 \\ k_3 \end{pmatrix} (0\ 1\ 0)$$

$$\det[\lambda I - A + KC] = \begin{vmatrix} \lambda+\alpha & -\alpha+k_1 & 0 \\ 0 & \lambda+k_2 & -1 \\ -\beta & \beta+k_3 & \lambda \end{vmatrix} =$$

$$= (\lambda+\alpha)[\lambda^2 + k_2\lambda + \beta + k_3] + \underbrace{(\alpha - k_1)(-\beta)}_{-\alpha\beta + k_1\beta} =$$

$$= \lambda^3 + (k_2 + \alpha)\lambda^2 + (k_3 + \beta + \alpha k_2)\lambda + \alpha k_3 + \beta k_1$$

5.b (forts) $\det[\lambda I - A + KC] = (\lambda+\nu)^3 \Rightarrow$

$$\lambda^3 + (k_2+\alpha)\lambda^2 + (k_3+\beta+\alpha k_2)\lambda + \alpha k_3 + \beta k_1 \equiv$$

$$\equiv \lambda^3 + 3\nu\lambda^2 + 3\nu^2\lambda + \nu^3 \Rightarrow$$

$$k_2+\alpha = 3\nu \Rightarrow k_2 = 3\nu - \alpha$$

$$k_3+\beta+\alpha k_2 = 3\nu^2 \Rightarrow k_3 = 3\nu^2 - \beta - \alpha k_2 =$$

$$= 3\nu^2 - \beta - \alpha(3\nu - \alpha) = 3\nu^2 - 3\alpha\nu - \beta + \alpha^2$$

$$\alpha k_3 + \beta k_1 = \nu^3 \Rightarrow \beta k_1 = \nu^3 - \alpha k_3 =$$

$$= \nu^3 - 3\nu^2\alpha + 3\nu\alpha^2 + \alpha\beta - \alpha^3$$

$$K = \begin{bmatrix} \frac{1}{\beta}\left[\nu^3 - 3\alpha\nu^2 + 3\alpha^2\nu + \alpha\beta - \alpha^3\right] \\ 3\nu - \alpha \\ 3\nu^2 - 3\alpha\nu - \beta + \alpha^2 \end{bmatrix}$$

CHALMERS TEKNISKA HÖGSKOLA
Institutionen för signaler och system
Avdelningen för reglerteknik, automation och mekatronik

Tentamen i Reglerteknik för F2, ERE091, och för Kf2, ESS016,
torsdagen den 18 augusti 2005.

Tid: Kl 14.00 - 18.00

Lokal: V

Lärare: Claes Breitholtz, telefon Chalmers 3718

Tentamensresultaten anslås senast den 6 september på avdelningens anslagstavla. Granskning av rättningen kan ske den 6 och 7 september, kl 12.30 -13.00, på avdelningen för reglerteknik, våning 5 i E-huset. Iakttag granskningstiderna! Den som kommer senare får endast avge klagomål mot rättningen skriftligen. (Pga sommaren accepterar vi sådana klagomål t o m augusti.)

Tentamen omfattar totalt 30 poäng. Räknefel leder normalt till en poängs avdrag. Ett direkt följdfel (såvida ingen orimlighet "dyker upp") leder inte till ytterligare poängavdrag. Ofullständiga lösningar leder till större poängavdrag. Detta gäller även fullständigt lösta uppgifter där grövre felaktigheter förekommer, alternativt om svaret är fullständigt orimligt. Följande betygskala gäller:

betyg TRE : minst 12 poäng
betyg FYRA: minst 18 poäng
betyg FEM : minst 24 poäng

Tillåtna hjälpmedel:

1. Kursboken, dvs ***Reglerteknik**-Grundläggande teori*, av Glad och Ljung.
2. Matematiska och fysikaliska tabeller (t ex *BETA* och *Physics handbook*).
3. Skriv- och ritmaterial inklusive gradskiva. Diagram fås av vakten.
4. Valfria räknare med handhavandeinstruktion. Inga "laptop-datorer"!

LYCKA TILL!

1. a) Vilket av nedanstående påståenden om linjära system är <u>korrekt</u>?

A: Stegsvarsanalys innebär att utsignalen studeras vid sinusformad insignal.

B: Vid flera insignaler, är utsignalen summan av de utsignaler som uppstår då var och en av insignalerna tillåts verka på systemet, samtidigt som de övriga är noll.

C: Viktfunktionen är för ett (stabilt) system samma sak som frekvensfunktionen.

D: Minimumfassystem karakteriseras av en <u>positiv</u> fasvinkel för alla frekvenser.

1 poäng

b) Betrakta följande linjära tillståndsmodell, och ange det <u>felaktiga</u> påståendet.

$$\frac{dx}{dt} = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix} u \text{ och } y = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} x$$

A: Systemet är stabilt.

B: Systemet är av minimumfas typ.

C: Viktfunktionen går mot noll då tiden går mot oändligheten.

D: Då systemet är av andra ordningen, har överföringsfunktionen två nollställen.

1 poäng

c) Vilket av nedanstående påståenden är <u>felaktigt</u>?

A: Framkoppling påverkar normalt inte stabiliteten i ett återkopplat system.

B: Om en störning är mätbar är kaskadreglering effektivare än framkoppling.

C: Kaskadreglering kan i princip mycket väl kombineras med framkoppling.

D: Med framkoppling kan snabbare styrning åstadkommas än med återkoppling.

1 poäng

d) Vilket av nedanstående påståenden om sampling är <u>korrekt</u>?

A: Det väsentliga är inte om utsignalen från processen filtreras före eller efter sampling i en dator, utan att signalen överhuvud taget filtreras.

B: Samplingen bör vara minst dubbelt så snabb som viktiga processvariationer.

C: Aliaseffekten uppstår endast vid sampling av signaler från instabila processer.

D: För att i praktiken eliminera aliaseffekten vid sampling av signaler från ett icke-minimumfassystem, bör alltid analoga regulator användas.

1 poäng

2. Ett blandningskar har ett (långsamt) varierande inflöde $w(t)$ och ett styrbart utflöde $u(t)$ m^3/minut. Karets bottenyta är 1 m^2 och dess höjd är $y(t)$ m.

a) Ställ först upp materialbalansen för systemet i form av en differentialekvation, och ange de två överföringsfunktionerna från w till y, respektive från u till y.

2 poäng

b) Processen skall PI-regleras, med regulatorn $F(s) = -0,8 \cdot (1 + 1/s)$. Vilket syfte har minus-tecknet? Skissera känslighetsfunktionens amplitud, dvs $|S(j\omega)|$, för frekvenser mellan 0,25 och 4 radianer/minut. Hur mycket förstärks en liten sinusformad variation i inflödet w, som har en periodtid på cirka 12 minuter?

4 poäng

3. Ett system, som skall P-regleras, har följande överföringsfunktion

$$G(s) = \frac{1}{s(s+1)(s+2)}$$

Använd P-regulatorn $F(s) = 2$ och upprita systemets Nyquistkurva. Avläs fasöverkorsningsfrekvensen och amplitudmarginalen direkt ur diagrammet.

4 poäng

4. I ett autonomt (dvs utan insignal) biologiskt system finns två komponenter, med koncentrationerna C_A respektive C_B (mol/liter), som tillväxer eller avtar. Processen beskrivs av differentialekvationerna

$$\frac{dC_A}{dt} = -C_A + \alpha C_A C_B$$

$$\frac{dC_B}{dt} = -C_B + \beta C_A C_B$$

Bestäm de två möjliga arbetspunkterna för systemet, och ange motsvarande linjära tillståndsmodeller för dessa arbetspunkter. Utred även de två linjäriserade modellernas stabilitet för olika kombinationer av processparametrarna α och β.

6 poäng

5. Ett system har överföringsfunktionen $G(s) = e^{-s}/s$. Bestäm en fysikaliskt realiserbar PD-regulator, så att systemets fasmarginal φ_m är 45° vid $\omega_c = 1,25$. Rita också ett fullständigt Bodediagram för det kompenserade systemet, där det klart framgår att systemspecifikationerna är uppfyllda.

5 poäng

6. Ett system vars överföringsfunktion är $G(s) = e^{-\tau s}/s$, där $\tau > 0$ är en liten dödtid. Systemet skall samplas med samplingsintervallet $h > \tau$. Insignalen $u(t)$ har det konstanta värdet $u(kh)$ för $kh \le t < kh + h$, $k \in I$. Låt denna samplade insignal först passera dödtiden och generera en "ny" insignal $v(t)$ till integratorn. Beräkna utsignalen $y(kh + h)$ och beskriv därefter det samplade systemet genom en differensekvation av typen

$$y(kh+h) = a_1 y(kh) + a_2 y(kh-h) + \ldots + b_1 u(kh) + b_2 u(kh-h) + \ldots$$

där koefficienterna a_i, b_i är funktioner av h liksom av processparametrarna, men inte av löpande diskret tid k.

5 poäng

Reglerteknik för F2 och Kf2 ERE091

2005-08-18 / EB

1. a) <u>B är korrekt.</u> ("superpositionsprincipen")

b) $G(s) = (1 \;\; 0)\begin{pmatrix} s+1 & -1 \\ 1 & s \end{pmatrix}^{-1}\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} =$

$$= \frac{1}{s^2+s+1}\underbrace{(1 \;\; 0)\begin{pmatrix} s & 1 \\ -1 & s+1 \end{pmatrix}}_{=(s \;\; 1)}\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} = \frac{2s+1}{s^2+s+1}$$

⇒ Stabilt system, minimumfassystem, och

$g(t) = e^{-t/2}\cdot\left(C_1\cdot\cos\frac{\sqrt{3}}{2}t + C_2\cdot\sin\frac{\sqrt{3}}{2}t\right)$

⇒ $g(t) \to 0$ då $t \to \infty$ ⇒ <u>D är fel</u>.

($s = -1/2$ är enda nollstället.)

c) Mätbar störning är själva huvudförutsättningen för framkoppling, och har i princip inget med kaskadreglering att göra. <u>B är fel</u>.

d) <u>B är korrekt</u> ("samplingsteoremet").

---

2. a) 1. y = volymen ⇒

$\underline{\dot{y}(t) = w(t) - u(t)}$ (materialbalans)

$\frac{Y(s)}{W(s)} = \underline{\frac{1}{s} = G_w(s)}$

$\frac{Y(s)}{U(s)} = \underline{-\frac{1}{s} = G_u(s)} = G(s)$

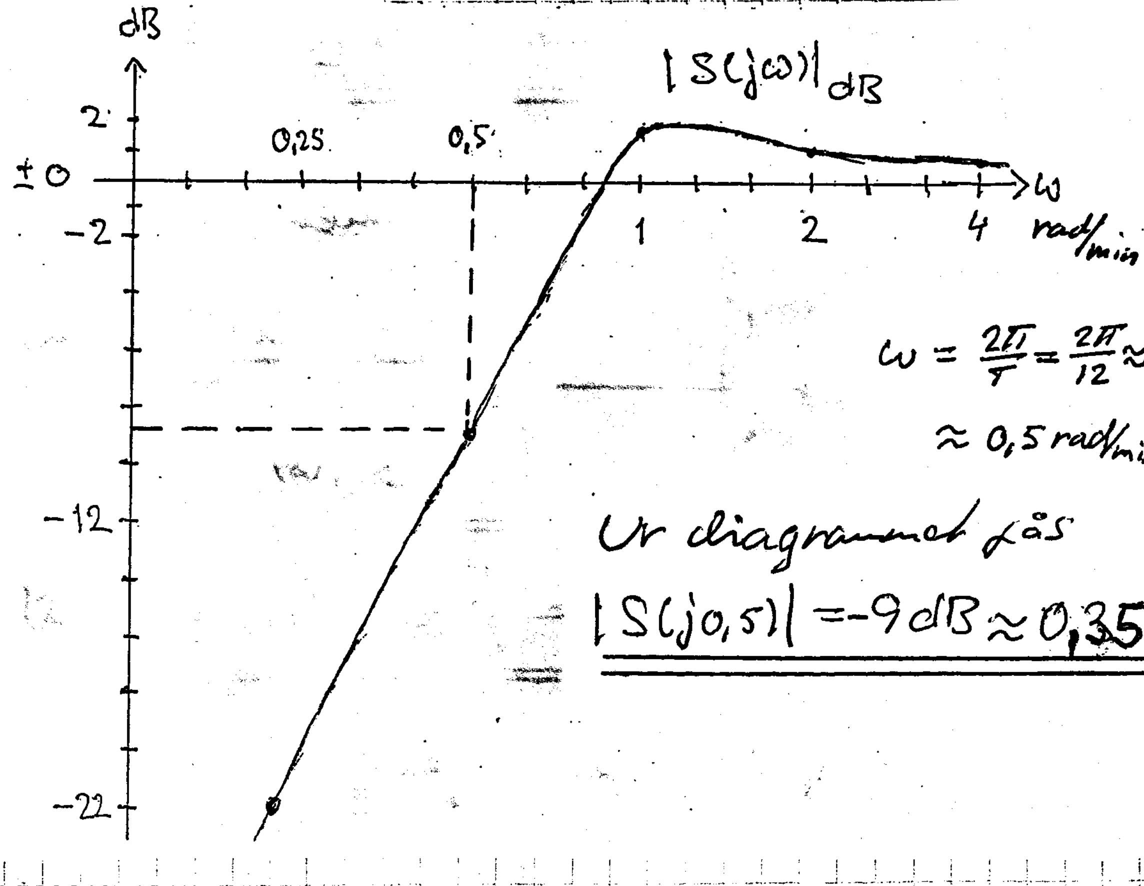
2, b) Processens överföringsfunktion, från styrsignal till utsignal, är $-1/s$. Regulatorns minustecken kompenserar processens minustecken.

$$\Rightarrow L(s) = \left(-\frac{1}{s}\right)\cdot\left(-\frac{0.8(s+1)}{s}\right) = \frac{0.8(s+1)}{s^2}$$

$$S(s) = \frac{1}{1+L(s)} = \frac{s^2}{s^2+0.8s+0.8}$$

$$|S(j\omega)| = \frac{\omega^2}{\sqrt{(0{,}8-\omega^2)^2+0{,}64\omega^2}}$$

ω	ω^2	$\lvert S(j\omega)\rvert$	$\lvert S(j\omega)\rvert_{dB}$
0.25	0,0625	0,0818	$-21{,}74 \approx -22$ dB
0.50	0,25	0,3676	$-8{,}69 \approx -9$ dB
1.00	1	1,2127	$1{,}68 \approx 1{,}7$ dB
2,00	4	1,1180	$0{,}97 \approx 1{,}0$ dB
4.00	16	1,0301	$0{,}59 \approx 0{,}6$ dB



$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{12} \approx$

$\approx 0{,}5$ rad/min

Ur diagrammet fås

$\underline{\underline{|S(j0{,}5)| = -9\,\text{dB} \approx 0{,}35}}$

3. $G(s) = \dfrac{1}{s(s+1)(s+2)}$, $F(s) = 2 \Rightarrow L(s) = \dfrac{2}{s(s+1)(s+2)}$

Det öppna systemet saknar poler i HHP, varför N:s förenklade kriterium kan tillämpas. Det räcker därför att skissa $G(j\omega)$ för $0 < \omega < \infty$.

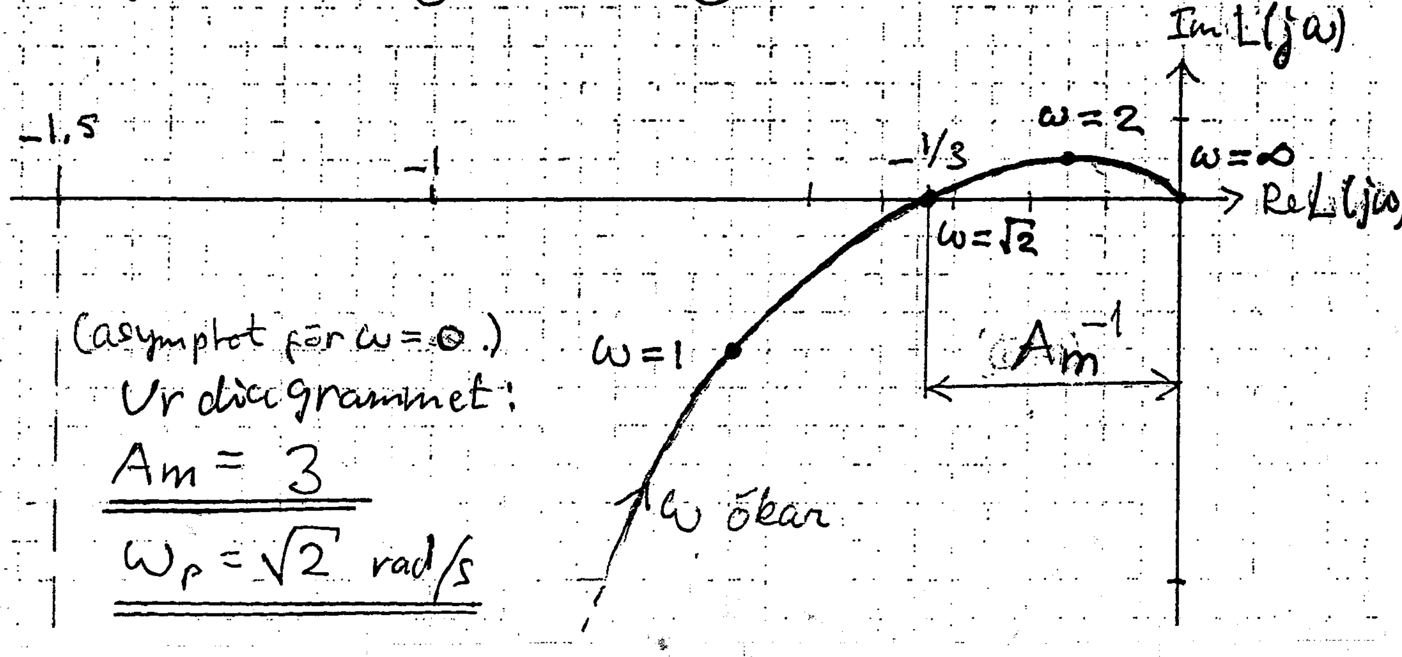
$$L(j\omega) = \frac{2}{j\omega(1+j\omega)(2+j\omega)} = \frac{-2j(1-j\omega)(2-j\omega)}{\omega(1+\omega^2)(4+\omega^2)} =$$

$$= \frac{-2j(2-\omega^2-j3\omega)}{\omega(1+\omega^2)(4+\omega^2)} = \frac{-6\omega - j2(2-\omega^2)}{\omega(1+\omega^2)(4+\omega^2)}$$

$$\mathrm{Re}\{L(j\omega)\} = -\frac{6}{(1+\omega^2)(4+\omega^2)} = R(\omega)$$

$$\mathrm{Im}\{L(j\omega)\} = -\frac{2(2-\omega^2)}{\omega(1+\omega^2)(4+\omega^2)} = I(\omega)$$

ω	R	I
0	−1.5	$-\infty$
1	−0.6	−0.2
$\sqrt{2}$	−0.333	0
2	−0.15	+0.05
∞	0	0



Ur diagrammet:

$\underline{\underline{A_m = 3}}$

$\underline{\underline{\omega_p = \sqrt{2} \text{ rad/s}}}$

4. $\dot{C}_A = -C_A + \alpha C_A C_B = f_1(C_A, C_B)$

$\dot{C}_B = -C_B + \beta C_A C_B = f_2(C_A, C_B)$

Arbetspunkter fås för $\dot{C}_A = \dot{C}_B = 0$:

$$\left.\begin{aligned} 0 &= -\bar{C}_A + \alpha \bar{C}_A \bar{C}_B \\ 0 &= -\bar{C}_B + \beta \bar{C}_A \bar{C}_B \end{aligned}\right\}$$ Man ser att om $\bar{C}_A = 0$ måste $\bar{C}_B$ också vara $= 0$ och tvärtom. Antag att ~~(t.ex.)~~ $\bar{C}_A \neq 0$. Då fås:

$0 = -1 + \alpha \bar{C}_B \Rightarrow \bar{C}_B = 1/\alpha \Rightarrow$

$0 = -1/\alpha + (\beta/\alpha)\bar{C}_A \Rightarrow \bar{C}_A = 1/\beta$

Systemets två möjliga arbetspunkter är:

(1) $\bar{C}_A = 0, \bar{C}_B = 0$

(2) $\bar{C}_A = 1/\beta, \bar{C}_B = 1/\alpha$

Linjäriserade modeller ur relationerna

$$\Delta\dot{C}_A = \left[\frac{\partial f_1}{\partial C_A}\right]^0 \Delta C_A + \left[\frac{\partial f_1}{\partial C_B}\right]^0 \Delta C_B = \left[-1 + \alpha \bar{C}_B\right] \Delta C_A + $$
$$+ \alpha \bar{C}_A \Delta C_B ;$$

$$\Delta\dot{C}_B = \left[\frac{\partial f_2}{\partial C_A}\right]^0 \Delta C_A + \left[\frac{\partial f_2}{\partial C_B}\right]^0 \Delta C_B = \beta \bar{C}_B \Delta C_A +$$
$$+ \left[-1 + \beta \bar{C}_A\right] \Delta C_B ;$$

<u>Modell 1</u> $\Delta\dot{C}_A = -\Delta C_A$ och $\Delta\dot{C}_B = -\Delta C_B$

<u>Modell 2</u> $\Delta\dot{C}_A = (\alpha/\beta)\Delta C_B$ och $\Delta\dot{C}_B = (\beta/\alpha)\Delta C_A$

Inför tillståndsvektorn $x := \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta C_A \\ \Delta C_B \end{bmatrix}$

4. (g0.13)

Modell 1

$$\dot{x} = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} x$$

Egenvärden: $\lambda_1 = \lambda_2 = -1 < 0 \Rightarrow$ Stabilt system

Modell 2

$$\dot{x} = \begin{pmatrix} 0 & \alpha/\beta \\ \beta/\alpha & 0 \end{pmatrix} x$$

Egenvärden: $\begin{vmatrix} \lambda & -\alpha/\beta \\ -\beta/\alpha & \lambda \end{vmatrix} = \lambda^2 - 1 = (\lambda+1)(\lambda-1) = 0$

$\lambda_1 = -1, \; \lambda_2 = +1$

Ett egenvärde i HHP $\Rightarrow$ Instabilt system

5. $G(s) = e^{-s}/s$. $\omega_c = 1,25$ och $\varphi_m = 45°$

Nödv. faslyft vid $\omega = \omega_c$ är φ^*

$45° = 180° - 90° - 1.25 * (180°/\pi) + \varphi^*$

$\Rightarrow \varphi^* = 1,25 * 57,3° - 45° \approx 27°$

Leadkvoten blir: $N = \left(\frac{1+\sin 27°}{\cos 27°}\right)^2 = 2.66$

$b = \omega_c / \sqrt{N} = 1,25/1,63 = 0.77$

$$K_p = \frac{1}{\sqrt{N} \cdot |G(i\omega_c)|} = \frac{1}{1.63 * 0.8} = 0.77$$

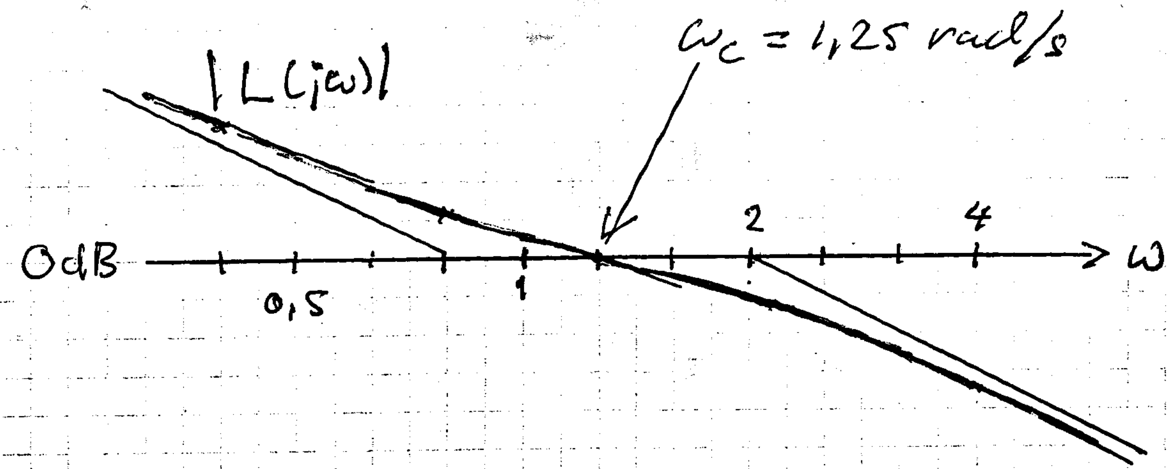
$$F(s) = K_p N \frac{s+b}{s+Nb} = 2.05 * \frac{s+0.77}{s+2.05}$$

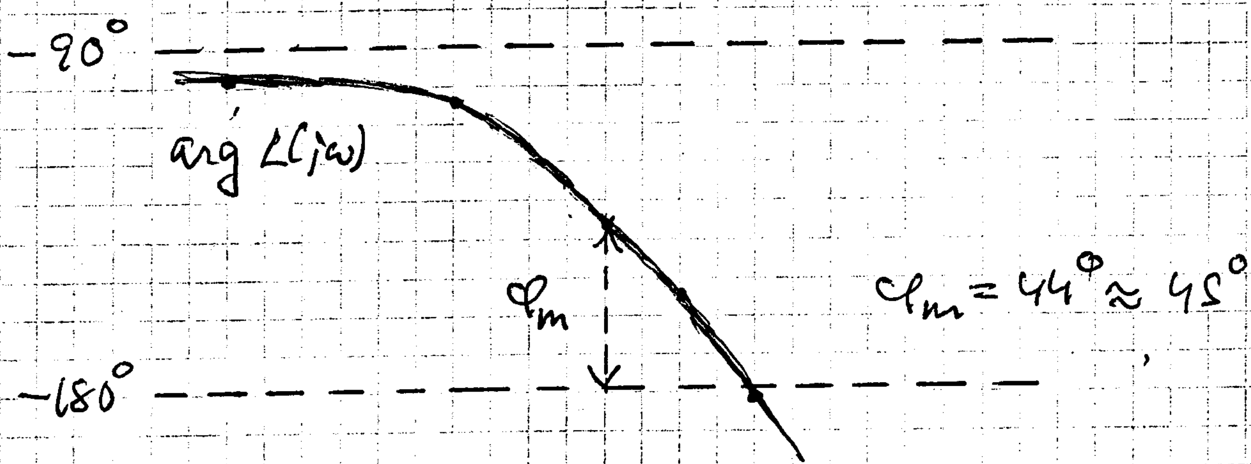
Fuska lite för att underlätta Bodediag

$$F(s) \approx 2,0 \cdot \frac{s+0,8}{s+2,0} \Rightarrow L(s) = \frac{2}{s} \cdot \frac{s+0,8}{s+2} \cdot e^{-s}$$

$$\approx \frac{0,80}{s} \cdot \frac{1+s/0,8}{1+s/2} e^{-s}$$

5.

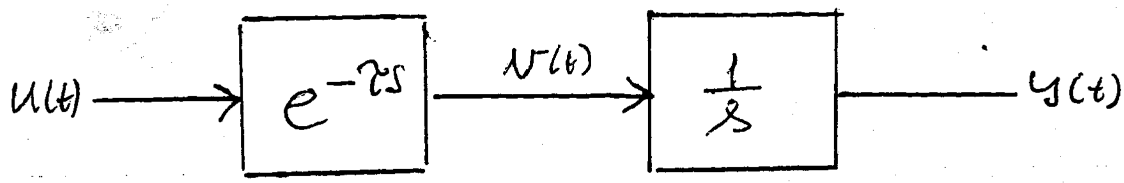


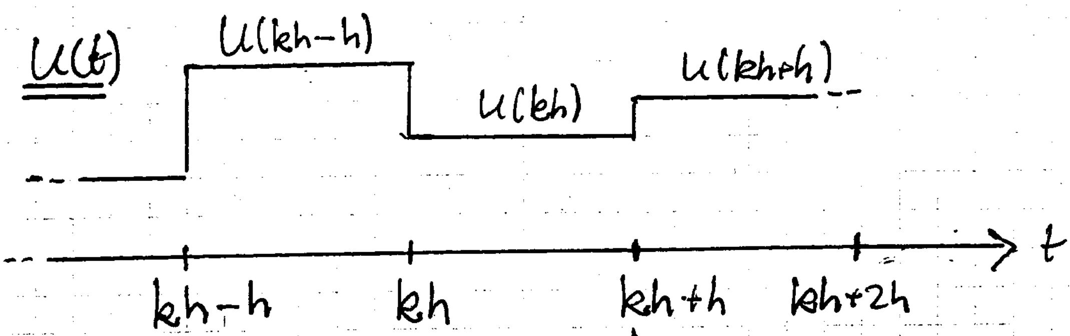


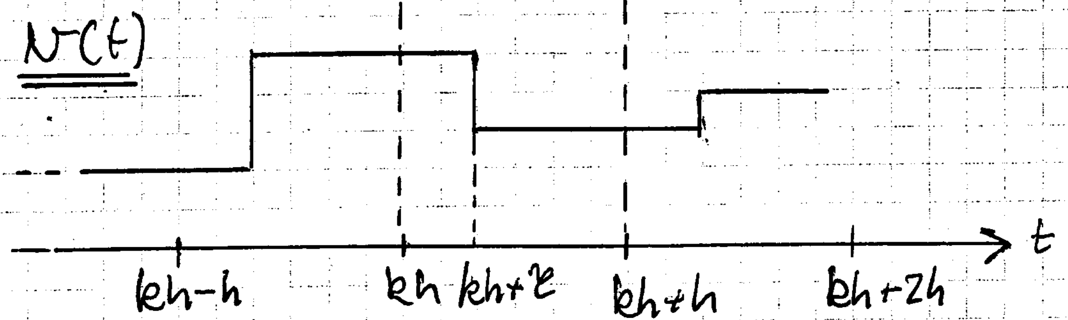
$$\arg L(j\omega) = -90^\circ + \operatorname{atan}(1{,}25\omega) - \operatorname{atan}(0{,}5\omega) - 57{,}3^\circ \cdot \omega$$

Specifikationerna är uppfyllda!

6.







$$\dot{y}(t) = v(t) \Rightarrow y(t) = y(t_0) + \int_{t_0}^{t} v(r)\,dr$$

Med $t_0 = kh$ och $t = kh+h$ fås:

$$\underline{y(kh+h)} = y(kh) + \int_{kh}^{kh+h} v(r)\,dr =$$

$$= y(kh) + \int_{kh}^{kh+\tau} u(kh-h)\,dr + \int_{kh+\tau}^{kh+h} u(kh)\,dr =$$

$$= \underline{y(kh) + \tau \cdot u(kh-h) + (h-\tau) \cdot u(kh)}$$

$$\Rightarrow a_1 = 1 \,,\; a_i = 0 \text{ för } i \geq 2$$

$$b_1 = \tau \,,\; b_2 = h - \tau$$

$$b_i = 0 \text{ för } i \geq 3$$

CHALMERS TEKNISKA HÖGSKOLA
Institutionen för signaler och system
Avdelningen för reglerteknik, automation och mekatronik

Tentamen i Reglerteknik för F2, ERE091, och för Kf2, ESS016,
tisdagen den 24 maj 2005.

Tid: Kl 08.30 - 12.30

Lokal: V

Lärare: Claes Breitholtz, telefon Chalmers 3718

Tentamensresultaten anslås senast den 9 juni på avdelningens anslagstavla. Granskning av rättningen kan ske den 9 och 10 juni, kl 12.30 -13.00, på avdelningen för reglerteknik, våning 5 i E-huset. Iakttag granskningstiderna! Den som kommer senare får endast avge klagomål mot rättningen skriftligen. (Pga sommaren accepterar vi sådana klagomål t o m augusti.)

Tentamen omfattar totalt 30 poäng. Räknefel leder normalt till en poängs avdrag. Ett direkt följdfel (såvida ingen orimlighet "dyker upp") leder inte till ytterligare poängavdrag. Ofullständiga lösningar leder till större poängavdrag. Detta gäller även fullständigt lösta uppgifter där grövre felaktigheter förekommer, alternativt om svaret är fullständigt orimligt. Följande betygskala gäller:

betyg TRE : minst 12 poäng
betyg FYRA: minst 18 poäng
betyg FEM : minst 24 poäng

Tillåtna hjälpmedel:

1. Kursboken, dvs ***Reglerteknik-Grundläggande teori***, av Glad och Ljung.
2. Matematiska och fysikaliska tabeller (t ex *BETA* och *Physics handbook*).
3. Skriv- och ritmaterial inklusive gradskiva. Diagram fås av vakten.
4. Valfria räknare med handhavandeinstruktion. Inga "laptop-datorer"!

LYCKA TILL!

1. Betrakta det linjära tidsinvarianta systemet med överföringsfunktionen G, där

$$G(s) = \frac{1-2s}{(1+s)^2}$$

a) Är systemet G insignal-utsignalstabilt? Upprita frekvensfunktionen $G(i\omega)$ i ett fullständigt Bodediagram.

3 poäng

b) Hur kan man se att systemet är av icke-minimumfastyp? Vilken överföringsfunktion har motsvarande minimumfassystem?

2 poäng

c) Systemet $G(s)$ skall P-regleras. Hur stor positiv yttre förstärkning tål det återkopplade systemet innan instabilitet inträffar om man använder Rouths metod, respektive om man använder lågförstärkningssatsen. Ge en förklaring till eventuella skillnader i resultaten.

3 poäng

2. Ett linjärt system som beskrivs av modellen med överföringsfunktionen G, skall PI-regleras.

$$G(s) = \frac{\gamma}{\tau s + 1}, \gamma > 0, \tau > 0$$

a) Regulatorns integrationstid T_i väljs lika med modellens tidskonstant. Bestäm förstärkningen K_p så att det återkopplade systemet får bandbredden $\omega_B = \nu$.

1 poäng

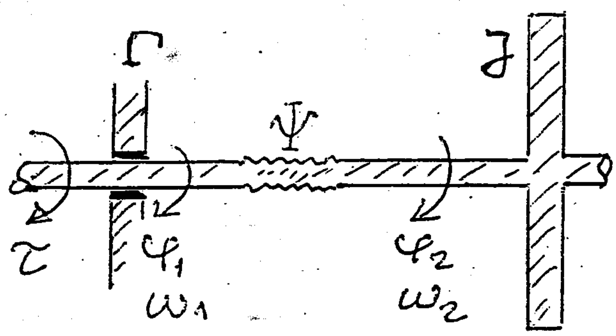
b) Det visar sig att tidskonstanten τ_0 i den verkliga processen är svårbestämd. Man kan anta att $\tau_0 = \tau + \Delta\tau$, där $\Delta\tau$ betecknar parameterfelet. Bestäm den relativa modellosäkerheten ΔG, i den multiplikativa osäkerhetsmodellen, $G_0(s) = (1 + \Delta G(s))G(s)$.

1 poäng

c) Hur stor kan $|\Delta\tau|$ tillåtas vara i förhållande till modellens tidskonstant τ, utan att stabiliteten i värsta fall går förlorad?

3 poäng

3. Ett tungt svänghjul skall vinkelpositioneras med hjälp av ett servosystem. Den ingående axeln påverkas av ett drivande moment τ, som utgör systemets instorhet, och av dynamisk friktion, som ger ett bromsande moment $\Gamma \cdot \omega_1$, och (via en torosionsfjäder) av den utgående axeln som ger ett bromsande moment $\Psi \cdot (\varphi_1 - \varphi_2)$, där Γ och Ψ är givna konstanter. Svänghjulet, som är monterat på utgående axel, har ett känt tröghetsmoment, J. Axlarnas vinkellägen och vinkelhastigheter är φ_1, φ_2, ω_1, ω_2 respektive.



a) Välj lämpliga tillståndsstorheter och härled en tillståndsekvation på formen $\dot{x} = Ax + Bu$ sådan att ett styrbart system erhålles. Styrbarheten skall visas.

4 poäng

b) Utred om systemet enligt uppgift a är asymptotiskt stabilt, stabilt eller instabilt?

2 poäng

c) För att få noggrann vinkelpositionering i systemet enligt uppgift a, väljs tillståndsåterkoppling med integrerande verkan på utsignalen, dvs vinkeln φ_2. Skriv upp utvidgade systemets matriser $\bar{A}, \bar{B}, \bar{C}$. (Observera att själva reglerdesignen inte behandlas i denna uppgift.)

2 poäng

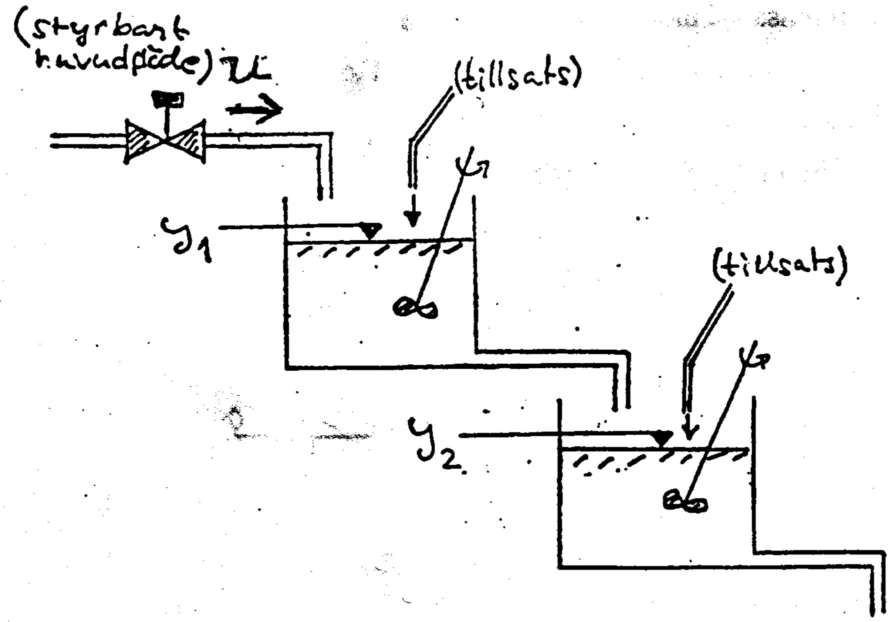
4. Ett system med överföringsfunktionen $G(s)$ skall regleras med P-regulatorn $F(s) = \kappa$.

$$G(s) = \frac{1}{s-1} \cdot e^{-s/2}$$

Föreslå, genom att använda Nyquistskriteriet, lämplig förstärkning κ. För full poäng skall valet av κ tydligt motiveras utgående från Nyquistdiagrammet!

5 poäng

5. Betrakta de vertikalt monterade blandningskaren i nedanstående figur:



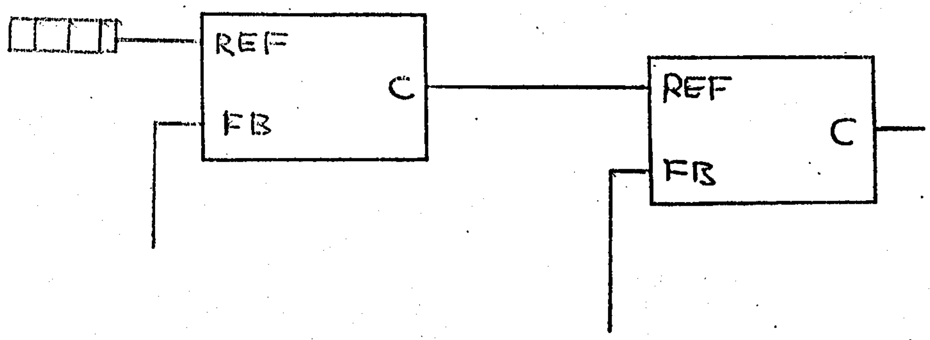
Nivåerna i karen mäts kontinuerligt. Mätsignalerna benämns y_1 och y_2. Vätskeflödet u till tank ett passerar via en reglerventil. Tillsatser av kemikalier kan vid behov ske direkt i båda karen, vilket ju innebär störningar, då konstanta nivåer är önskvärda.

a) I den medskickade (inte helt färdiga) ritningen ges schemat över processen tillsammans med två PID-regulatorer. Systemet skall styras genom kaskadreglering. Komplettera schemat så att en instrumenttekniker ser hur regulatorer och kablage från nivåsensorer och till styrventil skall kopplas ihop. Beskriv utan att använda ekvationer, hur styrsystemet skall fungera.

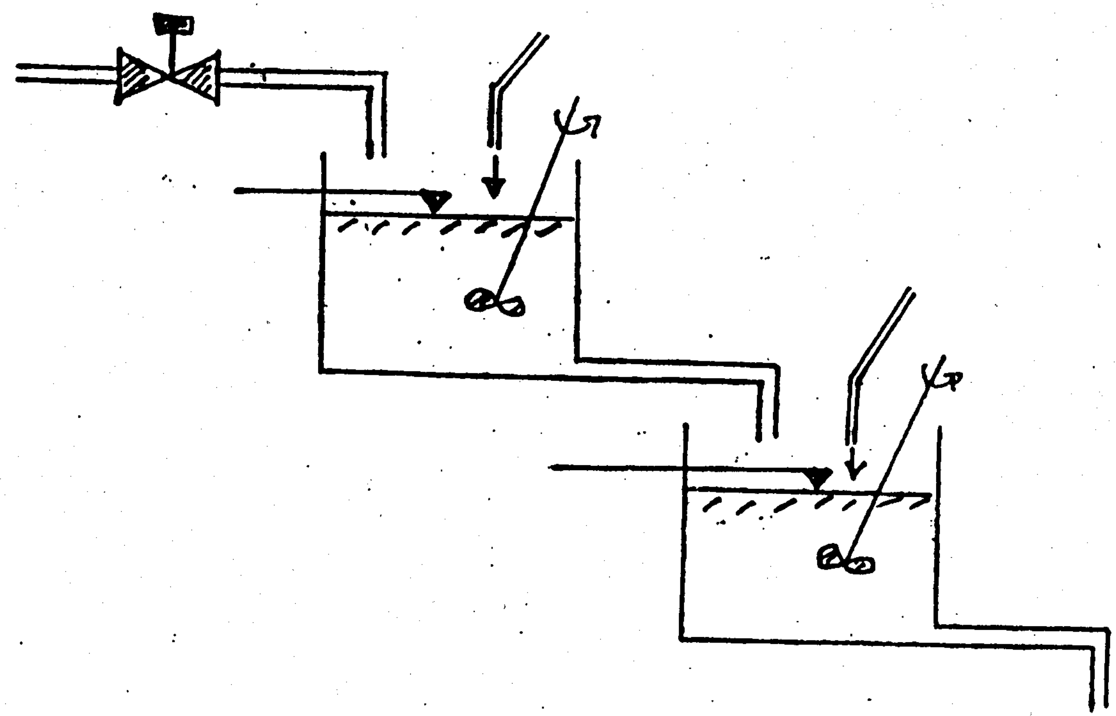
2 poäng

b) Kan båda karen nivåregleras mot specificerade börvärden oberoende av varandra med den föreslagna reglermetoden? Motivera noga. (Några enkla ekvationer kan möjligen vara ett stöd för resonemanget i denna deluppgift.)

2 poäng



REF = reference signal
FB = feedback signal
C = control signal

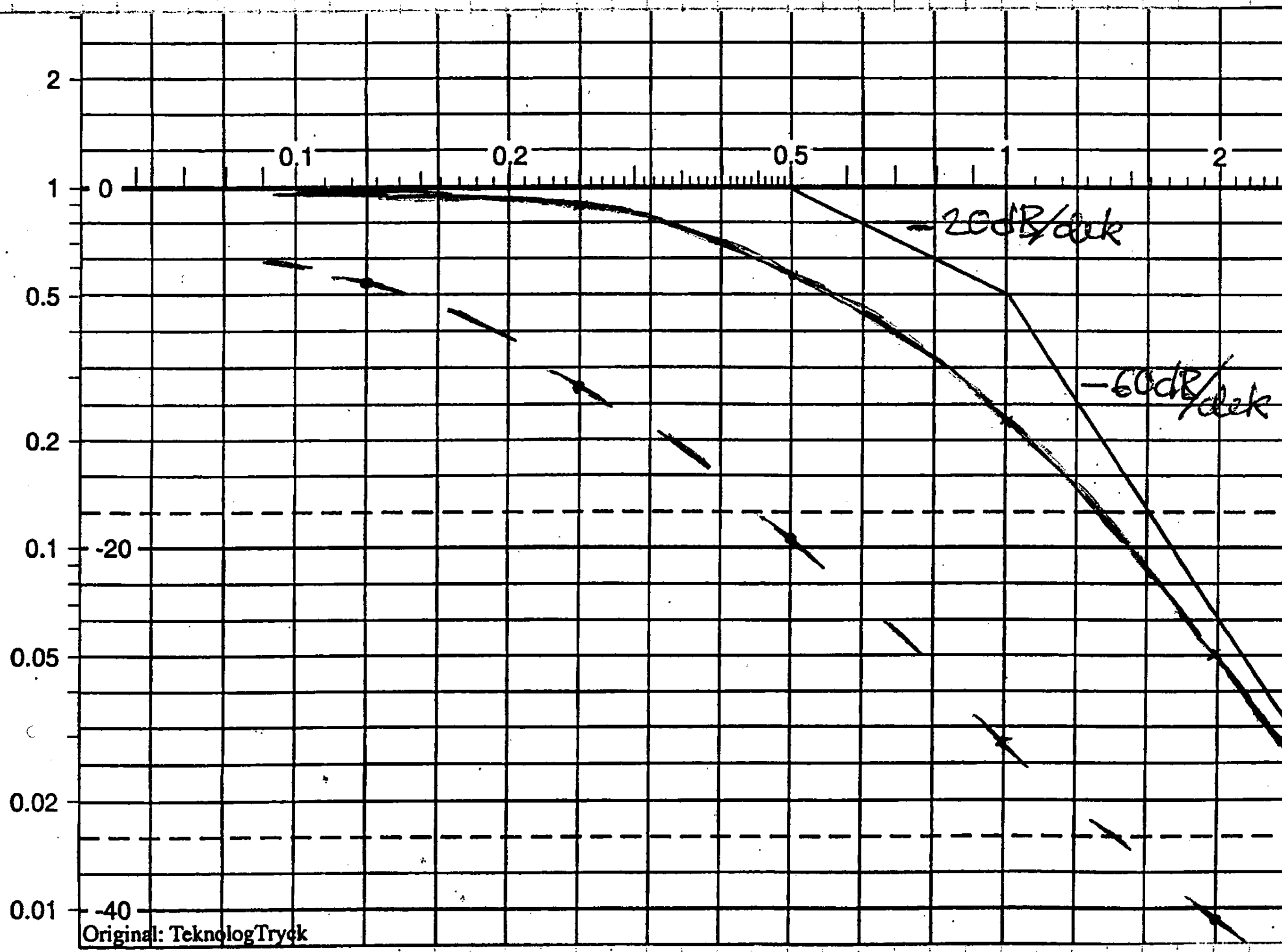


<u>Inlämnas tillsammans</u>
<u>med övriga lösningar!</u>

Reglerteknik F, ERE091, tisd. 24 maj 2005 /EB

1. a) G är insignal-utsignalstabilt, då systemet är asymptotiskt stabilt eftersom polerna ligger strikt i vänstra halvplanet.

$$\arg\{G(i\omega)\} = -\operatorname{atan}(2\omega) - 2\operatorname{atan}(\omega)$$



b) Nollställe strikt i högra halvplanet ($s = 0.5$).

$$G(s) = \frac{1-2s}{(1+s)^2} = \frac{1-2s}{(1+s)^2}\cdot\frac{1+2s}{1+2s} = \frac{1+2s}{(1+s)^2}\cdot\frac{1-2s}{1+2s}$$

$$G(s) = G_{minfas}(s)\cdot\left(\frac{1-2s}{1+2s}\right)^k, \text{ där } k = 1 > 0.$$

$$\Rightarrow \underline{G_{minfas}(s)} = \underline{\underline{\frac{1+2s}{(1+s)^2}}}$$

1.c) Rouths metod $\Rightarrow$

$kG(s) + 1 = 0$

$$k(1-2s) + (1+s)^2 = s^2 + 2\overbrace{(1-k)}^{\Rightarrow k<1}s + \overbrace{1+k}^{\Rightarrow k>-1} = 0$$

k positiv $\Rightarrow$ $k < 1 \Rightarrow$ stabilitet!

Lågförstärkningssatsen $\Rightarrow$

$$|kG(i\omega)| \leq k|G(i\omega)| < 1 \text{ för alla } \omega \in R^+$$

$$|G(i\omega)|^2 = \frac{1+4\omega^2}{(1+\omega^2)^2}$$

Studera $f(x) = \dfrac{1+4x}{(1+x)^2}$ för $x \geq 0$:

$$f'(x) = 0 \Rightarrow (1+x)^2 \cdot 4 - 2(1+x)(1+4x) = 0$$

$$2(1+x) - (1+4x) = 0$$

$$1 - 2x = 0 \Rightarrow x = 1/2 = \omega^2$$

$$\therefore |G(i\omega)|^2 \leq \frac{1+4/2}{(1+1/2)^2} = \frac{3}{2.25} = \frac{1}{0.75} = \frac{4}{3}$$

Satsen ger $k \cdot \frac{2}{\sqrt{3}} < 1 \Rightarrow \underline{\underline{k < \frac{\sqrt{3}}{2}}} = 0.866 <$

LFS ger lägre maxförst. än vad Routh ger för stabilt system. LFS är ett konservativt stabilitetsmått!

2. $G(s) = \frac{\gamma}{\tau s+1}$, $\gamma > 0$, $\tau > 0$

a) $F(s) = K_p\left(1 + \frac{1}{T_i s}\right) = K_p \frac{1+\tau s}{\tau s}$

$$L(s) = G(s)F(s) = \frac{\gamma}{\tau s+1} \cdot K_p \frac{1+\tau s}{\tau s} = \frac{\gamma K_p}{\tau s}$$

$$Q(s) = \frac{L(s)}{1+L(s)} = \frac{\gamma K_p}{\tau s + \gamma K_p} = \frac{1}{1 + \frac{\tau s}{\gamma K_p}} = \frac{1}{1+\frac{s}{\nu}}$$

$$\Rightarrow \frac{\tau}{\gamma K_p} = \frac{1}{\nu} \Rightarrow \underline{\underline{K_p = \frac{\tau \nu}{\gamma}}}$$

b), c) $G_0(s) = G(s)(1 + \Delta G(s)) = \frac{\gamma}{(\tau+\Delta\tau)s+1} \Rightarrow$

$$\underline{\underline{\Delta G(s)}} = -1 + \frac{\gamma}{(\tau+\Delta\tau)s+1} \cdot \frac{\tau s+1}{\gamma} = \underline{\underline{\frac{-\Delta\tau \cdot s}{(\tau+\Delta\tau)s+1}}}$$

$$|\Delta G(i\omega)| = \frac{|\Delta\tau| \cdot \omega}{\sqrt{|\tau+\Delta\tau|^2\omega^2+1}} \leq \frac{|\Delta\tau|}{|\tau+\Delta\tau|}, \forall \omega \geq 0$$

$$|Q(i\omega)| = \frac{1}{\sqrt{1+\omega^2/\nu^2}} \leq 1, \forall \omega \geq 0$$

Robust stabilitet $\Rightarrow |\Delta G| \cdot \underbrace{|Q|}_{\leq 1} < 1, \forall \omega \geq 0$

$\therefore |\Delta G| = \frac{|\Delta\tau|}{|\tau+\Delta\tau|} < 1 \Rightarrow$

$|\Delta\tau| < |\tau + \Delta\tau|$.

men $\big|\tau - |\Delta\tau|\big| \leq |\tau+\Delta\tau| \leq \tau + |\Delta\tau|$

Om vi antar att $\tau \geq |\Delta\tau|$ fås:

$$|\Delta\tau| < \tau - |\Delta\tau| \Rightarrow |\Delta\tau| < |\tau+\Delta\tau|$$

Systemet stabilt för $\underline{\underline{|\Delta\tau| < \tau/2}}$

3. a) Momentbalanser för

axel 1: $\tau - \Gamma\omega_1 - \Psi(\varphi_1 - \varphi_2) = 0$

axel 2: $\Psi(\varphi_1 - \varphi_2) - J\cdot\dot{\omega}_2 = 0$

Välj $u = \tau$, $x_1 = \varphi_1$, $x_2 = \varphi_2$
och $x_3 = \omega_2$.

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = \dot{\varphi}_1 = \omega_1 = \Gamma^{-1}\{\tau - \Psi(\varphi_1 - \varphi_2)\} = \\ \qquad = u/\Gamma - \Psi/\Gamma\cdot x_1 + \Psi/\Gamma\cdot x_2 \\ \dot{x}_2 = \dot{\varphi}_2 = \omega_2 \\ \dot{x}_3 = \dot{\omega}_2 = \Psi/J\,(\varphi_1 - \varphi_2) = \Psi/J\,x_1 - \Psi/J\,x_2 \end{cases}$$

$$\dot{x}(t) = \underbrace{\begin{bmatrix} -\frac{\Psi}{\Gamma} & \frac{\Psi}{\Gamma} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ \frac{\Psi}{J} & -\frac{\Psi}{J} & 0 \end{bmatrix}}_{=A} x(t) + \underbrace{\begin{bmatrix} \frac{1}{J} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}}_{=B} u(t)$$

b) $\det(\lambda I - A) = \begin{vmatrix} \lambda + \alpha & -\alpha & 0 \\ 0 & \lambda & -1 \\ -\beta & \beta & \lambda \end{vmatrix} =$

$\left\langle \frac{\Psi}{\Gamma} = \alpha,\ \frac{\Psi}{J} = \beta \right\rangle$

$$= (\lambda + \alpha)\begin{vmatrix} \lambda & -1 \\ \beta & \lambda \end{vmatrix} + \alpha\begin{vmatrix} 0 & -1 \\ -\beta & \lambda \end{vmatrix} = (\lambda + \alpha)(\lambda^2 + \beta) - \alpha\beta$$

$$= \lambda^3 + \alpha\lambda^2 + \beta\lambda + \alpha\beta - \alpha\beta = \lambda(\lambda^2 + \alpha\lambda + \beta) =$$

$\alpha > 0$ och $\beta > 0 \Rightarrow \lambda^2 + \alpha\lambda + \beta$ har båda sina nollställen strikt i VHP. Dessutom ett egenv. i origo

$\Rightarrow$ Systemet stabilt, men inte asymptotiskt stabilt

3. a (Styrbarheten)

$$A = \begin{pmatrix} -\alpha & \alpha & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ \beta & -\beta & 0 \end{pmatrix} \quad B \sim \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \Rightarrow AB = \begin{pmatrix} -\alpha \\ 0 \\ \beta \end{pmatrix} \Rightarrow A^2B = \begin{pmatrix} \alpha^2 \\ \beta \\ -\alpha\beta \end{pmatrix}$$

$$\det[S] = \begin{vmatrix} 1 & -\alpha & \alpha^2 \\ 0 & 0 & \beta \\ 0 & \beta & -\alpha\beta \end{vmatrix} = -\beta^2 \neq 0 \Rightarrow \text{Styrbart System!}$$

c)

$$\dot{x} = Ax + Bu$$

$$y = \varphi_2 = x_2 \Rightarrow C = (0 \quad 1 \quad 0)$$

Integraltillståndet betecknas t.ex. x_4:

$$x_4(t) = \int e(t)\,dt = \int (r(t) - y(t))\,dt \Rightarrow$$

$$\dot{x}_4(t) = r(t) - y(t) = r(t) - Cx(t)$$

$$\frac{d}{dt}\underbrace{\begin{bmatrix} x(t) \\ \hline x_4(t) \end{bmatrix}}_{\bar{X}(t)} = \begin{bmatrix} A & 0 \\ -C & 0 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x(t) \\ x_4(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B \\ 0 \end{bmatrix} u(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} r(t) \Rightarrow$$

$$\begin{cases} \dot{\bar{X}}(t) = \bar{A}\,\bar{X}(t) + \bar{B}\,u(t) + \bar{N}\,r(t) \\ y(t) = \bar{C}\,\bar{X}(t) \end{cases}$$

$$\bar{A} = \begin{bmatrix} -\frac{\Psi}{\Gamma} & \frac{\Psi}{\Gamma} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ \frac{\Psi}{J} & -\frac{\Psi}{J} & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \bar{B} = \begin{bmatrix} \frac{1}{J} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad \bar{N} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\bar{C} = [0 \quad 1 \quad 0 \quad 0]$$

4. $$G(s) = \frac{e^{-s/2}}{s-1}$$

Vi noterar att G saknar poler i origo (och på övriga imaginäraxeln). Vi kan därför låta Nyquists kontur löpa rätt igenom origo. Om HHP täcks in av konturen, kommer $Re\{s\} \geq 0 \Rightarrow |e^{-s/2}| \leq 1$

$$|G(s)| \leq \left|\frac{1}{s-1}\right| \to 0 \text{ då } |s| \to \infty.$$

$s = i\omega$:

$$G(s) = \frac{e^{-i\omega/2}}{i\omega-1} \cdot \frac{(i\omega+1)}{(i\omega+1)} = \frac{(1+i\omega)(\cos\frac{\omega}{2} - i\sin\frac{\omega}{2})}{-\omega^2-1}$$

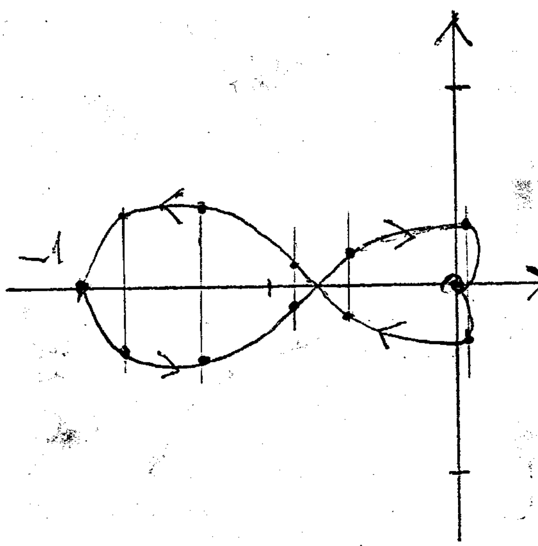
$$= \frac{-(\cos\frac{\omega}{2} - i\sin\frac{\omega}{2} + i\omega\cos\frac{\omega}{2} + \omega\sin\frac{\omega}{2})}{1+\omega^2} =$$

$$= -\frac{\cos(\omega/2) + \omega\sin(\omega/2)}{1+\omega^2} +$$

$$+ i\,\frac{\sin(\omega/2) - \omega\cos(\omega/2)}{1+\omega^2} = R + i\cdot I$$

ω	R	I
0	−1	0
0.5	−0.874	−0.190
1	−0.679	−0.200
2	−0.444	−0.048
π	−0.289	0.092
2π	+0.025	0.155

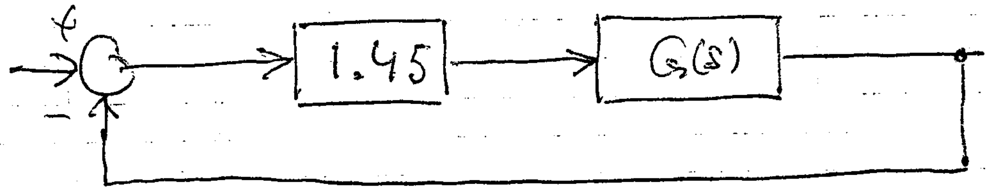
$s = -i\omega$ ger samma kurva men speglad i realaxeln.

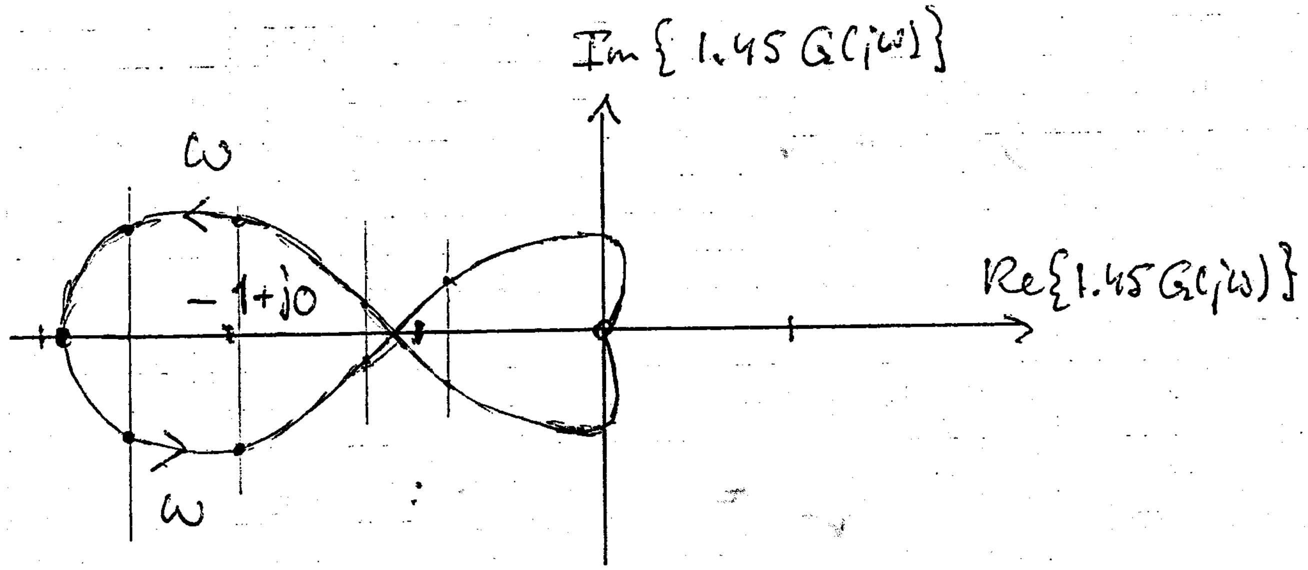


4. (forts.) Nyquistkurvan går genom punkten $-1 + j \cdot 0$ och skär negativa reella axeln även i punkten $-0.38 + j0$.

Vi önskar att $-1+j0$ låg mitt inne i vänstra omslingringen, vilket kan åstadkommas med förstärkningen K:

$$\frac{K \times 1 + K \times 0{,}38}{2} = 1 \Rightarrow K = \frac{2}{1{,}38} \approx 1.45$$



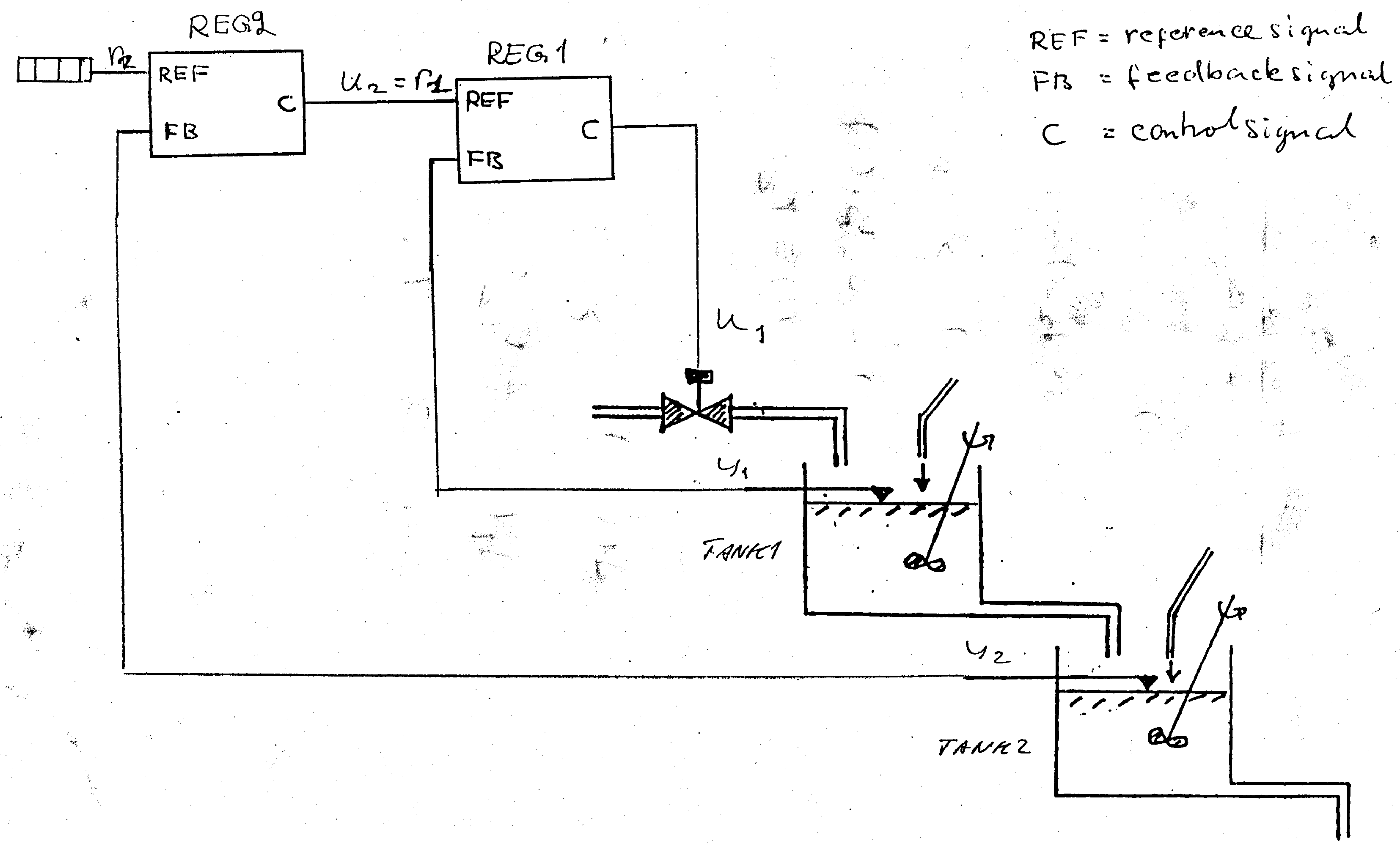


P = 1 , N = −1 (ett varv moturs)

Z = P + N = 1 − 1 = 0 ⇒

⇒ Inga rötter till KE i HHP ⇒

Stabilt system enl. Nyquist.
(Marginal åt båda hållen!)



Inlämnas tillsammans med övriga lösningar!

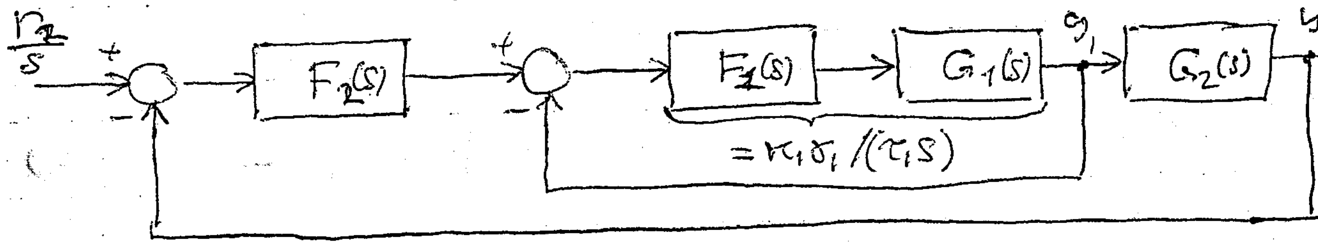
5. a) Utsignalen från regulator 2 (dvs dess styrsignal) utgör en referens för regulator 1 vars styrsignal påverkar reglerventilen att ge precis det flöde som gör att nivån i tank 1 ligger nära dess referens, dvs u_2, som i sin tur (i regulator 2) anpassas att låta nivån i tank 2 anpassa sig till sin referens, r_2.

Observera att då processen är något olinjär, bör reglerparametrarna justeras om ny arbetspunkt väljes för processen. Se styrschemat!

b) Låt för enkelhets skull PID-regulatorerna vara PI-regulatorer. Nära respektive stationära nivåer gäller (approximativt):

$$G_1(s) = \frac{\gamma_1}{1+\tau_1 s} \quad \text{och} \quad G_2(s) = \frac{\gamma_2}{1+\tau_2 s}$$

$$F_1(s) = \frac{K_1(1+\tau_1 s)}{\tau_1 s} \quad \text{och} \quad F_2(s) = \frac{K_2(1+\tau_2 s)}{\tau_2 s}$$



$$y_2(s) = G_2(s)\frac{K_1\gamma_1}{K_1\gamma_1+\tau_1 s}F_2(s)\left(\frac{r_2}{s} - y_2(s)\right) = \frac{K_1\gamma_1 K_2\gamma_2}{\tau_2 s(K_1\gamma_1+\tau_1 s)}(\ldots$$

$$[\tau_2 s(K_1\gamma_1+\tau_1 s) + K_1\gamma_1 K_2\gamma_2]\,y_2(s) = K_1\gamma_1 K_2\gamma_2 r_2/s$$

5. b (forts)

$$y_2(s) = \frac{K_1 \gamma_1 K_2 \gamma_2 r_2}{s[\tau_2 s(K_1\gamma_1 + \tau_1 s) + K_1\gamma_1 K_2 \gamma_2]}$$

Stabilt system ⇒ slutvärdessatsen gäller:

$$y_2(\infty) = \lim_{s\to 0} s \cdot y_2(s) = r_2$$

$$y_2(s) = \frac{\gamma_2}{1+\tau_2 s} \cdot y_1(s) \Rightarrow$$

$$\tau_2 \dot{y}_2(t) + y_2(t) = \gamma_2 y_1(t)$$

Stationärt ⇒ $y_2(t) \equiv r_2$ konstant

$$\Rightarrow r_2 = \gamma_2 y_1(\infty) \Rightarrow$$

$$y_1(\infty) = \frac{r_2}{\gamma_2} = \frac{y_2(\infty)}{\gamma_2}$$

$$\Rightarrow y_1(\infty) \neq y_2(\infty)$$

för $\gamma_2 \neq 1$.

CHALMERS TEKNISKA HÖGSKOLA
INSTITUTIONEN FÖR SIGNALER OCH SYSTEM
Avd för reglerteknik

Tentamen i Reglerteknik för F 2

(Kurs nr ERE 091)
torsdagen den 19 augusti 1999.

Tid: Kl 14.15-18.15 **Lokal:** mg

Lärare: Claës Lindeborg, tel Chalmers 3719.

Poängberäkning: Tentamen består av 8 uppgifter om totalt 30 poäng. För betygen tre, fyra och fem krävs 12, 18 respektive 24 poäng.

Lösningar anslås den 20 augusti på institutionens anslagstavla.

Tentamensresultaten anslås senast den **7 september** på institutionens anslagstavla.

Granskning av rättning sker den **7 och 8 september** kl 12.30 - 13.15 på institutionen.

Tillåtna hjälpmedel:
Valfri kalkylator, dock ej portföljdator
Standardtabeller typ TEFYMA och Beta
Formelsamling i reglerteknik
Bodediagram

OBS!
Iakttag granskningstiderna! Kommer du senare mottages endast skriftliga klagomål mot rättningen. Sådana skriftliga klagomål måste inlämnas **senast två veckor** efter granskningsdagarna.

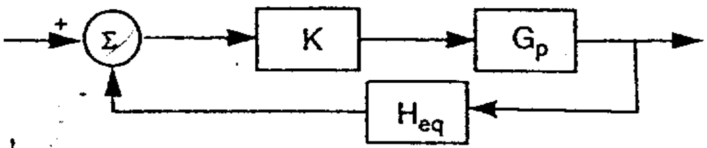
LYCKA TILL!

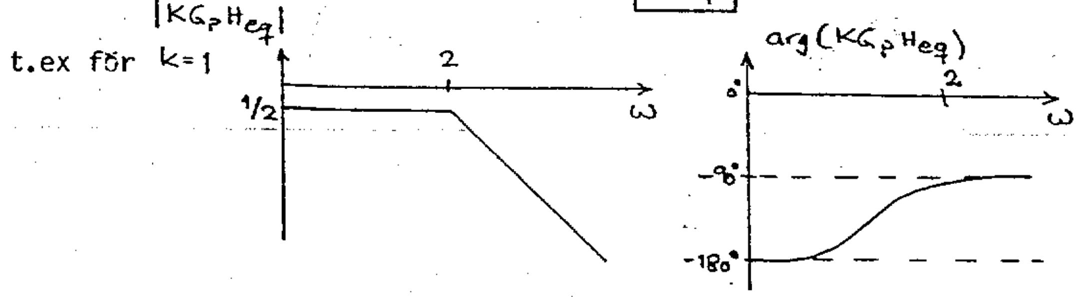
1. Tidsfunktionen $x(t)$ har Laplacetransformen $x(s) = \dfrac{3}{s^2 + 9}$.

Uppgift: Beräkna $x(t)$ då $t \to \infty$.

(1 p)

2. c) Kretsöverföringen för reglersystemet enl figur har ett Bode-diagram enl nedan. Man kan (med viss svårighet) av fas- och amplitudkurvorna dra slutsatsen att kretsöverföringen $K \cdot G_p \cdot H_{eq}$ har en pol i högra halvplanet. Bestäm för vilka K-värden systemet är stabilt.





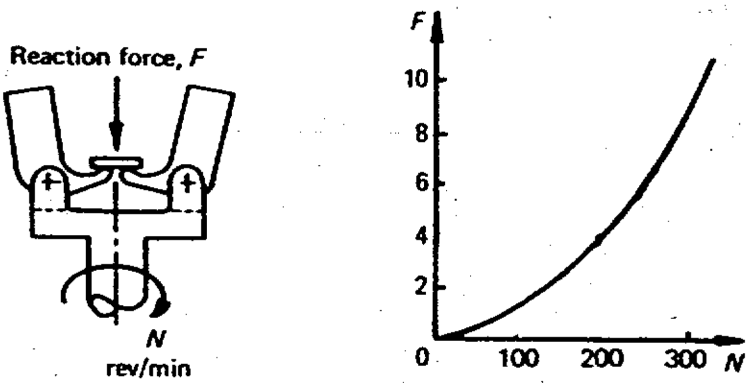
(2 p)

3. Figuren visar en modern version av centrifugalregulatorn.

Det gäller: $F = K \cdot N^2$ (kraft)

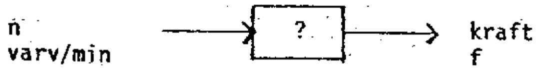
$K = \dfrac{1}{10\,000}$ (en konstant)

N = varv/minut



Flyweight governor with force–speed relationship

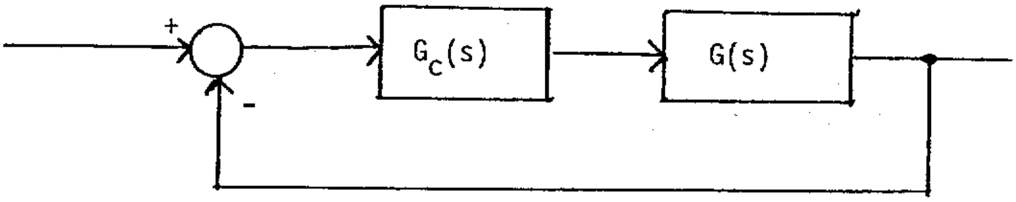
a) Linjärisera kring arbetspunkten N = 200 .



(2 p)

b) Antag anordningen körs med hastigheten 250 varv/min. Hur stort fel (räknat i kraft) uppstår på grund av lineariseringen?

4.



Ett system $G(s) = \dfrac{4}{s(s+2)}$ skall regleras så att följande krav uppfylles:

A. Hastighetsfelkonstanten $K_1 = 20\ sek^{-1}$

B. Fasmarginalen $\geq\ 50^o$

C. Amplitudmarginalen $\geq\ 10\ dB$

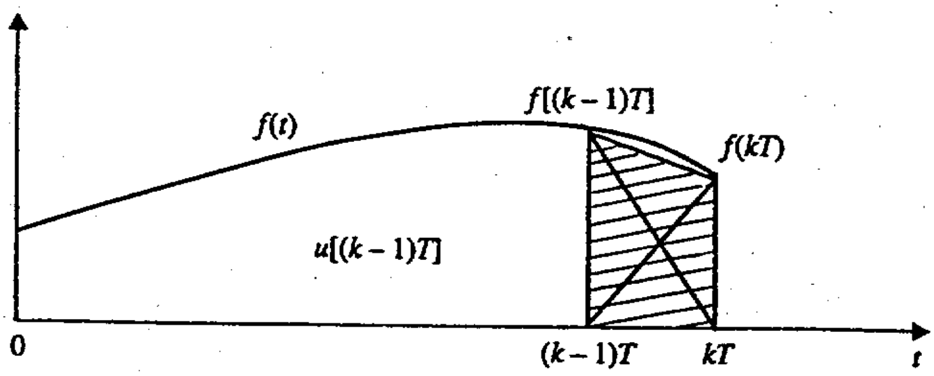
Uppgift: Sök $G_c(s)$ (5 p)

Ledning:

Tabell 6.2 Statiska fel hos reglerkretsar av typ 0, 1 och 2 vid olika insignal (börvärdesvariation).

Insignal \ Typsiffra	$m=0$	$m=1$	$m=2$
Steg $\sigma(t)$	$\dfrac{1}{1+K_0}$	0	0
Ramp t	∞	$\dfrac{1}{K_1}$	0
Parabel $t^2/2$	∞	∞	$\dfrac{1}{K_2}$

5. En metod att beräkna integralen av en funktion f(t) är att approximera ytan mellan två samplingar med en trapetsoid (streckad yta).



Låt u(kT) beteckna det approximerade värdet av

$$\int_0^{kT} f(t)\,dt .$$

Uppgift: Beräkna överföringsfunktionen $G_I(z) = U(z)/F(z)$ för denna typ av integrator.

(3 p)

6. En process G(s) innehållande en dödtid skall regleras (styckvis konstanta styrningar).

Samplingsintervall = 5 sek.

$$G(s) = \frac{2 \cdot e^{-10\,s}}{1 + 20\,s}$$

a) Bestäm processens överföringsfunktion H(z) .

(2 p)

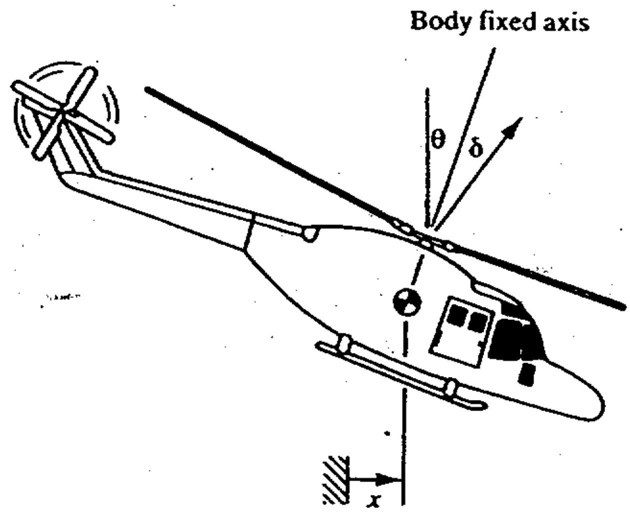
b) Dimensionera en regulator. Det slutna systemet skall ha en pol i 0.5 och de övriga två = 0. Beräkna kvarstående felet vid enhetssteg i process-störningen V .

(3 p)

7. En modell för en helikopters lutningsvinkel (pitch) θ vid justering av rotorvinkeln δ är:

$$\begin{cases} \dfrac{d^2\theta}{dt^2} = -\sigma_1 \dfrac{d\theta}{dt} - \alpha_1 \dfrac{dx}{dt} + n\,\delta \\[2ex] \dfrac{d^2x}{dt^2} = g\,\theta - \alpha_2 \dfrac{d\theta}{dt} - \sigma_2 \dfrac{dx}{dt} + g\,\delta \end{cases}$$

Här är x den horizontella rörelsen och σ_1, σ_2, α_1, α_2, n och g är konstanter.



Helicopter pitch angle, θ, control.

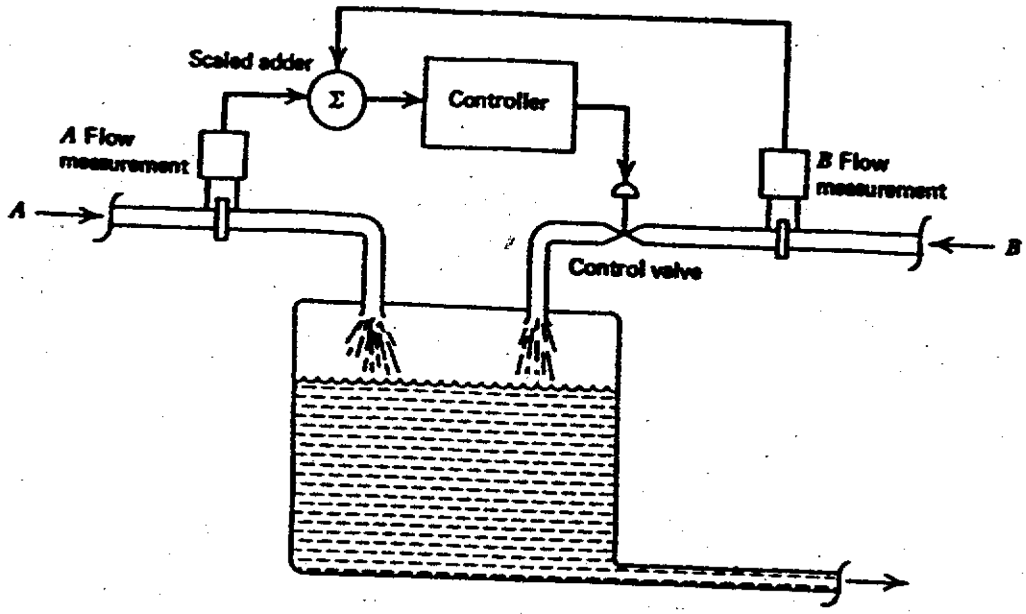
a) Tag fram överföringsfunktionen $\dfrac{\theta(s)}{\delta(s)}$. (3 p)

b) Välj tillståndsvariabler och skriv modellen ovan på formen

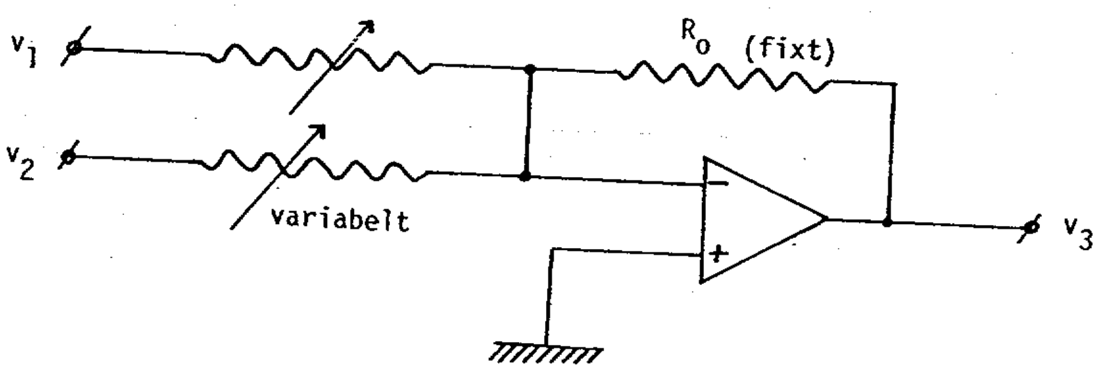
$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + Bu \\ y &= Cx \end{aligned} \quad \text{där} \quad y = \theta .$$ (3 p)

8.

Figuren föreställer ett blandningskar för två komponenter *A* och *B*. Båda flödena mätes och bildar insignaler till en enhet (Σ i fig.), som skall konstrueras. Enhetens utsignal skall bilda insignal till regulatorn (controller). Dess utsignal styr ventilen för flöde *B* så att en viss, specificerad kvot mellan flöde *A* och *B* upprätthålles. Båda flödesmätarna ger en utsignal (0-5 volt) som är proportionell mot flödet.



Uppgift:
Konstruera enheten Σ med hjälp av ett antal operationsförstärkarkretsar enligt fig.



Ett korrekt svar skall innehålla kopplingsschema samt värden på de ingående resistanserna (inställningarna).

Krav: 1) Flöde *A* skall vara 3,5 ggr större än *B*;

2) Insignalen till regulatorn skall vara noll vid det korrekta flödesförhållandet.

(5 p)

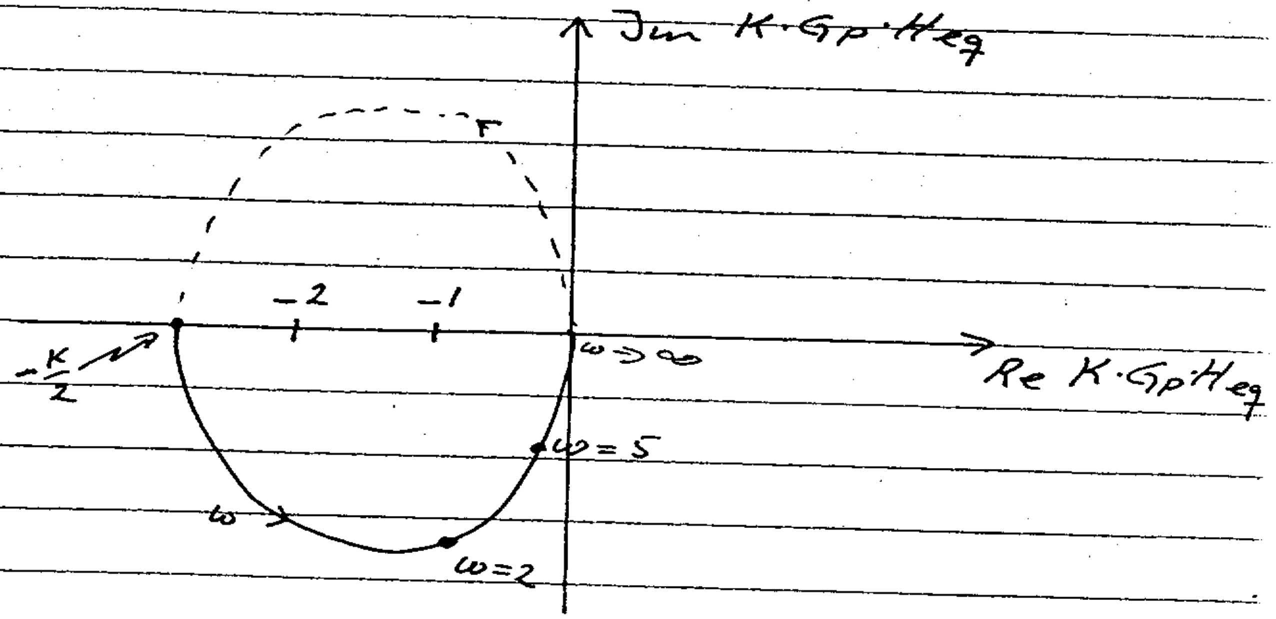
Lösning till tentamen i Reglerteknik för F2 19/8 1999

1) Slutvärdesatsen ger en falsk lösning (=0) eftersom $\lim_{t \to \infty} x(t)$ ej existerar.

$x(t)$ är en sinusfunktion och saknar gränsvärde då $t \to \infty$

2/ Tillämpa Nyquists fullständiga stab. krit (FS sid. 15)

$N = Z - P$ Här är $P = 1$ enligt texten



$Z = N + P$ skall undersökas

För $K > 2$ fås 1 neg. omslutning av $(-1;0)$

$\Rightarrow Z = -1 + 1 = 0$ dvs. inga poler i HHP för kar. ekv. Stabilt!

För $K < 2$ fås inga omslutningar

$\Rightarrow Z = 0 + 1 = 1$ Instabilt!

3)

$F = K \cdot N^2$ ett icke linjärt samband

Linjärisera kring arbetspunkten F_0 och N_0

$\begin{cases} F = F_0 + f \\ N = N_0 + n \end{cases}$ Taylorutveckling: $\begin{cases} N_0 = 200 \\ F_0 = \frac{200^2}{10000} = 4 \end{cases}$

$$F = F_0 + \left.\frac{dF}{dN}\right|_{N=N_0} + \text{högre ordn. termer} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow f \approx 2KN\Big|_{N=200} = \frac{2 \cdot 200}{10000} = \frac{1}{25}$$ Svar: $n \longrightarrow \boxed{\frac{1}{25}} \xrightarrow{f}$

b) $f = 50 \frac{1}{25} = 2 \Rightarrow F_{lin} = F_0 + 2 = 4 + 2 = 6{,}00$

$F_{olin} = \frac{250^2}{10000} = 6{,}25$ Svar: $6{,}25 - 6{,}00 = 0{,}25$ ~~för~~ låg/stark

5)

$$u(kT) = u((k-1)T) + \frac{T}{2} \cdot \left[f(kT) + f((k-1)T)\right]$$

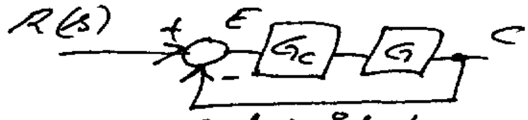
Z-transformera tidsserien!

$$U(z) = U(z) \cdot z^{-1} + \frac{T}{2} F(z) + \frac{T}{2} F(z) \cdot z^{-1}$$ eller

$$U(z)\left[1 - z^{-1}\right] = \frac{T}{2} F(z)\left[1 + z^{-1}\right] \Rightarrow$$

$$G_I(z) = \frac{U(z)}{F(z)} = \frac{T}{2} \cdot \frac{1 + z^{-1}}{1 - z^{-1}}$$ Svar

Enl. Tab. 6.2 fås för typ 1-system vid rampsignal ett kvarstående fel $\frac{1}{K_1}$. Med ett filter $G_c(s)$ utan integration blir $G_c \cdot G$ av typ 1



enhetsåterkoppling

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{G_c \cdot G}{1+G_c \cdot G} \Rightarrow \frac{E(s)}{R(s)} = \frac{1}{1+G_c \cdot G}$$

Slutvärdessatsen:

$$e_{ss} = \lim_{s \to 0} s \cdot \frac{1}{s^2} \cdot \frac{1}{1+G_c \cdot G} =$$

$$= \lim_{s \to 0} \frac{1/s}{1+G_c \cdot G} = \frac{1}{K_c \cdot K_G} = \frac{1}{K_1}$$

där $\begin{cases} K_c = \lim_{s \to 0} G_c(s) \\ K_G = \lim_{s \to 0} G^*(s) \end{cases}$ ↑ utan $\frac{1}{s}$ faktorn

Nu är: $K_G = \lim_{s \to 0} \frac{4}{s+2} = 2$

Vid filter av typ $G_R(s) = K \cdot G_{LEAD}$ är LF-asympt. $= 1$ för G_{LEAD} (F.S. sid 19)

$\therefore \frac{1}{K_c \cdot 2} = \frac{1}{20} \Rightarrow K_c = 10$ dvs $G_c \cdot G$ skall ha LF-asympt. $\frac{20}{s}$ i Bode-diagr.

↑ $= K$ sid 19

Lägg till termen $\frac{2}{1+s/2}$ och rita in, dvs processen $G(s)$ plus den statiska delen av G_c. Avläs marginaler!

$\begin{cases} \varphi_m = 17° & \text{(för liten)} \\ A_m = \infty & \text{OK!} \end{cases}$

För att öka φ_m kan man sänka först. men det får vi inte för LF-kravet

Välj därför en leadlänk som ökar fasen vid medelhöga frekv. men ingen förstärkning vid låga. F.S. sid 19. Då vi får en oönskad först. vid centerfrekv. lägger vi till en extra marginal vid max. faslyft (vid centerfrekv. ω_f). Den nya överkorsningsfrekvensen kommer att ligga något till höger om den gamla.

Välj max. faslyft vid $\omega = 9$

$50 - 17$ plus $5°$ är $38° \Rightarrow b = 4{,}2$ (F.S. sid 20)

(forts.)

4 poäng /

$$\omega_f = 9 = \sqrt{4,2} / T_d \Rightarrow T_d = 0,2277$$

$$\therefore \quad G_{LEAD}(s) = \frac{1 + s \cdot 0,2277}{1 + s \frac{0,2277}{4,2}} = \frac{1 + \frac{s}{4,4}}{1 + \frac{s}{18,5}}$$

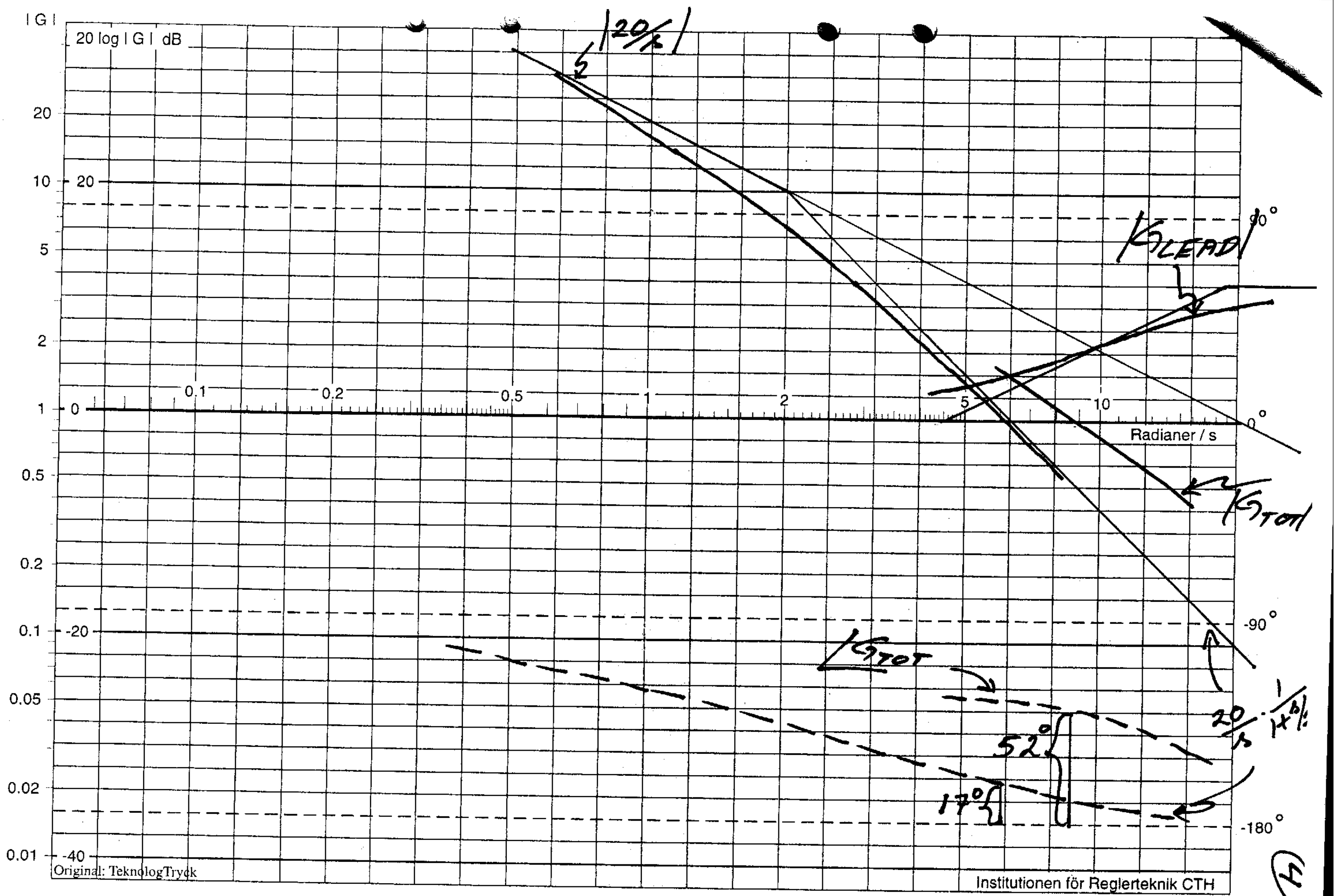
Rita in filtret i diag.

$$G_{TOT} = 10 \cdot G_{LEAD}(s) \cdot G(s)$$

Avläs $\varphi_m = 50°$

Vi har nu uppfyllt alla kraven!

$$\begin{cases} \varphi_m = 50° \\ A_m = \infty \\ K_1 = 20 \text{ sek}^{-1} \end{cases}$$


|G|
20 log |G| dB
20
10
5
2
1
0.5
0.2
0.1
0.05
0.02
0.01
20
0
-20
-40
0.1
0.2
0.5
1
2
5
10
Radianer / s
90°
0°
-90°
-180°
|20/s|
|G_LEAD|
|G_TOT|
∠G_TOT
20/s · 1/(1+s/...)
52°
17°
Original: TeknologTryck
Institutionen för Reglerteknik CTH

(4)

6a/ Formelsamlingen sid 24 nr 1

Här är:

$$G(s) = \frac{2 \cdot e^{-10s}}{20(s+\frac{1}{20})}$$

$K = 2/20 = 0{,}1$

$a = 1/20$

$\Rightarrow a \cdot h = 0{,}25$

Fördröjningen $\frac{10}{5} = 2$ sampel

Alltså

$$H(z) = \frac{0{,}1}{\frac{1}{20}} \cdot \frac{1-e^{-0{,}25}}{z-e^{-0{,}25}} \cdot z^{-2} =$$

$$= \frac{0{,}442 \cdot z^{-2}}{z - 0{,}779} \quad \text{SVAR}$$

b/ $H(z)$ kan skrivas $\frac{b \cdot z^{-3}}{1+az^{-1}}$

$$\left.\begin{aligned} n_C &= n_B - 1 = 3-1 = 2 \\ n_D &= n_A - 1 = 1-1 = 0 \end{aligned}\right\} \Rightarrow \text{grad } P = n_A + n_C = 3$$

$$\therefore \left.\begin{aligned} C(z) &= 1 + c_1 z^{-1} + c_2 z^{-2} \\ D(z) &= d_0 \end{aligned}\right\}$$

$$P(z) = AC + BD = (1+az^{-1}) \cdot (1 + c_1 z^{-1} + c_2 z^{-2}) + b \cdot z^{-3} \cdot d_0 =$$

$$= 1 + (a+c_1) z^{-1} + (c_2 + a c_1) z^{-2} + (a c_2 + b d_0) z^{-3}$$

Sätt nu $P(z) = (1 - \underset{0{,}5}{q_1} \cdot z^{-1}) \cdot (1 - \underset{0}{q_2} \cdot z^{-2})(1 - \underset{0}{q_3} \cdot z^{-2}) =$

$= 1 - q_1 z^{-1}$

$$K_r = \frac{P(1)}{B(1)} = \frac{1-q_1}{b} = 1{,}131$$

Identifiera!

$$\left.\begin{aligned} a + c_1 &= -q_1 \\ c_2 + a c_1 &= 0 \\ a c_2 + b d_0 &= 0 \end{aligned}\right\} \Rightarrow \left.\begin{aligned} c_1 &= 0{,}279 \\ c_2 &= 0{,}217 \\ d_0 &= 0{,}383 \end{aligned}\right\}$$

↑ SVAR

Kvarstående fel: $\frac{B(1)\,C(1)}{P(1)} =$

$$= \frac{b\,(1 + c_1 + c_2)}{1 - 0{,}5} = \underline{\underline{1{,}32}}$$

SVAR

Laplacetransform... [illegible]

$$\begin{cases} s^2\theta = -\sigma_1 s\theta - \alpha_1 sx + n\delta \\ s^2 x = g\theta - \alpha_2 s\theta - \sigma_2 sx + g\delta \end{cases}$$

$$\begin{cases} (s^2+\sigma_1 s)\theta = -\alpha_1 sx + n\delta \\ (s+\sigma_2)sx = (g-\alpha_2 s)\theta + g\delta \end{cases}$$ Eliminera x!

$$(s^2+\sigma_1 s)\theta = -\alpha_1 \frac{(g-\alpha_2 s)\theta + g\delta}{(s+\sigma_2)} + n\delta;$$ eller

$$(s^2+\sigma_1 s)(s+\sigma_2)\theta = -\alpha_1(g-\alpha_2 s)\theta - \alpha_1 g\delta + (s+\sigma_2)n\delta;$$

$$(s^3+\sigma_1 s^2+\sigma_2 s^2+\sigma_1\sigma_2 s)\theta + (g-\alpha_2 s)\alpha_1\theta =$$

$$= sn\delta + \sigma_2 n\delta - \alpha_1 g\delta;$$

Svar: $$\frac{\theta(s)}{\delta(s)} = \frac{sn+\sigma_2 n - \alpha_1 g}{s^3+(\sigma_1+\sigma_2)s^2+(\sigma_1\sigma_2-\alpha_1\alpha_2)s+g\alpha_1};$$

b) Välj $$\begin{cases} x_1 = \theta \\ x_2 = \dot\theta \\ x_3 = \dot x \end{cases}$$ samt styrningen $u = \delta$

(då x-variabeln endast förekommer som derivata)

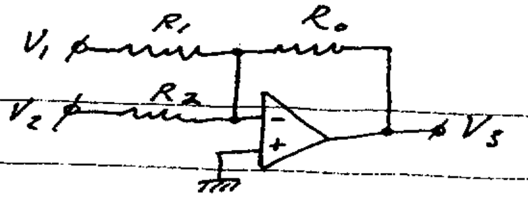
Enligt texen: $y = \theta$ dvs. $= x_1$

$$\begin{cases} \dot x_1 = x_2 \\ \dot x_2 = -\sigma_1 x_2 - \alpha_1 x_3 + nu \\ \dot x_3 = gx_1 - \alpha_2 x_2 - \sigma_2 x_3 + gu \end{cases}$$

Svar: $$\begin{bmatrix}\dot x_1\\ \dot x_2\\ \dot x_3\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}0 & 1 & 0\\ 0 & -\sigma_1 & -\alpha_1\\ g & -\alpha_2 & -\sigma_2\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}x_1\\ x_2\\ x_3\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}0\\ n\\ g\end{bmatrix}u;$$ samt

$$y = [1\ 0\ 0]\cdot\begin{bmatrix}x_1\\ x_2\\ x_3\end{bmatrix}$$

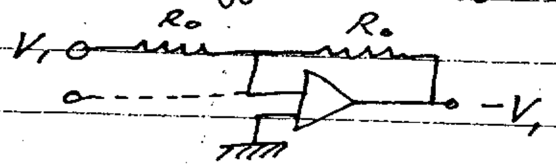
8/ För OP-förstärkaren gäller:



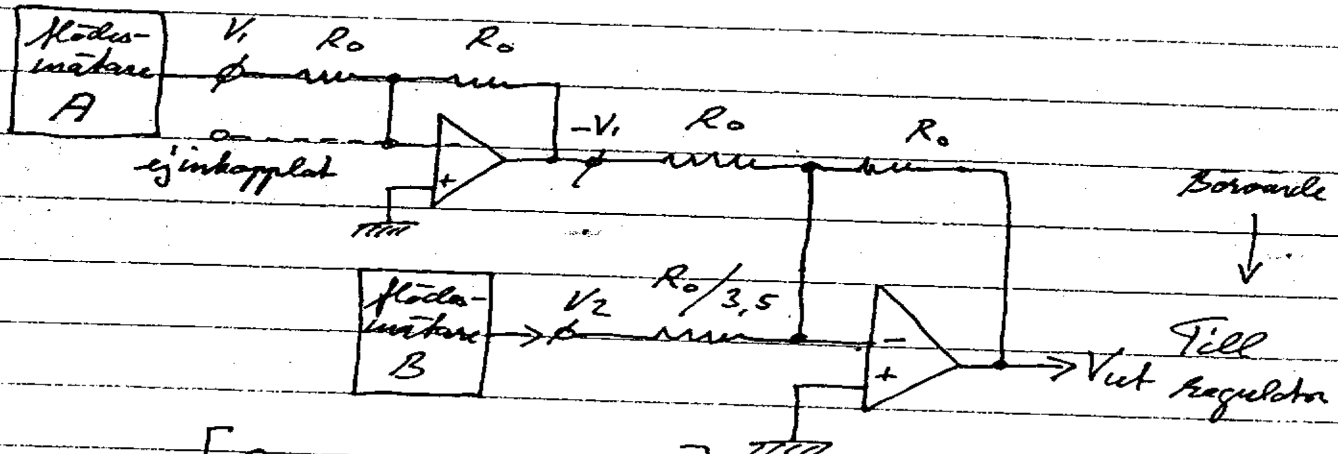
$$V_3 = -\left[\frac{R_0}{R_1}V_1 + \frac{R_0}{R_2}V_2\right]$$

Krav: $V_3 = 0$ vid balans (= rätt kvot) $\Rightarrow \frac{V_1}{R_1} = -\frac{V_2}{R_2}$ eller $\frac{V_1}{V_2} = -\frac{R_1}{R_2}$

Denna kvot skall vara + 3,5 ; Låt R_1 vara $= R_0$ och $R_2 = R_0/3{,}5$ samt lägg in en inverterare för t.ex. V_1



Svar:



$$V_{ut} = -\left[\frac{R_0}{R_0}\cdot(-V_1) + \frac{R_0}{R_0/3{,}5}\cdot V_2\right] = V_1 - 3{,}5\,V_2$$

Test av kraven: $V_{ut} = 0$ för $V_1 = 3{,}5\,V_2$ dvs. flöde A = 3,5× flöde B

Då $V_1 \neq 3{,}5\,V_2$ uppstår en felsignal som via regulatorn justerar flöde B med ventilen. Här sätts börvärdet för regulatorn (controller i fig) = 0 och börkvoten (här 3,5/1) justeras med potentiometer R_2

CHALMERS TEKNISKA HÖGSKOLA
INSTITUTIONEN FÖR SIGNALER OCH SYSTEM
Avd för reglerteknik

Tentamen i Reglerteknik för F 2

(Kurs nr ERE 091)
Lördagen den 10 april 1999.

Tid: Kl 08.45 - 12.45 **Lokal**: mn

Lärare: Claës Lindeborg, tel Chalmers 3719.

Poängberäkning: Tentamen består av 9 uppgifter om totalt 30 poäng. För betygen tre, fyra och fem krävs 12, 18 respektive 24 poäng.

Lösningar anslås den 12 april på institutionens anslagstavla.

Tentamensresultaten anslås senast den **27 april** på institutionens anslagstavla.

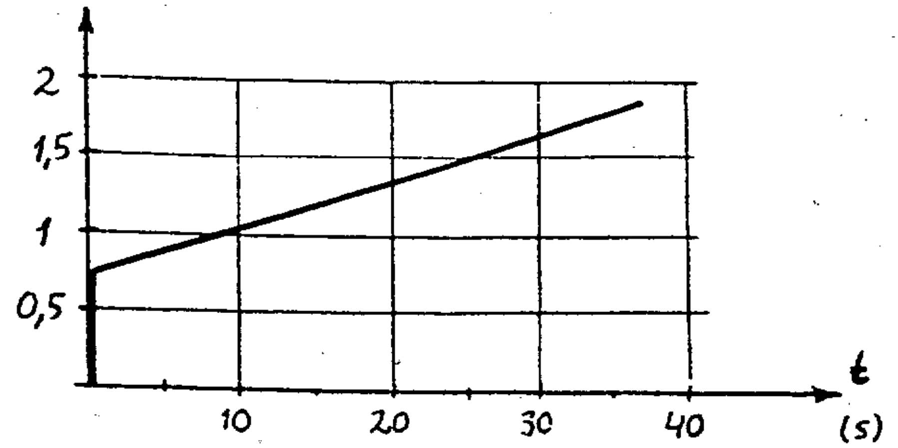
Granskning av rättning sker den **27 och 28 april** kl 12.30 - 13.15 på institutionen.

Tillåtna hjälpmedel:
Valfri kalkylator, dock ej portföljdator
Standardtabeller typ TEFYMA och Beta
Formelsamling i reglerteknik
Bodediagram

OBS!
Iakttag granskningstiderna! Kommer du senare mottages endast skriftliga klagomål mot rättningen. Sådana skriftliga klagomål måste inlämnas **senast två veckor** efter granskningsdagarna.

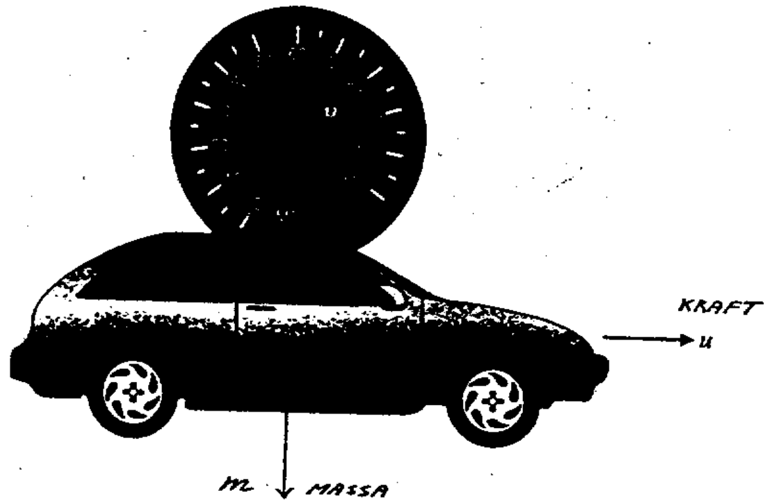
LYCKA TILL!

1. Figuren nedan visar stegsvaret för en PI-regulator. Bestäm integrationstiden T_I och förstärkningen K .

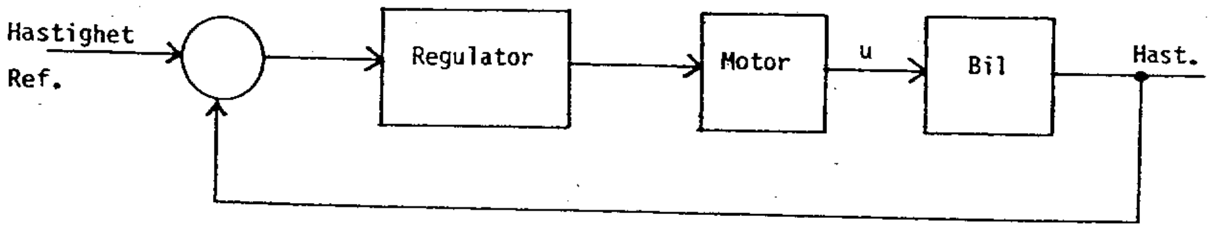


PI-regulatorns överföringsfunktion antas vara $G = K(1 + \frac{1}{T_I s})$. (2 p)

2. Cruise-control model



Det förutsättes att den totala friktionskraften är proportionell mot bilens hastighet (konst. b). Blockschemat visar en krets för hastighetsreglering.



Uppgift: Teckna Bil-blockets överföringsfunktion $\frac{Hast(s)}{U(s)}$.

(2 p)

3.

Saxat ur en lärobok:

5.2 Butterworthfiltrets överföringsfunktion

Vi inleder med en sats som även skulle kunna fungera som definition på ett Butterworthfilter:

Sats 5.1 *Ett Butterworthfilter är ett allpolfilter (dvs inga ändliga nollställen existerar) där överföringsfunktionens poler är jämnt fördelade på en cirkel i s-planet.*

Om filtret är av udda ordning ligger en pol på negativa σ-axeln. Vinkeln mellan polerna är π/n, där n är filterordningen och första polen bildar vinkeln π/2n med jω-axeln. Figur 5.1a och 5.1b visar polernas positioner för ett andra respektive tredje ordningens Butterworthfilter.

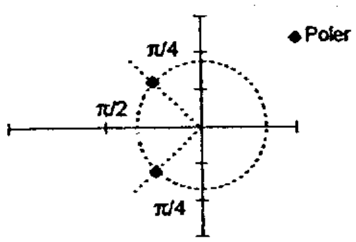


Fig 5.1a Andra ordningens Butterworth

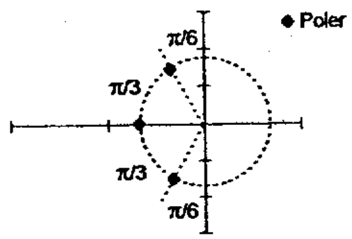
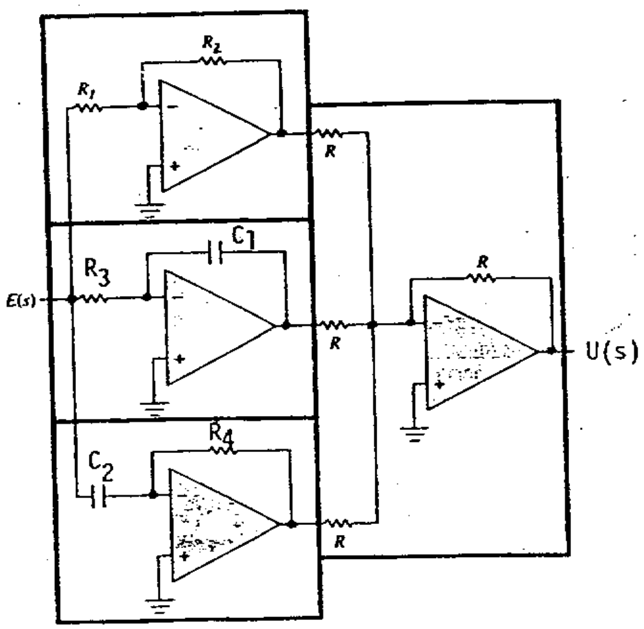


Fig 5.1b Tredje ordningens Butterworth

Uppgift:
Härled överföringsfunktionen $G(s)$ för ett andra ordningens Butterworthfilter. Antag cirkelns radie är ω_R samt att filtrets lågfrekvensförstärkning är G_0. (3 p)

4.



En PID-regulator har överföringsfunktionen

$$G_{PID}(s) = K_p + \frac{K_I}{s} + K_D \cdot s$$

som implementeras med operationsförstärkare.

Uppgift: Uttryck konstanterna K_P, K_I och K_D som funktioner av schemats komponenter.

(3 p)

5.

Figure shows the diagram of a magnetic-ball-suspension system. The objective of the system is to control the position of the steel ball by adjusting the current in the electromagnet through the input voltage $e(t)$. The differential equations of the system are

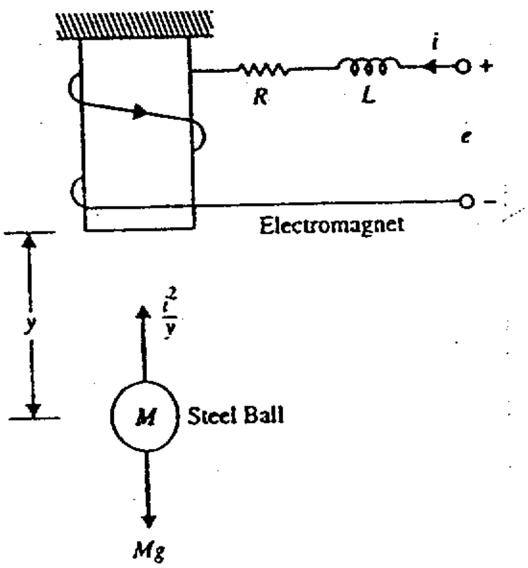
$$M\frac{d^2y(t)}{dt^2} = Mg - \frac{i^2(t)}{y(t)}$$

$$e(t) = Ri(t) + L\frac{di(t)}{dt}$$

where

- ▲ $e(t)$ = input voltage
- ▲ $i(t)$ = winding current
- ▲ L = winding inductance
- ▲ g = gravitational acceleration
- ▲ $y(t)$ = ball position
- ▲ R = winding resistance
- ▲ M = mass of ball

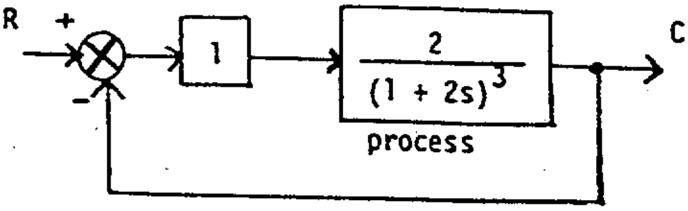
Let us define the state variables as $x_1(t) = y(t)$, $x_2(t) = dy(t)/dt$, and $x_3(t) = i(t)$.



Uppgift: Beskriv systemet med linjära tillståndsekvationer. Linjärisera kring en viss arbetspunkt y_0.

(5 p)

6. a) Rita ett exakt Bode-diagram för processen G(s) . (Enbart asymptoter räcker ej). Bestäm med hjälp av Bode-diagrammet om systemet vid enhetsåterkoppling enligt nedanstående figur är stabilt eller inte. Ange också den aktuella fasmarginalen och amplitudmarginalen.



(2 poäng)

b) Bestäm med Ziegler/Nichols tumregler en lämplig inställning för en PID-regulator som skall användas i ovanstående system.

(1 poäng)

c) Antag att processen ovan inte regleras med en PID-regulator, utan med ett lagfilter som har överföringsfunktionen

$$G(s) = 3 \cdot \frac{1 + 5s}{1 + 15s}$$

Hur stort blir då det kvarstående felet vid stegformade börvärdesändringar räknat i procent?

(1 poäng)

7.

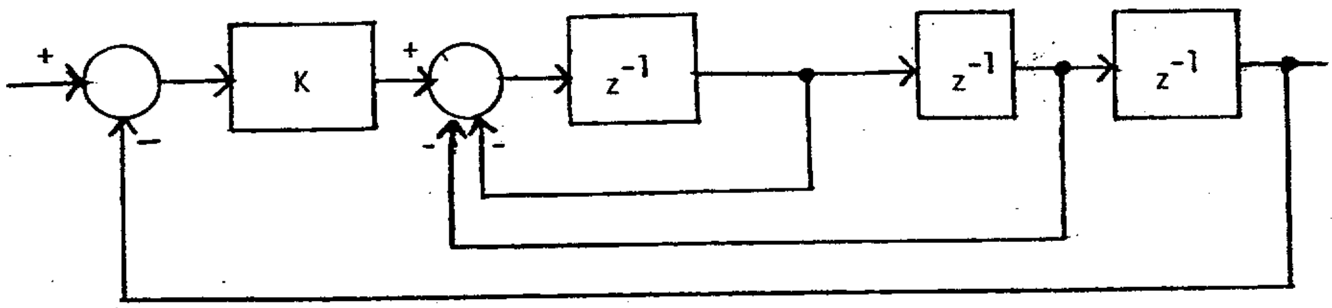
En process $G_p(s) = \dfrac{K_p}{1 + sT}$ skall regleras med en regulator $G_R(s) = K\left(1 + \dfrac{1}{sTi}\right)$.

Reglersystemets poler kan karaktäriseras av relativa dämpningen ζ och egenfrekvensen ω_n .

Uppgift: Härled uttryck för regulatorparametrarna K och T_i så att specificerade ζ och ω_n erhålles (eller med andra ord: önskade poler anges med parametrarna ζ och ω_n . Bestäm K och T_i).

(4 p)

8.



Uppgift: Utred för vilka K systemet är stabilt.

(4 p)

9.

Den tidskontinuerliga processen

$$G(s) = \frac{1-s}{1+s}$$

regleras med en styckvis konstant styrsignal. Samplingsintervallets längd är 0.5 s. Bestäm motsvarande tidsdiskreta överföringsfunktion!

(3 p)

Lösning till tentamen för F2 Reglerteknik. 10/4-99

1) $\underset{\text{steg}}{E(s)} \longrightarrow \boxed{\begin{matrix} G(s) \\ \text{PI-Reg} \end{matrix}} \longrightarrow \underset{\text{enl. fig}}{U(s)}$

$$U(s) = E(s) \cdot G(s) =$$

$$= \frac{1}{s} \cdot K\left[1 + \frac{1}{T_I s}\right] = \underbrace{\frac{K}{s}}_{\text{steg}} + \underbrace{\frac{K}{T_I \cdot s^2}}_{\text{ramp}}$$

utstegshöjd $= 0{,}75 \Rightarrow K = 0{,}75$

ramphast. $\frac{2{,}0 - 0{,}75}{40} = \frac{K}{T_I} \Rightarrow T_I = \frac{0{,}75 \cdot 40}{1{,}25} = 24$

<u>Svar:</u> $K = 0{,}75$ och $T_I = 24$

---

2) Ant. x är lägeskoordinaten i framriktningen

$m \cdot \ddot{x} = u - b \cdot \dot{x}$ eller med $\dot{x} = \text{hast.}$

$m \cdot \dot{\text{hast}} = u - b \cdot \text{hast} \Rightarrow$

$m \cdot s \cdot \text{Hast}(s) = U(s) - b \cdot \text{Hast}(s) \Rightarrow \frac{\text{Hast}(s)}{U(s)} = \frac{1}{b + ms}$

---

3) Andra ordningens filter innebär 2 poler p_1 och p_2 där

$p_{1,2} = -\omega_R \cos\frac{\pi}{4} \pm j\omega_R \sin\frac{\pi}{4} = -\frac{\omega_R}{\sqrt{2}} \pm j\frac{\omega_R}{\sqrt{2}}$

Inga nollställen $\Rightarrow$ konstant i täljaren, sätt $= K$

$$\therefore G(s) = \frac{K}{\left(s + \frac{\omega_R}{\sqrt{2}} - j\frac{\omega_R}{\sqrt{2}}\right)\left(s + \frac{\omega_R}{\sqrt{2}} + j\frac{\omega_R}{\sqrt{2}}\right)} =$$

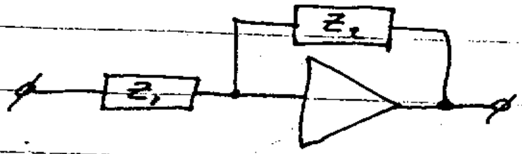
$$= \frac{K}{s^2 + \frac{s\omega_R}{\sqrt{2}} + \cancel{j\frac{s\omega_R}{\sqrt{2}}} + s\frac{\omega_R}{\sqrt{2}} + \frac{\omega_R^2}{2} + \cancel{j\frac{\omega_R^2}{2}} - \cancel{j\frac{s\omega_R}{\sqrt{2}}} - \cancel{j\frac{\omega_R^2}{2}} + \frac{\omega_R^2}{2}} =$$

$$= \frac{K}{s^2 + 2s\frac{\omega_R}{\sqrt{2}} + 2\frac{\omega_R^2}{2}};$$ Lågfrekv. förstärkn.: $\frac{K}{\omega_R^2} = G_0$ (låt $s \to 0$)

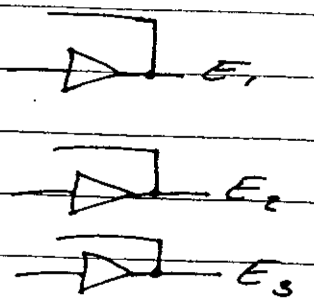
<u>Svar:</u> $G(s) = \frac{G_0 \cdot \omega_R^2}{s^2 + s\sqrt{2}\,\omega_R + \omega_R^2}$

4/ För en ideal op-ampkrets med impedanser Z_1 och Z_2 gäller:

$$G = -\frac{Z_2}{Z_1}$$



Se t.ex. kursboken ekv. (4.15).

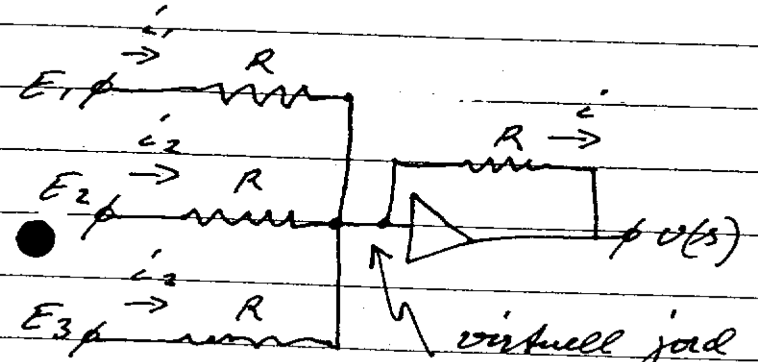


$$\frac{E_1(s)}{E(s)} = -\frac{R_2}{R_1} \quad \text{(prop.)}$$

$$\frac{E_2(s)}{E(s)} = -\frac{\frac{1}{sC_1}}{R_3} = -\frac{1}{sR_3C_1} \quad \text{(integrerande)}$$

$$\frac{E_3(s)}{E(s)} = -\frac{R_4}{\frac{1}{sC_2}} = -R_4C_2\,s \quad \text{(deriverande)}$$

Sista delen är en summationskrets (med teckenändring)



$$\left.\begin{aligned} &i_1 + i_2 + i_3 = i \\ &V(s) = -i \cdot R \\ &i_1 = E_1/R \\ &i_2 = E_2/R \\ &i_3 = E_3/R \end{aligned}\right\} \Rightarrow$$

$$V(s) = -\frac{R}{R}\left(E_1 + E_2 + E_3\right)$$

$$\therefore\ G_{PID}(s) = \underbrace{\frac{R_2}{R_1}}_{K_P} + \frac{1}{s\underbrace{R_3C_1}_{K_I}} + s\underbrace{(R_4C_2)}_{K_D}$$

Svar: $K_P = \frac{R_2}{R_1}$; $K_I = \frac{1}{R_3C_1}$ samt $K_D = R_4C_2$

5)
$$\begin{cases} M\dfrac{d^2y(t)}{dt^2} = Mg - \dfrac{i^2(t)}{y(t)} \\ e(t) = R\,i(t) + L\dfrac{di(t)}{dt} \end{cases} \qquad \begin{cases} X_1 = y(t) \\ X_2 = \dot{y}(t) \\ X_3 = i(t) \end{cases}$$

$$\begin{cases} M\cdot\dot{X}_2 = Mg - \dfrac{\dot{X}_3}{X_1} \\ e(t) = R\cdot X_3 + L\cdot\dot{X}_3 \end{cases} \quad \text{eller} \quad \begin{cases} \dot{X}_1 = X_2 \\ \dot{X}_2 = g - \dfrac{1}{M}\cdot\dfrac{X_3^2}{X_1} \\ \dot{X}_3 = -\dfrac{R}{L}X_3 + \dfrac{1}{L}\underbrace{e(t)}_{\text{stegsignal}} \end{cases}$$

Olinjära tillståndsekv.

Ant. en arbetspunkt $y_0 = X_{01} =$ konstant.

Bestäm arbetspunkt för X_2 och X_3!

1:a ekv. $\Rightarrow 0 = X_{02}$

2:a ekv. $\Rightarrow 0 = g - \dfrac{1}{M}\cdot\dfrac{X_{03}^2}{X_{01}} \Rightarrow X_{02} = i_0 = \sqrt{MgX_{01}}$

Formelsaml. sid 28: Bilda part.der., sätt in arbetspunkten

$$A = \begin{bmatrix} \dfrac{\partial f_1}{\partial X_1} = 0; & \dfrac{\partial f_1}{\partial X_2} = 1; & \dfrac{\partial f_1}{\partial X_3} = 0; \\ \dfrac{\partial f_2}{\partial X_1} = +\dfrac{X_{03}^2}{M}\cdot\dfrac{1}{X_{01}^2} = \dfrac{MgX_{01}}{M}\cdot\dfrac{1}{X_{01}^2} = \dfrac{g}{X_{01}}; & \dfrac{\partial f_2}{\partial X_2} = 0; & \dfrac{\partial f_2}{\partial X_3} = -\dfrac{1}{M}\cdot\dfrac{2X_{03}}{X_{01}} = -2\left(\dfrac{g}{MX_{01}}\right)^{\frac{1}{2}}; \\ \dfrac{\partial f_3}{\partial X_1} = 0; & \dfrac{\partial f_3}{\partial X_2} = 0; & \dfrac{\partial f_3}{\partial X_3} = -\dfrac{R}{L} \end{bmatrix}; \quad B = \begin{bmatrix} \dfrac{\partial f_1}{\partial u} = 0 \\ \dfrac{\partial f_2}{\partial u} = 0 \\ \dfrac{\partial f_3}{\partial u} = \dfrac{1}{L} \end{bmatrix}$$

Svar: Linjära tillståndsekv.

$$\Delta\dot{X} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ \dfrac{g}{X_{01}} & 0 & -2\left(\dfrac{g}{MX_{01}}\right)^{\frac{1}{2}} \\ 0 & 0 & -\dfrac{R}{L} \end{bmatrix}\Delta X + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dfrac{1}{L} \end{bmatrix}\Delta e$$

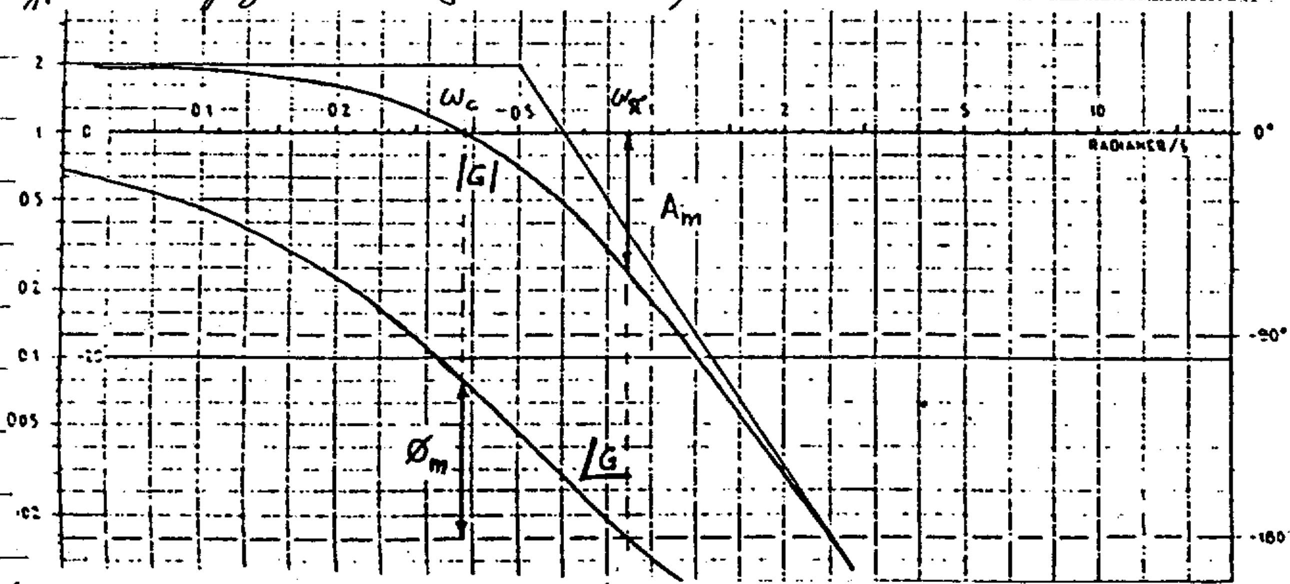
6) $G(s) = \frac{2}{(1+2s)^3} \Rightarrow \begin{cases} |G(\omega)| = \frac{2}{(1+4\omega^2)^{3/2}} \\ \angle G(\omega) = -3\arctan(2\omega) \end{cases}$

eller inse att:

$G_{LågF} = 2$

Brytpunkter $\omega = \frac{1}{2}$ (3 st)

Högfrekv. asympt. lutning: 3×6 dB/oktav



Positiva marginaler, dvs. ett stabilt system $\begin{cases} A_m = 12\text{ dB} \approx 4 \text{ ggr} \\ \phi_m = 70° \end{cases}$

SVAR:

b) Ziegler Nichols metod: Öka förstärkningen så att själv-svängning inträffar. Sker vid $\omega_\pi = 0,9$ rad/sek (Se formelsaml. sid. 20) $\Rightarrow T_0 = \frac{2\pi}{0,9} = 6,98$ sek

$K_0 = A_m = 4$ ggr

PID-reg: $K = 0,6 \cdot K_0 = 2.4$; $T_i = T_0/2 = 3.49$

$T_d = T_0/8 = 0,8725$

$G_{PID}(s) = K \cdot \left(1 + \frac{1}{s \cdot T_i} + \frac{sT_d}{1+sT_f}\right)$

SVAR

T EX. $T_f = \frac{1}{10} \cdot T_d$

c) Kvarstående fel = $\lim_{s \to 0} s \cdot \underbrace{R(s)}_{\substack{\text{steg} \\ \frac{1}{s}}} \cdot \frac{1}{1+GH} = \frac{1}{1+3\frac{1}{1}\cdot\frac{2}{1}} =$
(om det existerar)

$= 0,143$

Typ 0-system och steg se kursboken sid 192

Svar: 14,3 %

7/ Den slutna sträckans överföringsfunktion:

$$G(s) = \frac{\frac{K_p}{1+sT} \cdot K \cdot \left(1 + \frac{1}{sT_i}\right)}{1 + \frac{K_p}{1+sT} \cdot K \cdot \left(1 + \frac{1}{sT_i}\right)}$$

Kar. ekv. $(1+sT)(sT_i) + K_p \cdot K \cdot (sT_i + 1) = 0$

$sT_i + s^2 T T_i + K_p \cdot K \cdot T_i \cdot s + K_p \cdot K = 0$ eller

$$s^2 + \underbrace{\frac{\cancel{T_i} + K_p \cdot K \cdot \cancel{T_i}}{T \cdot \cancel{T_i}}}_{2\zeta\omega_n} s + \underbrace{\frac{K_p \cdot K}{T \cdot T_i}}_{\omega_n^2} = 0 .$$

$$\frac{1 + K_p \cdot K}{T} = 2\zeta\omega_n \Rightarrow K = \frac{1}{K_p}\left(2\zeta\omega_n \cdot T - 1\right);$$ SVAR

vidare $T_i = \frac{K_p \cdot K}{T \cdot \omega_n^2} \Rightarrow T_i = \frac{2\zeta\omega_n T - 1}{\omega_n^2 \cdot T};$ SVAR

9/

$$H(z) = (1 - z^{-1}) \mathcal{Z}\left\{\mathcal{L}^{-1}\left[\frac{G(s)}{s}\right]_{t=kh}\right\}$$ för stegvis konstanta insignaler

$$\frac{G(s)}{s} = \frac{1}{s(1+s)} - \frac{1}{1+s}; \quad \mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{G(s)}{s}\right\} = \frac{1}{1}(1 - e^{-t}) - e^{-t} = 1 - 2e^{-t}$$

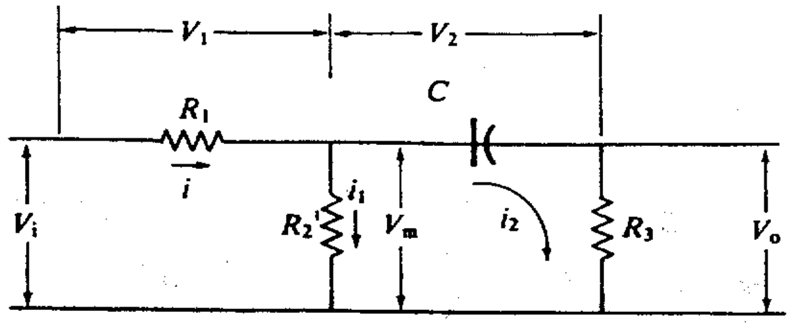
Med $t = kh = 0{,}5k$: $1 - 2e^{-0{,}5k} \Rightarrow H(z) = (1 - z^{-1})\left(\frac{z}{z-1} - \frac{2 \cdot z}{z - e^{-\frac{1}{2}}}\right)$

$$= (1 - z^{-1})\left(\frac{1}{1 - z^{-1}} - \frac{2z}{z - 0{,}61}\right) = (1 - z^{-1}) \cdot \frac{z - 0{,}61 - 2z + 2}{(1 - z^{-1})(z - 0{,}61)} = \frac{1{,}39 - z}{z - 0{,}61}$$

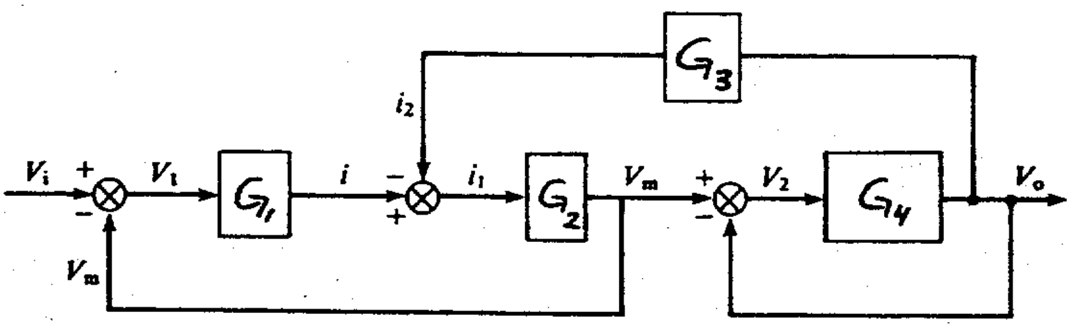
SVAR

2.

En elektrisk RC-krets (a) skall beskrivas med hjälp av blockschema (b).



(a)



(b)

A two stage RC circuit (a) and block diagram (b).

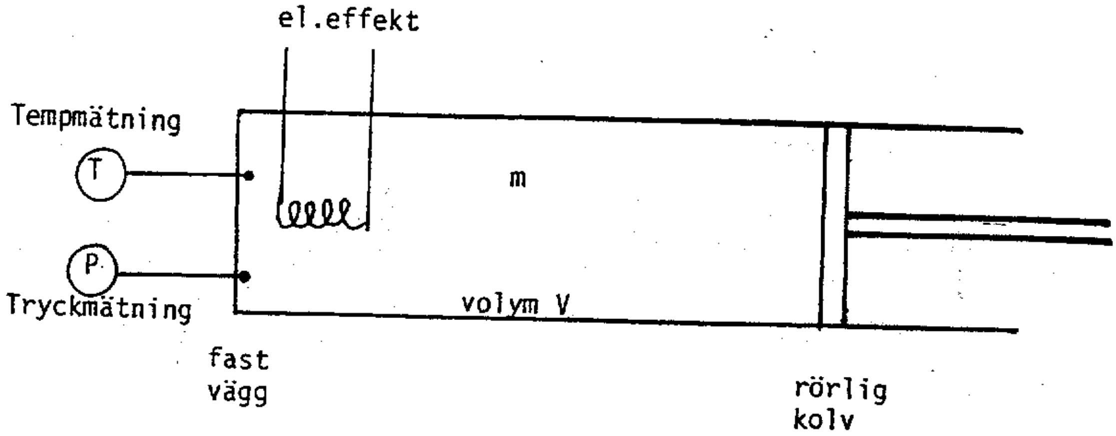
Uppgift:

a) Ange överföringsfunktionerna $G_1(s)$ till $G_4(s)$. (2 p)

b) Reducera blockschemat och ange överföringsfunktionen $V_o(s)/V_i(s)$. (3 p)

3.

En gasmassa *(m)* är innesluten i en cylinder. Allmänna gaslagen (ideal gas law) kan anses gälla.



Man vill nu styra trycket genom att variera temperaturen T och volymen V.

Uppgift: Ange ett linjärt samband mellan trycket och styrstorheterna T och V. Låt P_0; T_0 och V_0 beteckna arbetspunkten X_0.

(3 p)

4.

För att utröna en reglerkomponents frekvenskaraktäristik genomfördes ett försök där insignalen utgjordes av en frekvensserie enligt tabell (f i Hz). Amplitudförstärkning och fasvridning för utsignalen uppmättes.

Table. ***Experimental Frequency Response Data***

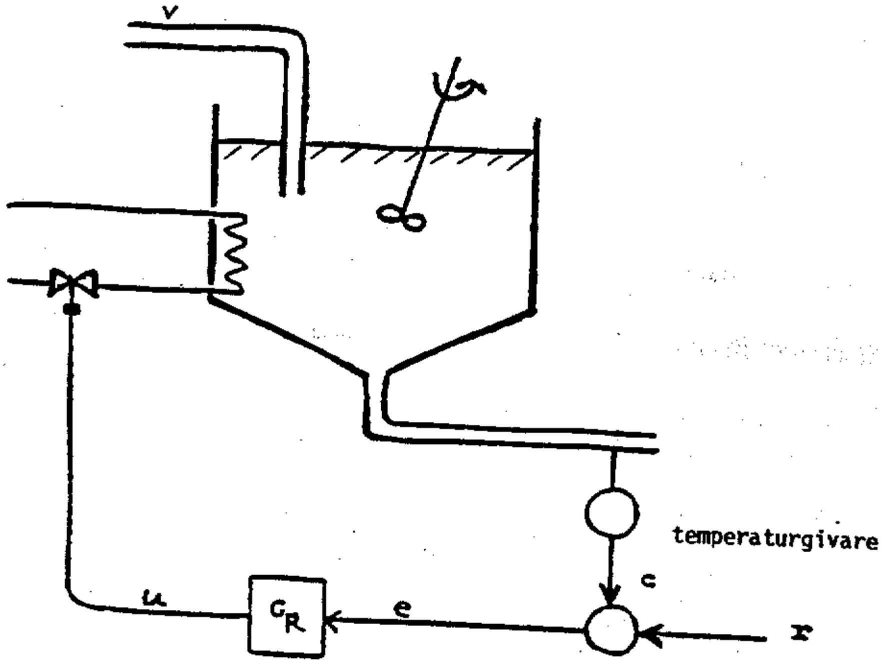
f	ω	Gain (dB)	Phase Shift (deg)
60	377	−7.75	−155
50	314	−4.3	−150
40	251	−0.2	−145
35	219	0.75	−140
25	157	5.16	−135
20	126	7.97	−120
16	100	10.5	−110
10	63	15.0	−100
7	44	16.9	−85
2.5	16	20.4	−45
1.3	8	21.6	−30
0.22	1.38	24.0	−5
0.16	1.0	24.1	0

Uppgift: Ange en approximativ överföringsfunktion för komponenten.

(3 p)

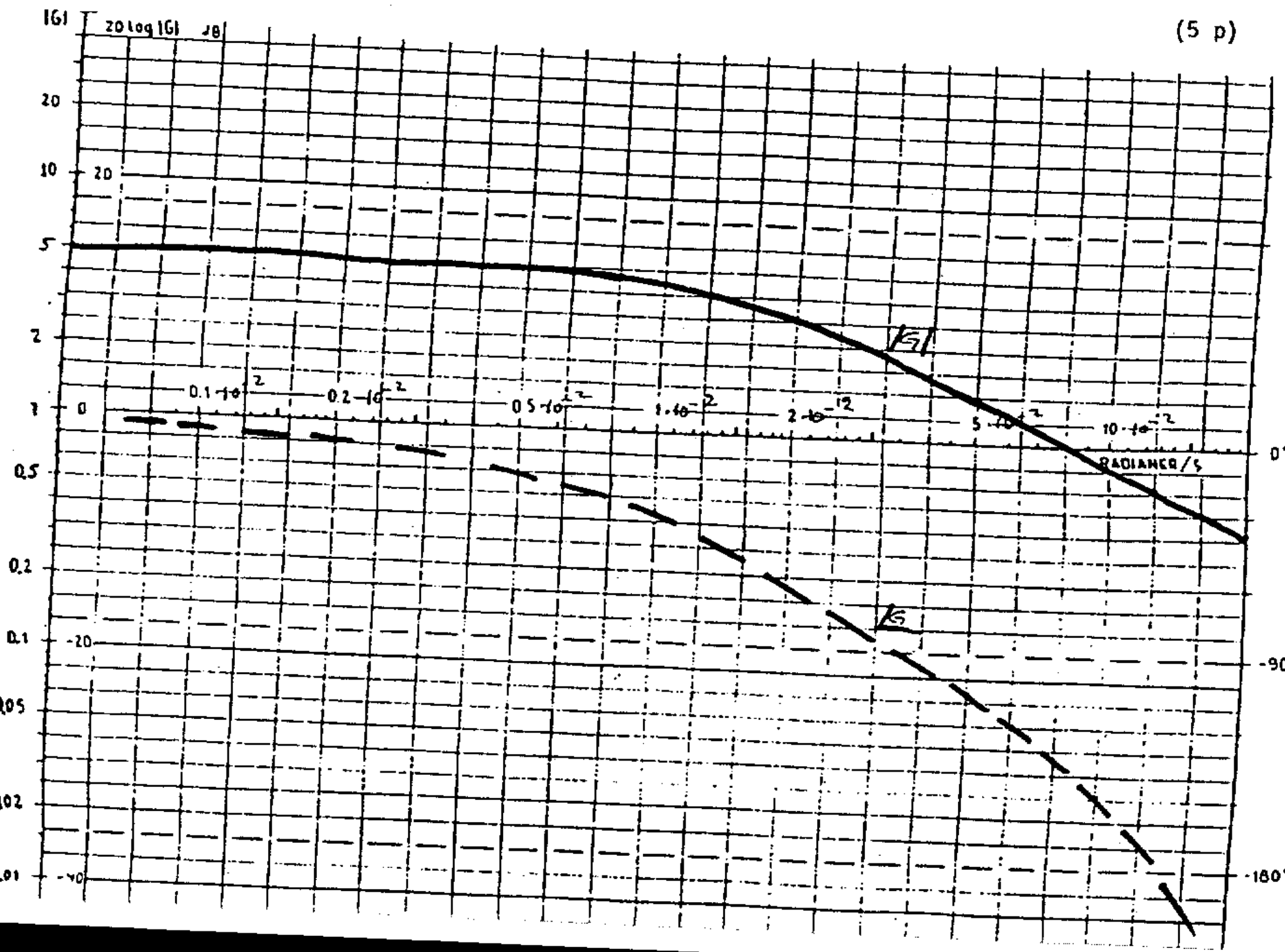
5. En behållare med konstant volym vatten och ett konstant genomflöde innehåller en värmeslinga för reglering av temperaturen c i utflödet. Temperaturen i inflödet är en störning i systemet och betecknas v.

Överföringsfunktionen från u till c har bestämts experimentellt och resultatet finns i form av bifogade frekvenskurvor. Frekvensaxeln är graderad i rad/sek, men en övergång till rad/min kan vara praktisk, då exempelvis kravet på ω_c är givet i rad/min.



Uppgift: Dimensionera en regulator G_R, som styr värmeslingans effekt. Regulatorn skall kompensera stegstörningar så att kvarstående fel undviks. Kravet är också att skärfrekvensen ω_c skall vara $\geq$ 6 rad/min och att fasmarginalen skall vara $\geq 45^0$

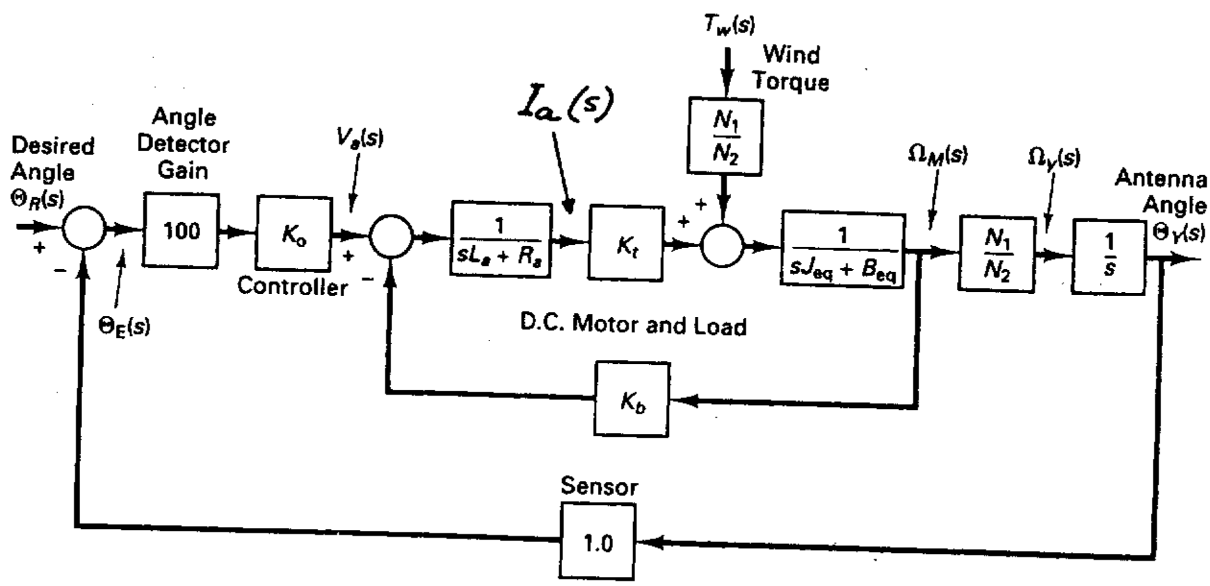
(5 p)



6.

Figuren visar ett reglersystem för inriktningen av en antenn innehållande en permanentmagnetiserad DC-motor.

Referensvärde	$\Theta_R(s)$	
Antennvinkel	$\Theta_Y(s)$	$\theta_Y(t)$
Styrspänning	$V_a(s)$	
Vindstörning, moment	$T_W(s)$	$t_W(t)$
Vinkelhastighet för motorn	$\Omega_M(s)$	$\omega_M(t)$
Vinkelhastighet för antennen efter utväxlingen	$\Omega_Y(s)$	$\omega_Y(t)$
Motorparametrar	L_a och R_a	
Belastningsparametrar	J_{eq} och B_{eq}	
Utväxlingsförhållande	N_1/N_2	
Vinkelfel	$\Theta_E(s)$	$\theta_E(t)$
Motorström	$I_a(s)$	$i_a(t)$
Förstärkningar	K_o, K_t och K_b	



forts tal 6 ->

Forts tal 6.

Uppgift:

Beskriv systemet på tillståndsform.

Tillståndsvariabler: i_a, ω_M och θ_Y

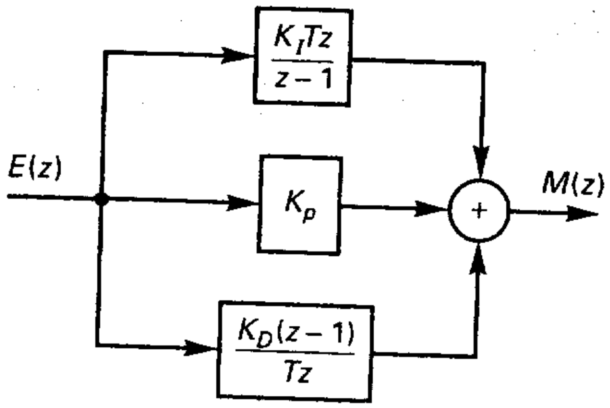
Utsignaler: θ_E och ω_Y

Insignaler: θ_R och $t_W(t)$

(5 p)

7.

Figuren visar en tidsdiskret PID-regulator. K_I, T, K_P och K_D är parametrar.



Uppgift:

Visa hur en dator skall beräkna styrsignalserien m(k) med hjälp av felsignalserien e(k). Svaret skall ges i form av en differensekvation:

m(k) = ...

(3 p)

8.

Ett mekaniskt system med insignalen u(t) och utsignalen y(t) kan approximativt beskrivas av differentialekvationen

$$\frac{d^2y}{dt^2} = \frac{du}{dt} + u$$

a) Systemet samplas med samplingstiden h. Visa att motsvarande samplade överföringsfunktion blir

$$H(z) = \frac{(h^2/2+h)z + h^2/2 - h}{(z-1)^2}$$ (2 p)

(styckvis konstant styrning)

b) En polplaceringsregulator sådan att samtliga poler läggs i origo, skall bestämmas för systemet ovan. Regulatorn skall **inte** vara integrerande!

Ställ upp det ekvationssystem, vars lösning ger koefficienterna i polynomen C(z) och D(z). **OBS!** Ekvationssystemet skall **inte lösas!** Visa hur regulatorparametrarna kan beräknas. (3 p)

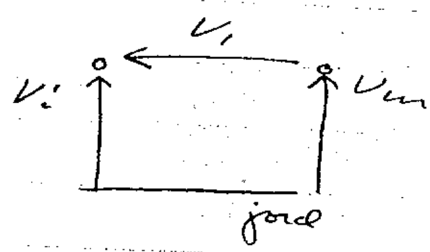
Lösning till Tentamen i Reglerteknik för F2 15/12-98

Många fysikaliska system har icke-minfasegenskaper. Som exempel kan vi betrakta ett flygplan enligt figur 5.36, där styrsignalen är h... först nedåt och sedan uppåt. Om man beräknar överföringsfunktionen från roderutslag till tyngdpunktsläge, hittar man mycket riktigt ett nollställe i höger halvplan.

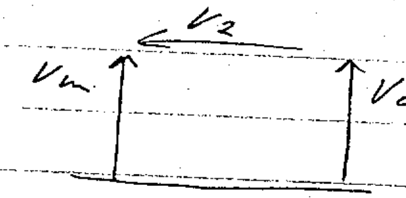
1/ SVAR

2/ $V_1 = i \cdot R_1$ samt $V_1(s) \cdot G_1(s) = i(s) \Rightarrow G_1(s) = \frac{1}{R_1}$

$$i_2 \cdot \frac{V_2}{\frac{1}{sC}} = \frac{V_0}{R_3} \Rightarrow \frac{V_0(s)}{V_2(s)} = G_4 = sR_3C$$



$V_i - V_m = V_1$ dvs. den vänstra summationspunkten



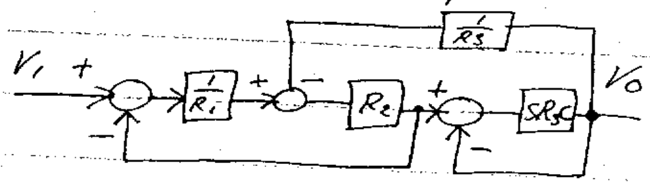
$V_m - V_0 = V_2$ dvs. den högra summationspunkten

$V_0 = i_2 \cdot R_3$ och $i_2(s) = V_0(s) \cdot G_3(s) \Rightarrow G_3(s) = \frac{1}{R_3}$

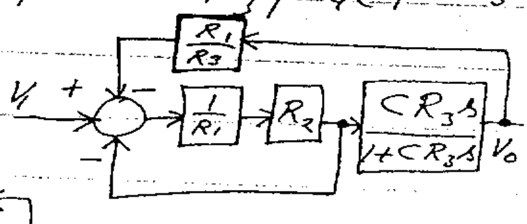
$V_m = R_2 \cdot i_1$ och $i_1(s) \cdot G_2(s) = V_m \Rightarrow G_2(s) = R_2$

Den mellersta summationspunkten har dimension ström $i = i_1 + i_2 \Rightarrow i_1 = i - i_2$

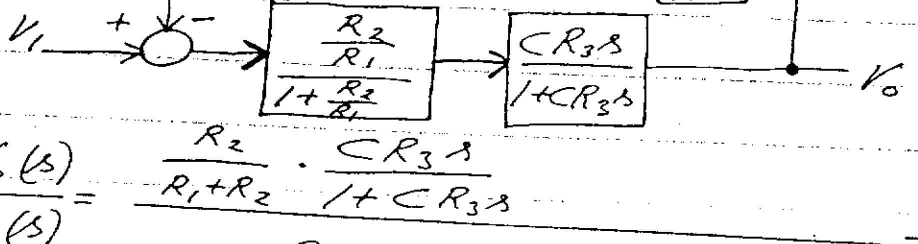
Svar: a) $G_1(s) = \frac{1}{R_1}$; $G_2(s) = R_2$; $G_3(s) = \frac{1}{R_3}$; $G_4(s) = sR_3C$



eller



eller



$$\therefore \frac{V_0(s)}{V_1(s)} = \frac{\frac{R_2}{R_1+R_2} \cdot \frac{CR_3s}{1+CR_3s}}{1 + \frac{R_2}{R_1+R_2} \cdot \frac{CR_3s}{1+CR_3s} \cdot \frac{R_1}{R_3}} =$$

$$\frac{R_2R_3Cs}{(R_1+R_2)(1+CR_3s)+R_1R_2Cs} = \frac{R_2R_3Cs}{sR_1C(R_3+R_2)+sCR_2R_3+R_1R_2 \ldots}$$ SVAR

3/ Allmänna gaslagen $PV = nRT$

tryck, volym, ant. mol (en konstant för en viss gasmängd), gaskonstant, temp (°K)

eller $P = \underbrace{nR}_{\text{en konstant}} \frac{T}{V}$

Sätt
$$\begin{cases} \delta p = P - P_0 \\ \delta T = T - T_0 \\ \delta V = V - V_0 \end{cases}$$

(+ termer av högre ord.

Serieutveckla! $P \approx P_0 + \left.\frac{\partial P}{\partial T}\right|_{X_0} \underbrace{(T-T_0)}_{\delta T} + \left.\frac{\partial P}{\partial V}\right|_{X_0} \underbrace{(V-V_0)}_{\delta V}$

där $P_0 = nR\frac{T_0}{V_0}$

Här är $\frac{\partial P}{\partial T} = nR \cdot \frac{1}{V}$ samt $\frac{\partial P}{\partial V} = nR \cdot \frac{-T}{V^2}$

$\therefore \delta p = P - P_0 \approx nR \cdot \frac{1}{V_0} \cdot \delta T + nR \cdot \frac{-T_0}{V_0^2} \delta V$

Svar: $\delta P = \frac{nR}{V_0} \cdot \delta T - nR\frac{T_0}{V_0^2} \cdot \delta V$

4) Fas- och amplitudkaraktäristiken ritas i ett Bode-diagram ——— $|G|$ och $\angle G$

Man inser att $G(s)$ har formen $\dfrac{K}{(1+sT_1)(1+sT_2)}$

$G(s) \to 16$ $(=K)$ då $\omega \to 0$

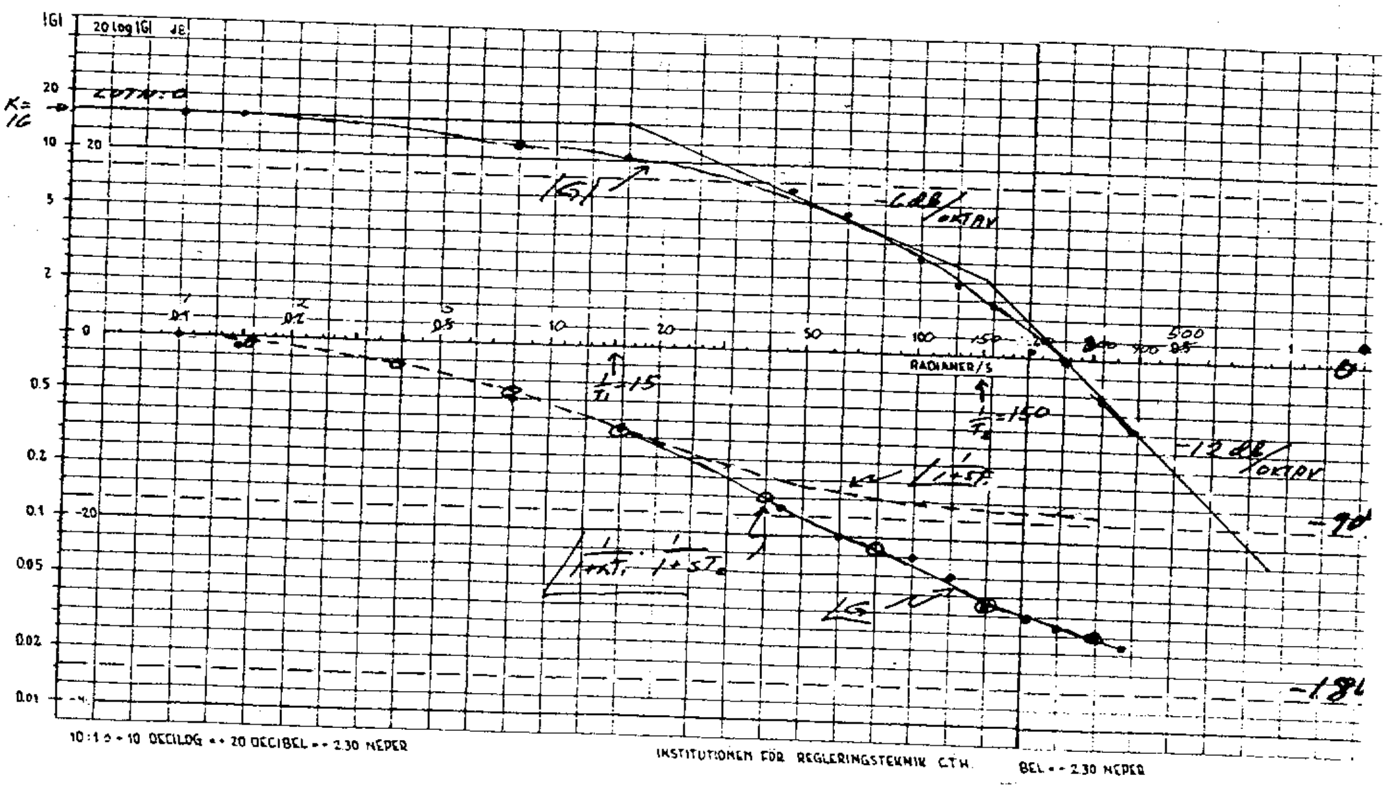
Vidare $\angle G(s) \to 0$ då $\omega \to 0$ dvs. ingen integration

$|G(s)|$ har asymptoter med lutningar. -6 och -12 dB/oktav

Man avläser $\frac{1}{T_1} \approx 15$ samt $\frac{1}{T_2} \approx 150$

Vi ritar $\angle \frac{1}{1+sT_1} \cdot \frac{1}{1+sT_2}$ och finner god överensstämmelse med $\angle G(s)$ (ingen transportfördröjning)

Svar: $\dfrac{16}{(1+s\cdot 0{,}066)(1+s\cdot 0{,}0066)}$



5) Krav

(i) $e(\infty) = 0$ vid StegStörn (I-verkan)

(ii) $\omega_c = 6$ rad/min $= 10 \cdot 10^{-2}$ rad/sek

(iii) $\phi_m = 45^\circ$

Enl. Bode $G_p(j\omega)$

$$|G_p(j6)| = 0.8$$

$$\angle G_p(j6) = -150$$

Dvs. Vi måste lyfta fasen $\Rightarrow$ lead

Ans Reg

$$G_R = K \cdot \left(\frac{1}{T_i s} (T_i s + 1) \right) \left(\frac{1}{\sqrt{b}} \frac{1 + T_d s}{1 + \frac{T_d s}{b}} \right)$$

Om vi använder $\frac{1}{T_i} = 0{,}2\,\omega_c$ & $\omega_c = \frac{\sqrt{b}}{T_d}$ ÖVN. BOKEN SID. 119

- Kan vi sätta $K = \frac{1}{|G_p(j\omega_c)|} = \frac{1}{0{,}8} = 1{,}25$

- Vi måste lyfta fasen $15^\circ + 10^\circ$ (10° för PI-reg)

ES $\Rightarrow$ $\phi_{max} = 25^\circ$ $\Rightarrow$ $b = 2{,}5$

- $T_d = \frac{\sqrt{b}}{\omega_c} = \frac{\sqrt{2{,}5}}{6} = 0{,}264$

- $T_i = \frac{1}{0{,}2\,\omega_c} = \frac{1}{0{,}2 \cdot 6} = 0{,}833$

$$G_R = \frac{1{,}25}{0{,}833\, s} \frac{1}{\sqrt{2{,}5}} \frac{(1 + 0{,}83 \cdot s)(1 + 0{,}264 \cdot s)}{\left(1 + \frac{0{,}264}{2{,}5} \cdot s\right)} =$$

$$= \frac{0{,}95}{s} \frac{(1 + 0{,}83 \cdot s)(1 + 0{,}264 \cdot s)}{(1 + 0{,}106 \cdot s)}$$

"MINUTSKALA" på parametrarna

Vill du rita in G_R i Bode-diag. ersätt alla s med $s/60$ i $G_p \cdot G_R$ visar då $\omega_c = 10 \cdot 10^{-2}$ rad/sek och fasvillkoret uppfyllt

6 poäng

Utsignalerna: $\theta_E = \theta_R - \theta_Y$ eller $y_1 = -x_3 + u_1$

$\omega_Y = \frac{N_1}{N_2}\omega_M$ eller $y_2 = \frac{N_1}{N_2} x_2$

I matrisform:

SVAR

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{R_a}{L_a} & -\frac{K_b}{L_a} & -\frac{100K_0}{L_a} \\ \frac{K_t}{J_{eq}} & -\frac{B_{eq}}{J_{eq}} & 0 \\ & & \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{100K_0}{L_a} & 0 \\ 0 & \frac{N_1}{N_2 \cdot J_{eq}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -1 \\ 0 & \frac{N_1}{N_2} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix}$$

6/ Sätt $\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} i_a \\ \omega_M \\ \theta_Y \end{bmatrix}$; $\begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \theta_R \\ A_W \end{bmatrix}$; $\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \theta_E \\ \omega_Y \end{bmatrix}$;

Det gäller nu att teckna tillståndsvariablernas 1:a-derivator

$$\left[V_a(s) - K_b \cdot \Omega_M(s)\right] \frac{1}{sL_a + R_a} = I_a(s) \quad \text{eller}$$

$$L_a \cdot \dot{i}_a + R_a \cdot i_a = v_a - K_b \cdot \omega_M \qquad \text{i tidsform}$$

beg.v. $\equiv 0$

eliminera v_a! $\quad v_a \cdot \dfrac{1}{100K_o} = \theta_R - \theta_Y$

$$\therefore \underset{\overset{\uparrow}{\dot{X}_1}}{\dot{i}_a} = -\frac{R_a}{L_a} \cdot \underset{\overset{\uparrow}{X_1}}{i_a} + \frac{1}{L_a}\left[100K_o \cdot \underset{\overset{\uparrow}{u_1}}{\theta_R} - 100K_o \cdot \underset{\overset{\uparrow}{X_3}}{\theta_Y}\right] - \frac{K_b}{L_a} \underset{\overset{\uparrow}{X_2}}{\omega_M};$$

$$\dot{X}_1 = -\frac{R_a}{L_a} \cdot X_1 - \frac{K_b}{L_a} X_2 - \frac{100K_o}{L_a} X_3 + \frac{100K_o}{L_o} u_1;$$

Vidare: $\left[I_a(s) \cdot K_t + T_W \cdot \dfrac{N_1}{N_2}\right] \dfrac{1}{sJ_{eq} + B_{eq}} = \Omega_M(s)$

eller

$$i_a \cdot K_t + A_W \cdot \frac{N_1}{N_2} = J_{eq} \cdot \dot{\omega}_M + B_{eq} \cdot \omega_M$$

$$\underset{\overset{\uparrow}{\dot{X}_2}}{\dot{\omega}_M} = \underset{\overset{\uparrow}{X_1}}{i_a} \cdot \frac{K_t}{J_{eq}} + \underset{\overset{\uparrow}{u_2}}{A_W} \cdot \frac{N_1}{N_2} \cdot \frac{1}{J_{eq}} - \frac{B_{eq}}{J_{eq}} \underset{\overset{\uparrow}{X_2}}{\omega_M}$$

$$\therefore \dot{X}_2 = \frac{K_t}{J_{eq}} \cdot X_1 - \frac{B_{eq}}{J_{eq}} \cdot X_2 + \frac{N_1}{N_2} \cdot \frac{1}{J_{eq}} \cdot u_2 ;$$

Vidare $\quad \Theta_Y(s) = \Omega_M(s) \cdot \dfrac{N_1}{N_2} \cdot \dfrac{1}{s} \quad$ eller

$$\dot{\theta}_Y = \frac{N_1}{N_2} \cdot \omega_M \Rightarrow \dot{X}_3 = \frac{N_1}{N_2} \cdot X_2$$

(forts.)

7/ Metod: Teckna utsignalen $M(z)$ som funktion av felsignalen $E(z)$. Teckna sedan motsvarande tidsserierelationer och ombilda till formen $m(k) = \ldots\ldots$

$$M(z) = E(z)\cdot\left[\underbrace{K_P + \frac{K_I \cdot T \cdot z}{z-1} + \frac{K_D(z-1)}{Tz}}_{\text{gör liknämnigt}}\right]$$

$$M(z)\cdot(z-1) = E(z)\cdot K_P\cdot(z-1) + E(z)\cdot K_I\cdot T\cdot z +$$
$$+ \frac{K_D}{T}\cdot z^{-1}\cdot(z-1)^2 \cdot E(z)$$

$$M(z)\cdot z - M(z) = E(z)\cdot K_P\cdot z - E(z)\cdot K_P + E(z)\cdot K_I\cdot T\cdot z +$$
$$+ \frac{K_D}{T}\cdot z^{-1}(z^2 - 2z + 1)\cdot E(z) \Rightarrow$$

z är här skiftsoperator

$$m(k+1) - m(k) = K_P\cdot e(k+1) - K_P\cdot e(k) + K_I\cdot T\cdot e(k+1) +$$
$$+ \frac{K_D}{T}\, e(k+1) - \frac{K_D}{T}\cdot 2\cdot e(k) + \frac{K_D}{T}\cdot e(k-1)$$

$$m(k+1) - m(k) = e(k+1)\cdot\left[K_P + K_I\cdot T + \frac{K_D}{T}\right] -$$
$$- e(k)\cdot\left[K_P + \frac{K_D}{T}\cdot 2\right] + e(k-1)\cdot\frac{K_D}{T}$$

Isolera $m(k)$! Då $m(k)$ inte kan bero av en senare storhet ($m(k+1)$ och $e(k+1)$) skiftar vi hela uttrycket ett steg i tiden

SVAR:

$$m(k) = m(k-1) + e(k)\left[K_P + K_I\cdot T + \frac{K_D}{T}\right] -$$
$$- e(k-1)\left[K_P + \frac{K_D}{T}\cdot 2\right] + e(k-2)\cdot\frac{K_D}{T}$$

$$\ddot{y}(t) = \dot{u}(t) + u(t) \Rightarrow s^2 Y(s) = sU(s) + U(s)$$

$$\therefore\ G(s) = \frac{s+1}{s^2} \Rightarrow \mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{G(s)}{s}\right\} = \mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{1}{s^2} + \frac{1}{s^3}\right\} =$$

$$= t + t^2/2;$$

$$H(z) = (1 - z^{-1})\,\mathcal{Z}\{kh + (kh)^2/2\} =$$

$$= (1-z^{-1})h\,\mathcal{Z}\{k\} + (1-z^{-1})\frac{h^2}{2}\mathcal{Z}\{k^2\} = \{\text{FS sid } \cancel{49}\ 23\}$$

$$= \frac{z-1}{z}\left\{\frac{h^2}{2}\cdot\frac{z(z+1)}{(z-1)^3} + h\frac{z}{(z-1)^2}\right\} = \frac{h^2}{2}\cdot\frac{z+1}{(z-1)^2} +$$

$$+ h\frac{1}{z-1} = \frac{h^2/2\,(z+1) + h(z-1)}{(z-1)^2},$$ vilket är den eftersträvade

SVAR

4.b)

$$H(z) = \frac{\alpha z^{-1} + \beta z^{-2}}{(1 - z^{-1})^2} = \frac{B(z)}{A(z)} \qquad \begin{cases} \alpha = h^2/2 + h \\ \beta = h^2/2 - h \end{cases}$$

$$n_A = n_B = 2$$

Utan integralverkan: $n_C = n_B - 1 = 1$

$$n_D = n_A - 1 = 1$$

$$n_P = n_A + n_B - 1 = 3$$

$$C(z) = 1 + c_1 z^{-1}, \quad D(z) = d_0 + d_1 z^{-1}$$

$$P(z) = (1 - q_1 z^{-1})(1 - q_2 z^{-1})(1 - q_3 z^{-1}) \equiv 1 \quad (\text{Ty } q_i = 0)$$

Identitet: $A(z)C(z) + B(z)D(z) \equiv P(z)$

$$(1 - 2z^{-1} + z^{-2})(1 + c_1 z^{-1}) + (\alpha z^{-1} + \beta z^{-2})(d_0 + d_1 z^{-1}) \equiv 1$$

$$1 + c_1 z^{-1} - 2z^{-1} - 2c_1 z^{-2} + z^{-2} + c_1 z^{-3} +$$

$$+ \alpha d_0 z^{-1} + \alpha d_1 z^{-2} + \beta d_0 z^{-2} + \beta d_1 z^{-3} \equiv 1$$

$$\equiv \underbrace{(c_1 - 2 + \alpha d_0)}_{=0} z^{-1} + \underbrace{(-2c_1 + 1 + \alpha d_1 + \beta d_0)}_{=0} z^{-2} + \underbrace{(c_1 + \beta d_1)}_{=0} z^{-3}$$

Svar

$$\begin{cases} c_1 + \alpha d_0 = 2 \\ 2c_1 - \beta d_0 - \alpha d_1 = 1 \\ c_1 + \beta d_1 = 0 \end{cases}$$

eller:

$$\begin{cases} c_1 + \left(\frac{h^2}{2} + h\right) d_0 = 2 \\ 2c_1 - \left(\frac{h^2}{2} - h\right) d_0 - \left(\frac{h^2}{2} + h\right) d_1 = 1 \\ c_1 + \left(\frac{h^2}{2} - h\right) d_1 = 0 \end{cases}$$

Alternativuppgift för M3/I3

9) De motriktade krafterna till f är

från accelerationen $M\ddot{x}$

från fjädrarna $k_1 \cdot x + k_2 \cdot x$ OBS! dessa krafter är riktade att samma håll!

från stötdämparen $B \cdot \dot{x}$

från friktionen $M \cdot g \cdot \mu_k$ där $g = 9{,}81$

- Alltså: $f = M\ddot{x} + k_1 \cdot x + k_2 \cdot x + B\dot{x} + \mu_k \cdot Mg$

- Laplacetransformera (systemet är i vila):

$$F(s) = M \cdot s^2 X + (k_1 + k_2) X(s) + B \cdot s \cdot X + \mu_k \cdot M \cdot g \cdot \frac{1}{s}$$

eller

$$X(s)\left[Ms^2 + (k_1 + k_2) + Bs\right] = F(s) - \mu_k Mg \frac{1}{s}$$

Då $F(s)$ = steg med höjden f fås

$$X(s) = \frac{(f - \mu_k \cdot M \cdot g)}{s(Ms^2 + Bs + k_1 + k_2)}$$

SVAR a)

b) Kritisk dämpning uppstår då nämnarens 2:agradsuttryck har lika (reella) rötter

$$s_{1,2} = -\frac{B}{2M} \pm \sqrt{\frac{B^2}{4M^2} - \frac{(k_1 + k_2)}{M}} = -\frac{B}{2M} \pm \frac{1}{2M}\sqrt{B^2 - 4(k_1 + k_2)\cdot M}$$

Med insatta värden: $B^2 - 4M(k_1 + k_2) = 0 \Rightarrow$

$B^2 - 20(4+3) = 0$ eller $B^2 = (\pm)\, 140 = (11{,}83)^2$

Svar: $B = 11{,}83$

9c/ Då vätskan i mellantanken stiger över en viss nivå stänger flottören flödet från den översta tanken. Nivån är alltså reglerad (återkopplad). En reglerad nivå är viktig för flödet genom den lilla öppningen ned mot den undre tanken. Denna mäter alltså tiden genom en ren integrering.

Med den nya tanken är den översta nivån högre under den första dygnshalvan. Ett större tryck mot flottörens ovansida ger en något högre balansnivå för mellantanken. Detta ger något högre flöde till den undre tanken. Det råder likartade förhållanden under den sista dygnshalvan för de båda tanktyperna.

SVAR: NF

CHALMERS TEKNISKA HÖGSKOLA
INSTITUTIONEN FÖR SIGNALER OCH SYSTEM
Avd för Reglerteknik

Tentamen i Reglerteknik för F2

(Kurs nr ERE 091)
Torsdagen den 20 augusti 1998.

Tid: Kl 14.15-18.15 Lokal: mg

Lärare: Claës Lindeborg, tel Chalmers 3719.

Poängberäkning: Tentamen består av 8 uppgifter om totalt 30 poäng. För betygen tre, fyra och fem krävs 12, 18 respektive 24 poäng.

Lösningar anslås den 21 augusti på institutionens anslagstavla.

Tentamensresultaten anslås senast den **7 september** på institutionens anslagstavla.

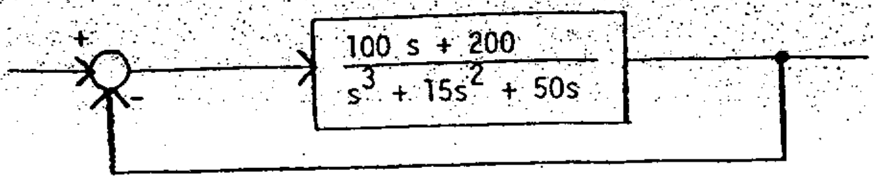
Granskning av rättning sker den **7 och 8 september** kl 12.30 - 13.15 på institutionen.

Tillåtna hjälpmedel:
Valfri kalkylator, dock ej portföljdator
Standardtabeller typ TEFYMA och Beta
Formelsamling i reglerteknik
Bodediagram

OBS!
Iakttag granskningstiderna! Kommer du senare mottages endast skriftliga klagomål mot rättningen. Sådana skriftliga klagomål måste inlämnas **senast två veckor** efter granskningsdagarna.

LYCKA TILL!

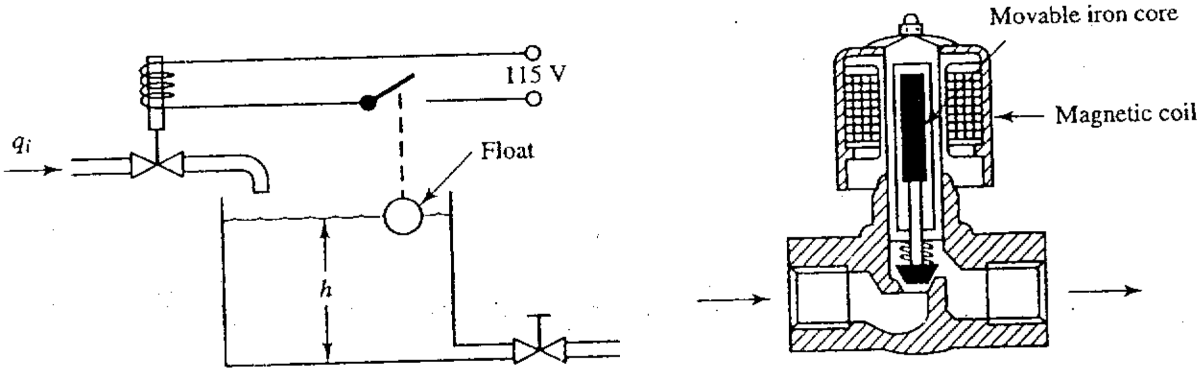
1.



Ange överföringsfunktionen för kretsöverföringens lågfrekvensasymptot i Bode-diagrammet. (1 p)

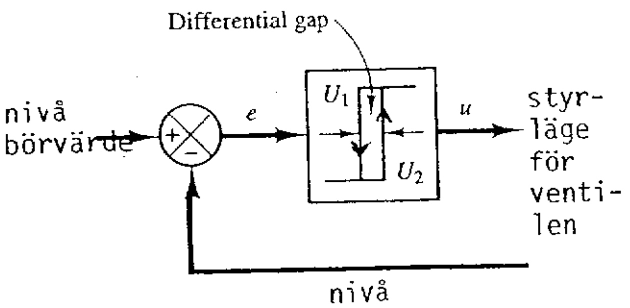
2.

Ett nivåreglersystem (fig a) har en flottör som påverkar en strömbrytare. En elektromagnetisk ventil (fig b) styr inflödet q_i (endast lägena ÖPPEN och STÄNGD). Dess funktion kan beskrivas med fig c.



(a) (b)

Figure
(a) Liquid-level control system; (b) electromagnetic valve.



U_1 = helt ÖPPEN
U_2 = helt STÄNGD

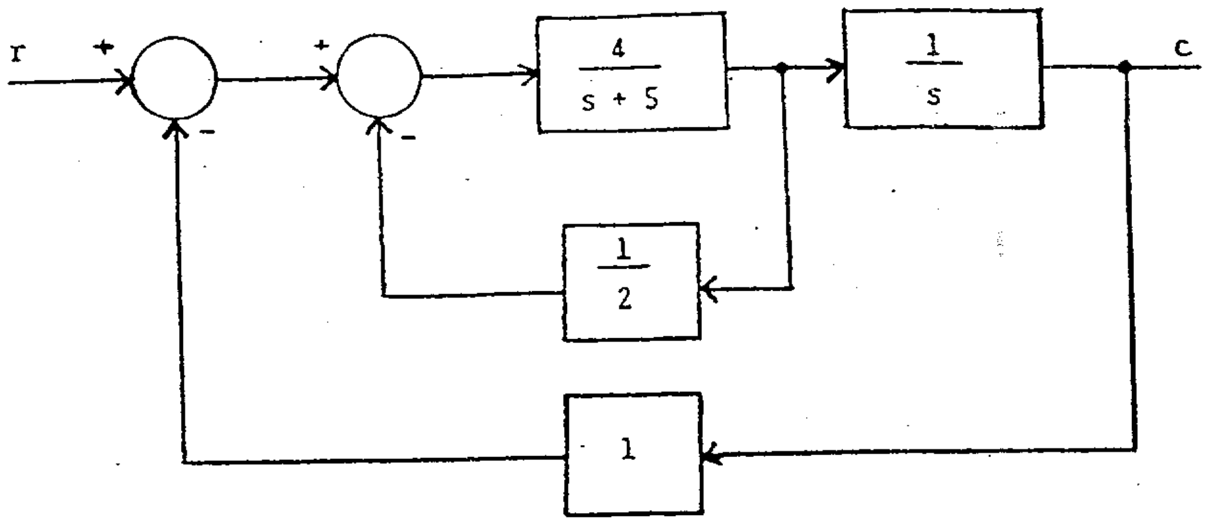
(c)

Uppgift:

Skissa nivån som funktion av tiden om vi startar med tom tank (t=0). Vi förutsätter att utloppsventilen är öppen och att q_i (läge ÖPPEN) är så stort att tanken skulle fyllas helt om reglersystemet ej fanns. (3 p)

3.

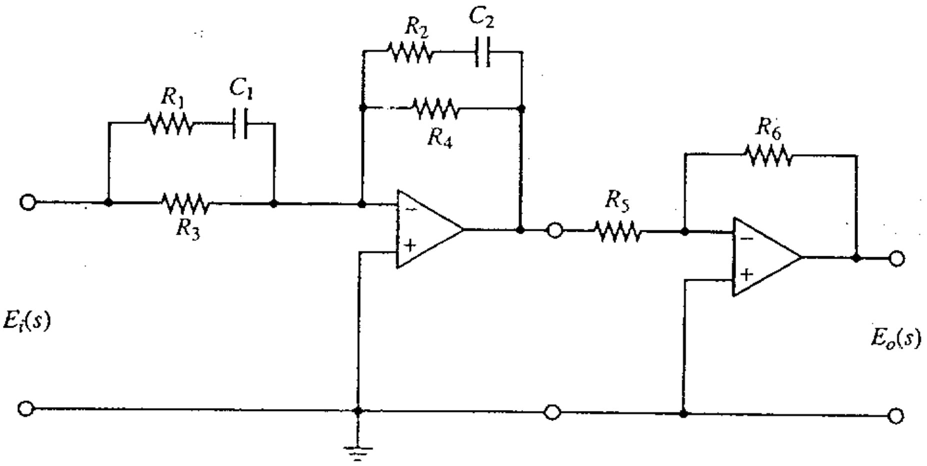
Bestäm systemets relativa dämpning.



(2 p)

4.

Figuren visar en lead/lag-länk baserad på operationsförstärkare.



Uppgift:

Visa att $E_o(s)/E_i(s)$ har formen

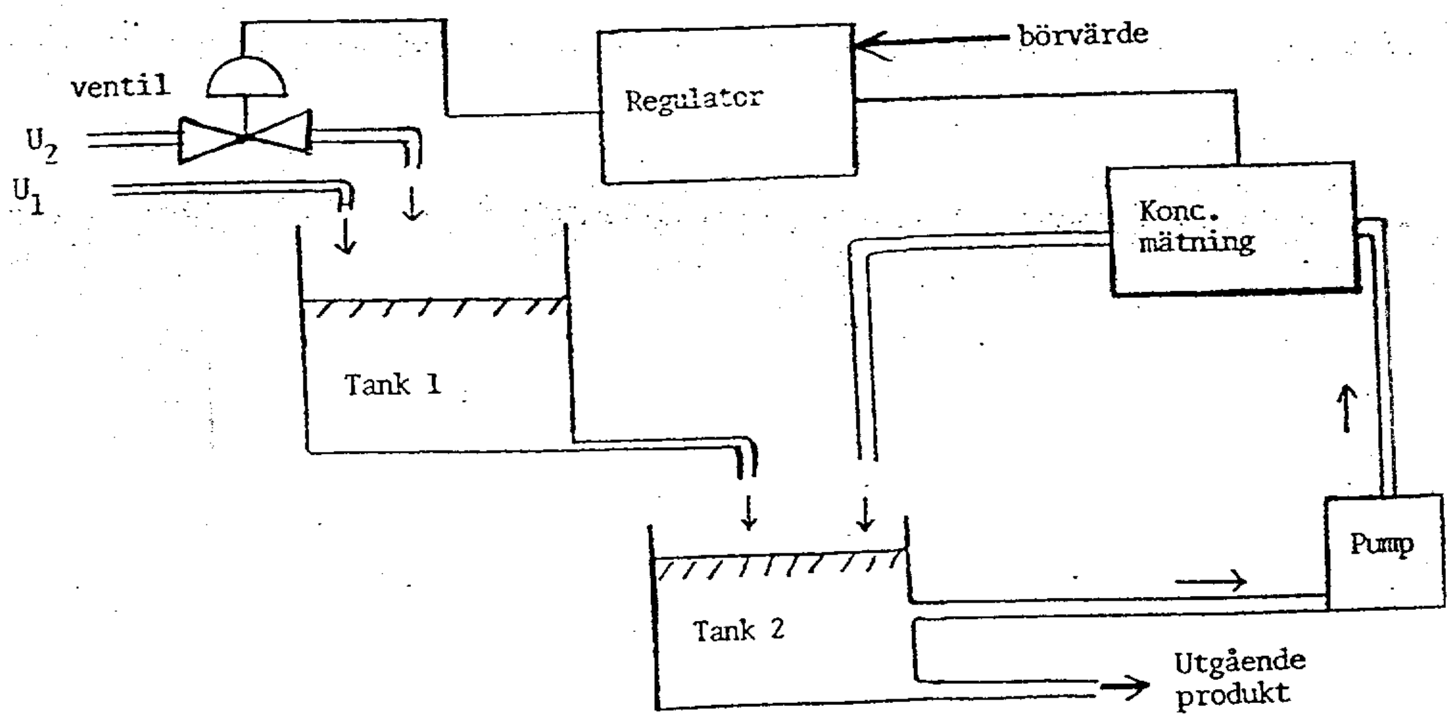
$$K_c \frac{\left(s+\frac{1}{T_1}\right)\left(s+\frac{1}{T_2}\right)}{\left(s+\frac{1}{T_3}\right)\left(s+\frac{1}{T_4}\right)}$$

samt ange parametrarna K_c och $T_1 \rightarrow T_4$ som funktioner av komponentvärdena $R_1 \rightarrow R_6$ och $C_1 \rightarrow C_2$.

(4 p)

5.

Givet: Ett system med två tankar där koncentrationen av den utgående produkten skall hållas konstant genom reglering av den starkt koncentrerade vätskan U_2.
Man kan anse att systemet är i volymmässig balans genom vätskan U_1 (som har en konc. något under börvärdet) och att perfekt omröring råder i de båda tankarna.
I en volymmässigt liten returslinga mätes koncentrationen och härvid erhålles en tidsfördröjning i mätningen (=0,5 min.) på grund av den låga cirkulationshastigheten i returslingan.
Man har vid ett tidigare tillfälle beräknat tidskonstanterna för tank 1 till 1 minut och för tank 2 till 2 minuter beräknat var för sig. Här avses den tidskonstant för koncentrationen i tank 1 som erhålles om t.ex. nivån i tank 1 hålles konstant genom lämpligt U_1 och sedan U_2 ökar med ett steg.
Tidskonstanten för tank 2 på motsvarande sätt.

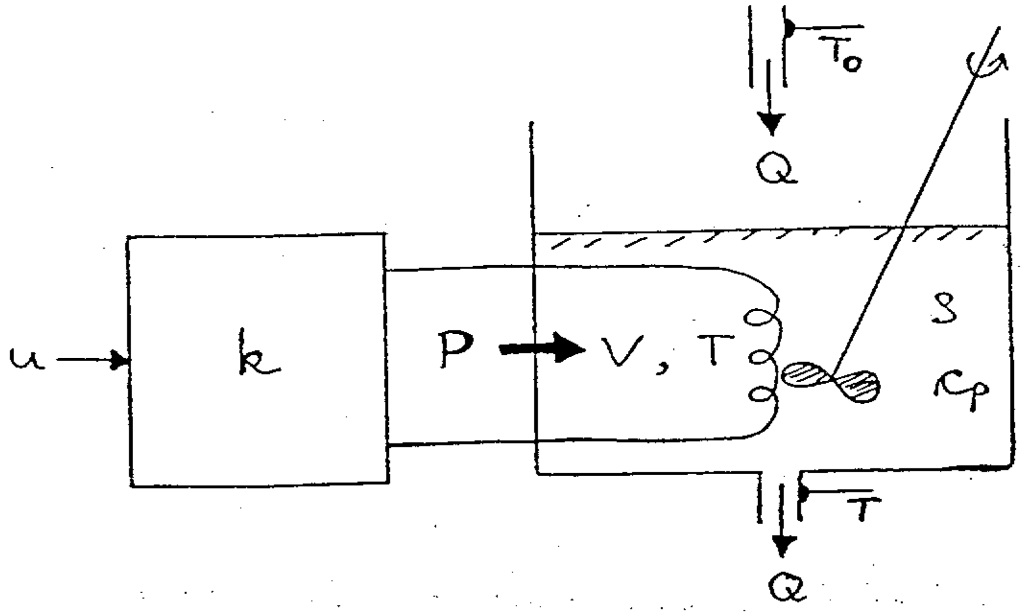


Uppgift: Dimensionera en regulator som ger normala fas- och amplitudmarginaler. (5 p)

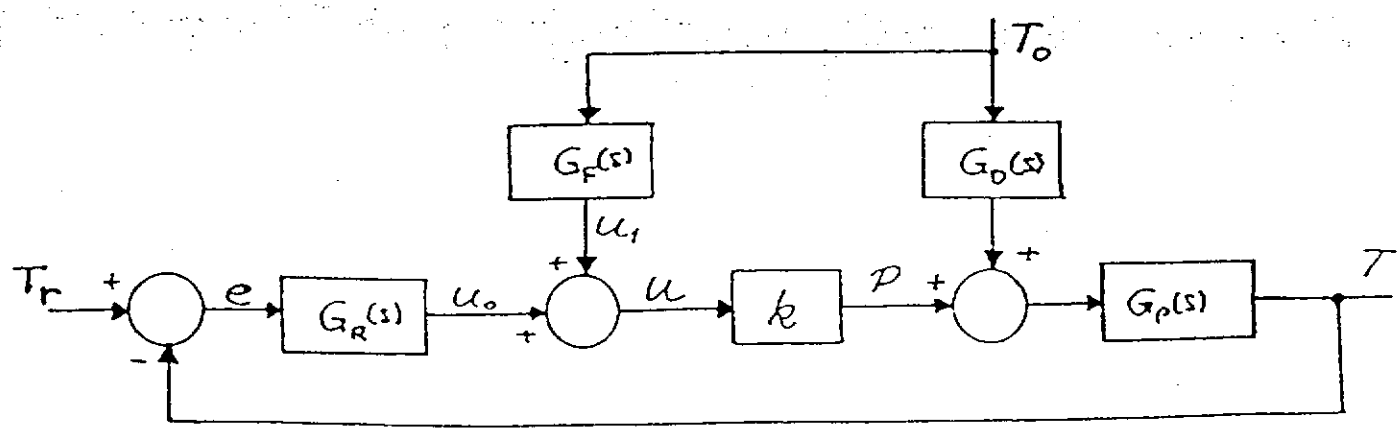
6.

En uppvärmningsprocess med tillflöde, avlopp och elektrisk värmare med god omrörning visas i nedanstående figur. Volymen V och flödet Q betraktas som konstanta parametrar. Den tillförden effekten, P, är via en konstant förstärkning, k, proportionell mot styrningen, u. Vätskans täthet är ρ och dess specifika värme är c_p. Nedanstående energibalans anses gälla:

$$d/dt\{V\rho c_p T\} = P - Q\rho c_p(T - T_o)$$



I nedanstående blockdiagram har de överföringar markerats, som beskriver reglersystemet med framkoppling.



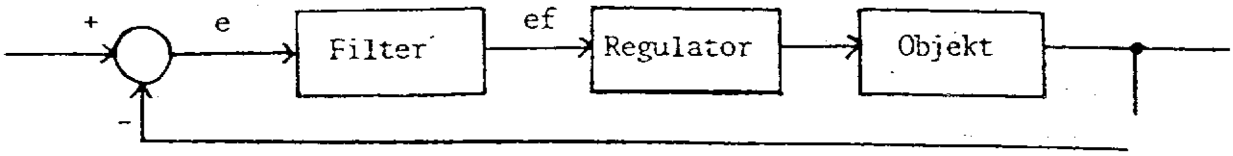
Uppgift Ange processens överföringsfunktioner G_D och G_P. Bestäm även framkopplingen G_F så att ändringar i ingående temperatur ger minimal påverkan på utgående temperatur.

(Beräkning av regulatorn G_R ingår ej i uppgiften!)

(5 p)

7.

Givet: Ett diskret reglersystem



Regulatorn är av P-typ och dess förstärkning $K_R > 0$.

Objektets överföringsfunktion: $G_{OBJ}(z^{-1}) = \dfrac{z^{-1}}{1 - z^{-1}}$

Filtret beskrives av algoritmen

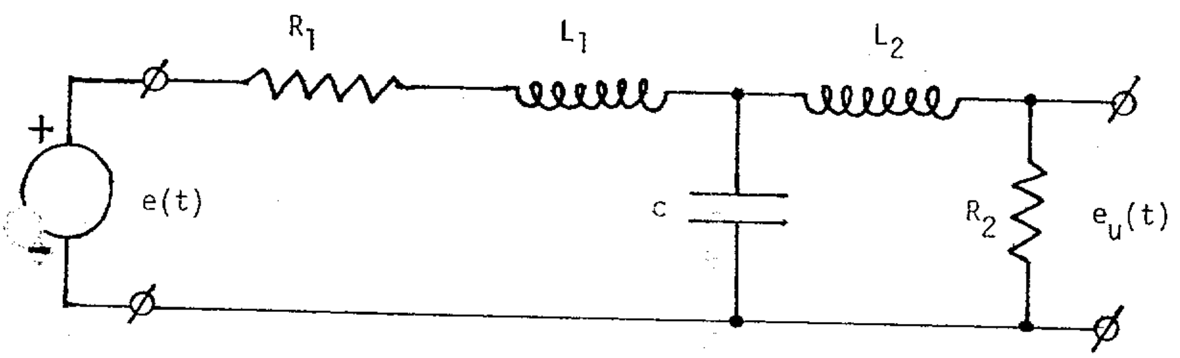
$$ef(n) = \frac{1}{2}\left[ef(n-1) - e(n)\right] + e(n) \qquad \text{där} \quad \left.\begin{matrix} e(\ ) \\ ef(\ ) \end{matrix}\right\} \text{ är två variabelnamn}$$

Uppgift: Sök det största värde K_R för vilket kretsen är stabil.

(5 p)

8.

Givet: En elektrisk krets med insignal $e(t)$ och utsignal $e_u(t)$.



Uppgift:

Beskriv systemet på tillståndsform ($\dot{x} = Ax + Bu$ och $y = Cx$).

(5 p)

Lösning till tentamen i Reglerteknik för F2

20/8 - 98

1/

$$G(s) = \frac{200(1+\frac{1}{2}s)}{s(s+5)(s+10)} = \frac{4(1+\frac{1}{2}s)}{s(1+\frac{1}{5}s)(1+\frac{1}{10}s)}$$

Låt $s \ll 1$

Svar: $G_{LF}(s) = \frac{4}{s}$

Consider the liquid-level control system shown in Figure 5–4(a), where the electromagnetic valve shown in Figure 5–4(b) is used for controlling the inflow rate. This valve is either open or closed. With this two-position control, the water inflow rate is either a positive constant or zero. As shown in Figure 5–5, the output signal continuously moves between the two limits required to cause the actuating element to move from one fixed

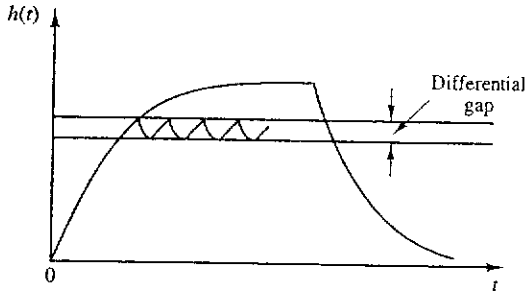


Figure 5–5
Level $h(t)$ versus t curve for the system shown in Figure 5–4(a).

position to the other. Notice that the output curve follows one of two exponential curves, one corresponding to the filling curve and the other to the emptying curve. Such output oscillation between two limits is a typical response characteristic of a system under two-position control.

From Figure 5–5, we notice that the amplitude of the output oscillation can be reduced by decreasing the differential gap. The decrease in the differential gap, however, increases the number of on–off switchings per minute and reduces the useful life of the component. The magnitude of the differential gap must be determined from such considerations as the accuracy required and the life of the component.

En bifogad figur ger full poäng

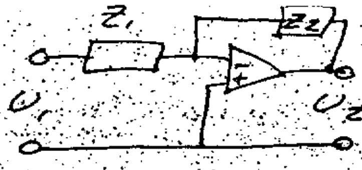
3/

Den inre loopen: $$\frac{\frac{4}{s+5}}{1+\frac{1}{2}\cdot\frac{4}{s+5}} = \frac{4}{s+5+2} = \frac{4}{s+7}$$

Hela loopen:

$$\frac{\frac{4}{s(s+7)}}{1+\frac{4}{s(s+7)}} = \frac{4}{s^2+7s+4} \Rightarrow \left.\begin{aligned} \omega_n^2 = 4 &\Rightarrow \omega_n = 2 \\ 2\zeta\omega_n = 7 &\Rightarrow \zeta = \frac{7}{4} \end{aligned}\right\}$$

4) Kursboken sid 120: Stor förstärkning antages (Kännetecknar en OP-först.)



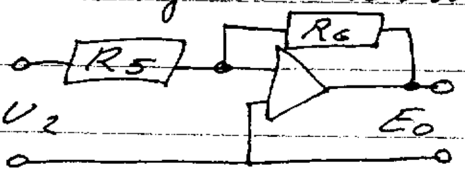
$$\frac{U_2}{U_1} = -\frac{Z_2}{Z_1}$$

$$\frac{1}{Z_1} = \frac{1}{R_1 + \frac{1}{C_1 s}} + \frac{1}{R_3} = \frac{R_3 + R_1 + \frac{1}{C_1 s}}{R_3\left(R_1 + \frac{1}{C_1 s}\right)};$$

Vi skall sträva efter dessens form

$$\frac{1}{Z_2} = \frac{1}{R_2 + \frac{1}{C_2 s}} + \frac{1}{R_4} = \frac{R_4 + R_2 + \frac{1}{C_2 s}}{R_4\left(R_2 + \frac{1}{C_2 s}\right)};$$

Sista steget är en inverterare (med viss förstärkningsändring)



$$\Rightarrow \frac{E_0}{U_2} = -\frac{R_6}{R_5};$$

Hela kretsen: $E_0(s) / E_i(s) =$

$$= -\frac{R_4\left(R_2 + \frac{1}{C_2 s}\right)}{R_4 + R_2 + \frac{1}{C_2 s}} \cdot \frac{R_3 + R_1 + \frac{1}{C_1 s}}{R_3\left(R_1 + \frac{1}{C_1 s}\right)} \cdot \frac{-R_6}{R_5} =$$

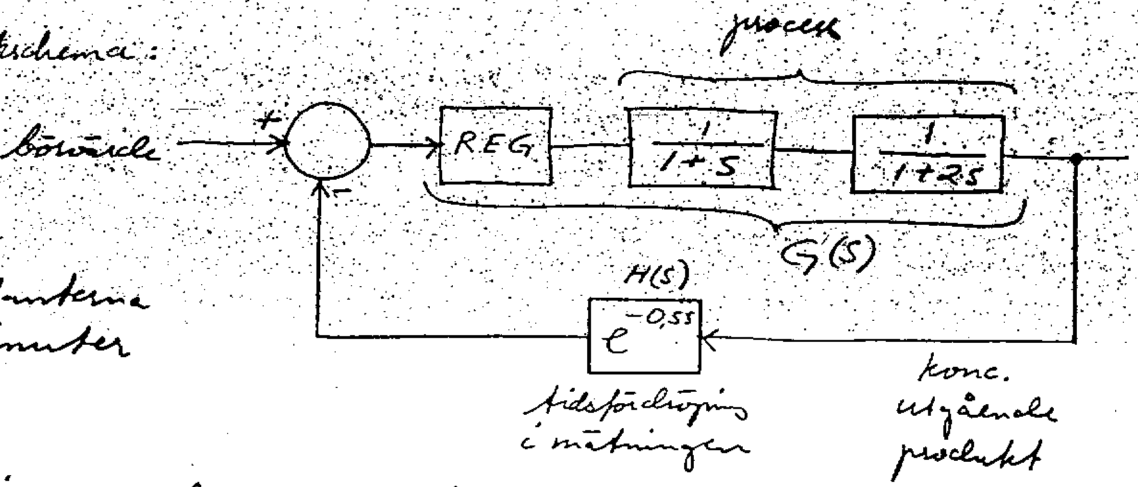
$$\frac{R_2 R_4 \left(1 + \frac{1}{R_2 C_2 s}\right)}{(R_2 + R_4)\left(1 + \frac{1}{(R_2 + R_4) C_2 s}\right)} \cdot \frac{(R_1 + R_3)\left(1 + \frac{1}{(R_1 + R_3) C_1 s}\right)}{R_1 R_3 \left(1 + \frac{1}{R_1 C_1 s}\right)} \cdot \frac{R_6}{R_5}$$

$$= \underbrace{\frac{R_2 R_4}{R_2 + R_4} \cdot \frac{R_1 + R_3}{R_1 R_3} \cdot \frac{R_6}{R_5}} \cdot \frac{\left(s + \frac{1}{R_2 C_2}\right)\left(s + \frac{1}{(R_1 + R_3) C_1}\right)}{\left(s + \frac{1}{(R_2 + R_4) C_2}\right)\left(s + \frac{1}{R_1 C_1}\right)};$$

SVAR: K_c samt $T_1 = R_2 C_2$; $T_2 = (R_1 + R_3) C_1$

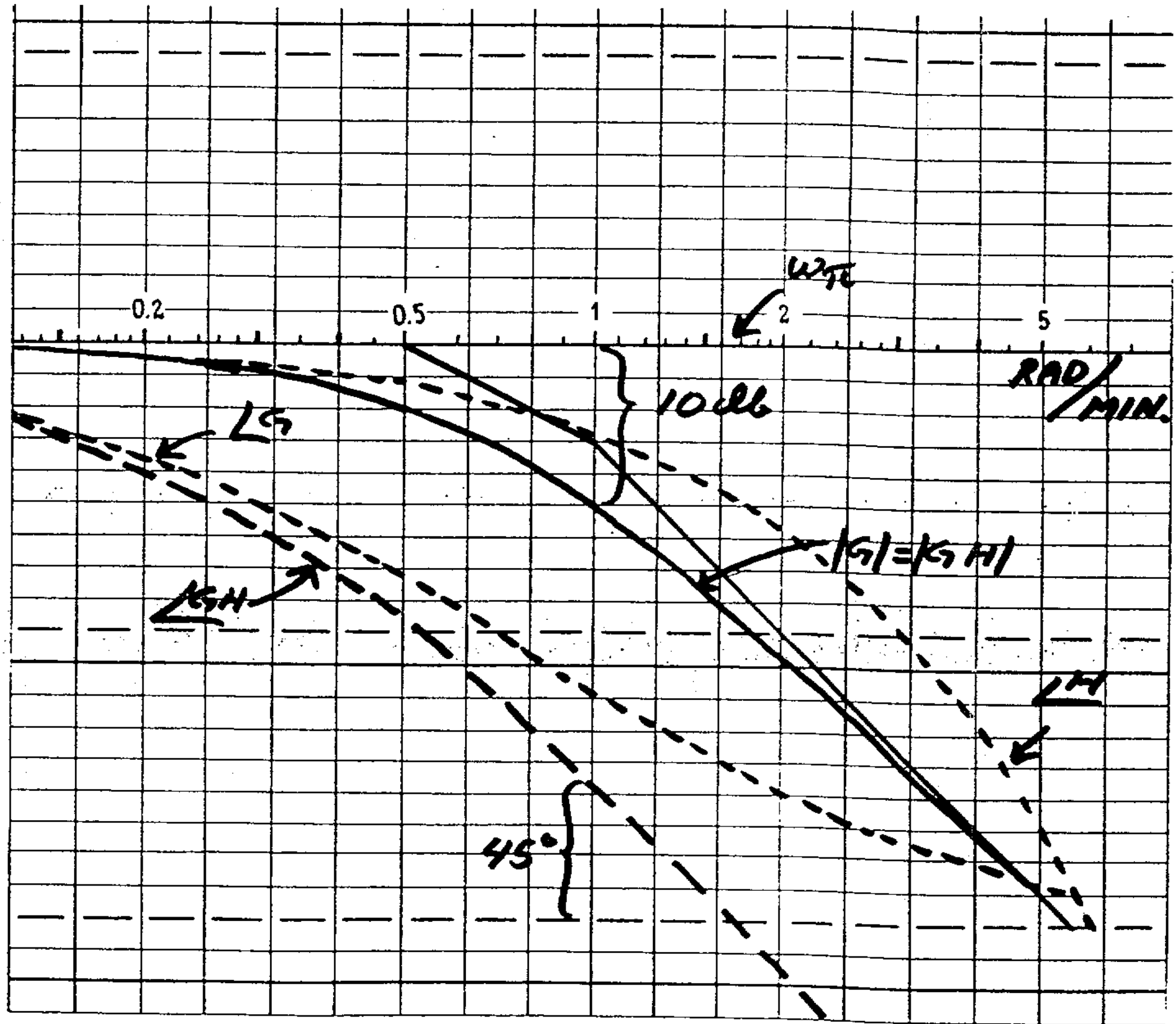
$T_3 = (R_2 + R_4) C_2$; $T_4 = R_1 C_1$

5) Blockschema:



Fördröjningen och tidskonstanterna räknade i minuter

Se Bode-diagram där $G_{REG} = 1$



Ett stabilt system men med för stora marginaler (t.ex. $A_m = 17$ db

Välj $\varphi_m = 45° \Rightarrow G_R = 10\text{ db} \approx 3$ (en P-reg.)

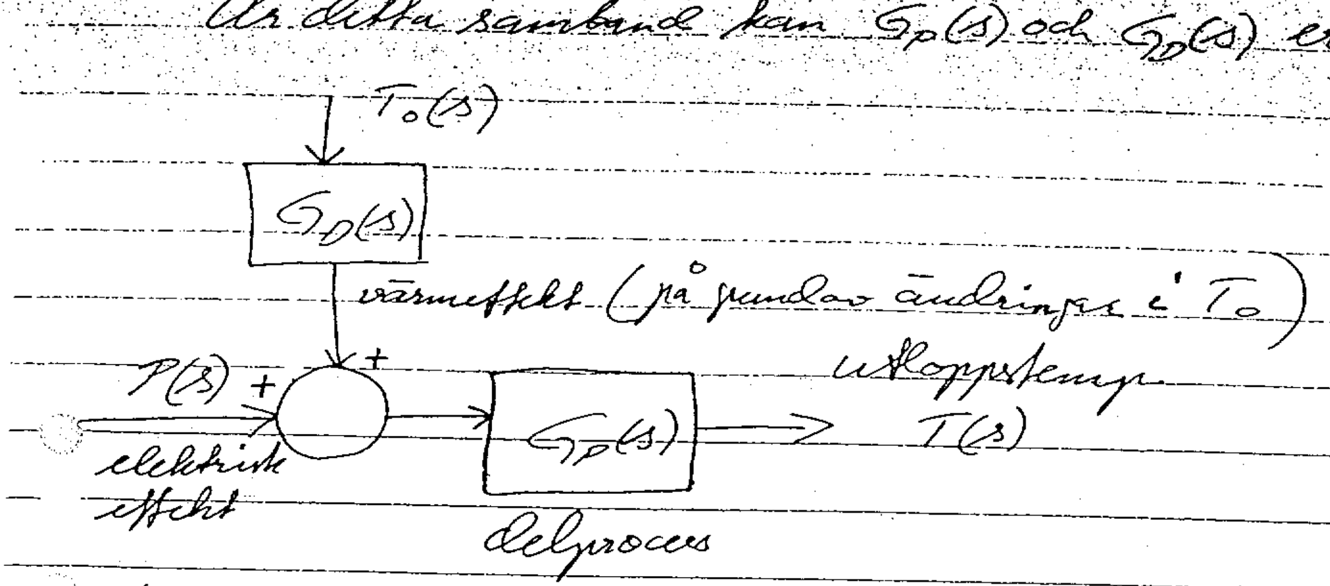
Då blir $|GH(\omega_\pi)| = 7$ db vilket är OK

(dvs. $17 - 10$)

Bättre regulatorer kan göras men detta räcker för uppgiftens krav.

6) Tag fram utsignalen $T(s)$ som funktion av inloppstemp. $T_o(s)$ och tillförd effekt, $P(s)$

Ur detta samband kan $G_p(s)$ och $G_D(s)$ erhållas



Laplace av $\frac{d}{dt} V\rho c_p T = P - Q\rho c_p (T - T_o) \Rightarrow$

$sVT(s) = \frac{1}{\rho c_p} P(s) - Q\cdot T(s) + Q\cdot T_o(s)$ eller

$(sV + Q)\, T(s) = \frac{1}{\rho c_p} P(s) + Q\cdot T_o(s)$ eller

$T(s) = \frac{1}{\rho c_p (sV+Q)}\cdot P(s) + \frac{Q}{sV+Q}\cdot T_o(s)$ = vi önskar samma struktur som schemat ovan

$= \underbrace{\frac{1}{\rho c_p (sV+Q)}}_{G_p(s)} \left[P(s) + \underbrace{Q\rho c_p}_{G_D(s)} \cdot T_o(s) \right]$

Framkoppling: Inverkan av störningen T_o skall elimineras med hjälp av styrningen u. Det skall alltså gälla:

$T_o \cdot G_D(s) = -T_o \cdot G_F(s) \cdot k$ eller

$G_F(s) = -\frac{G_D(s)}{k}$

Svar: $\begin{cases} G_p(s) = \frac{1}{Q\rho c_p\left(1 + s\frac{V}{Q}\right)} \\ G_D(s) = Q\rho c_p \quad \text{(konstant)} \end{cases}$

[illegible]

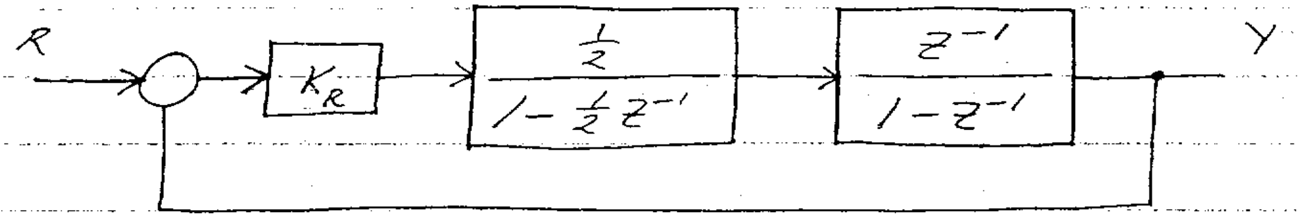
7) Regulatorn $G_R(z^{-1}) = K_R$

Filtrets ö-fkn $G_F(z^{-1})$ sökes

Z-transformera differensekv.

$$EF(z^{-1}) = \frac{1}{2} EF(z^{-1})\cdot z^{-1} - \frac{1}{2} E(z^{-1}) + E(z^{-1})$$

$$\therefore G_F(z^{-1}) = \frac{EF(z^{-1})}{E(z^{-1})} = \frac{\frac{1}{2}}{1-\frac{1}{2}z^{-1}}$$



$$\frac{Y}{R} = \frac{K_R\cdot\frac{1}{2}\cdot z^{-1}}{\left(1-\frac{1}{2}z^{-1}\right)\left(1-z^{-1}\right) + \frac{K_R}{2}\cdot z^{-1}};$$

Kar. ekv. $1 - z^{-1} - \frac{1}{2}z^{-1} + \frac{1}{2}z^{-2} + \frac{K_R}{2}\cdot z^{-1} = 0;$

eller

$$z^{-2} + z^{-1}(K_R - 3) + 2 = 0$$

Möbius-transformation $z = \frac{1+w}{1-w} \Rightarrow$

$$\frac{(1-w)^2}{(1+w)^2} + \frac{1-w}{1+w}\cdot(K_R - 3) + 2 = 0;$$

$$1 + w^2 - 2w + (K_R-3)(1-w)(1+w) + 2(1+w)^2 = 0;$$

$$1 + w^2 - 2w + (K_R-3)(1-w^2) + 2(w^2+1+2w) = 0;$$

$$w^2(1-K_3+3+2) + w(-2+4) + (1+K_R-3+2) = 0;$$

$$w^2(6-K_R) + 2w + K_R = 0;$$

Routh's stab. krit

w^2	$6-K_R$	K_R
w^1	2	0
w^0	K_R	

$\Rightarrow$ $K_R > 0$ enligt tecken

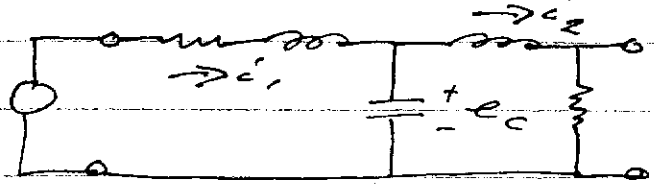
$6 - K_R > 0 \Rightarrow K_R < 6$

Sök pos. kolonn!

Svar: $0 < K_R < 6$

8/

Energi kan lagras på tre ställen i kretsen: som laddning i kondensatorn och som magnetfält i spolarna. Vi behöver alltså tre st. tillstånds-variabler (t.ex. i_1, i_2 och e_c)



$$\left.\begin{aligned} e &= R_1 \cdot i_1 + L_1 \frac{di_1}{dt} + e_c \\ e_c &= L_2 \frac{di_2}{dt} + i_2 \cdot R_2 \end{aligned}\right\}$$

samt laddningsändring i kondensatorn $C\frac{de_c}{dt} = i_1 - i_2$

Sätt $\begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \\ e_c \end{bmatrix}$ samt $u = e$ och $y = e_u$

$$\therefore \left.\begin{aligned} L_1 \cdot \dot{X}_1 &= -R_1 X_1 - X_3 + u \\ L_2 \cdot \dot{X}_2 &= -R_2 X_2 + X_3 \\ C \dot{X}_3 &= X_1 - X_2 \end{aligned}\right\} \quad \text{samt } e_u = i_2 \cdot R_2$$

I matrisform (SVAR):

$$\begin{bmatrix} \dot{X}_1 \\ \dot{X}_2 \\ \dot{X}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{R_1}{L_1} & 0 & -\frac{1}{L_1} \\ 0 & -\frac{R_2}{L_2} & \frac{1}{L_2} \\ \frac{1}{C} & -\frac{1}{C} & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{L_1} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \cdot u$$

samt $y = \begin{bmatrix} 0 & R_2 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \end{bmatrix}$

CHALMERS TEKNISKA HÖGSKOLA
INSTITUTIONEN FÖR SIGNALER OCH SYSTEM
Avd för Reglerteknik

Tentamen i Reglerteknik för F2

(Kurs nr ERE 091)
Lördagen den 18 april 1998.

Tid: Kl 08.45 - 12.45 Lokal: mn

Lärare: Claës Lindeborg, tel Chalmers 3719.

Poängberäkning: Tentamen består av 7 uppgifter om totalt 30 poäng. För betygen tre, fyra och fem krävs 12, 18 respektive 24 poäng.

Lösningar anslås den 18 april på institutionens anslagstavla.

Tentamensresultaten anslås senast den **7 maj** på institutionens anslagstavla.

Granskning av rättning sker den **7 och 8 maj** kl 12.30 - 13.15 på institutionen.

Tillåtna hjälpmedel:
Valfri kalkylator, dock ej portföljdator
Standardtabeller typ TEFYMA och Beta
Formelsamling i reglerteknik
Bodediagram

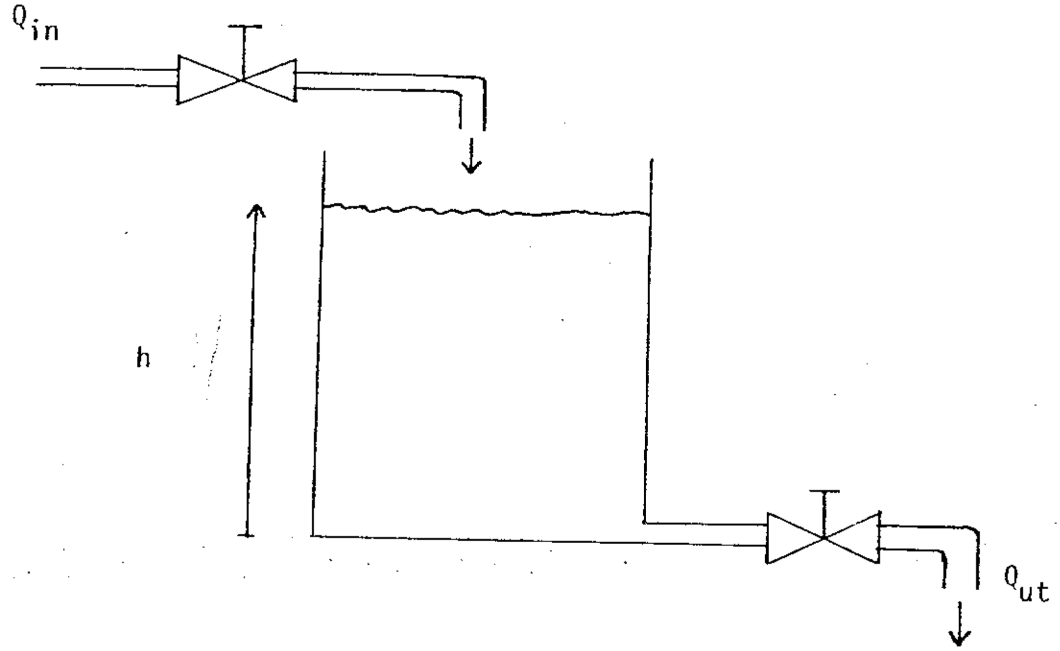
OBS!
Iakttag granskningstiderna! Kommer du senare mottages endast skriftliga klagomål mot rättningen. Sådana skriftliga klagomål måste inlämnas **senast två veckor** efter granskningsdagarna.

LYCKA TILL!

1.

En tank med vätskearean 2 m^2 och ett utflöde $Q_{ut} = 0{,}01\sqrt{h}$ fylls med $Q_{in} = 0{,}015$ m^3/sek tills balans råder. Höjden är då h_0. Inloppsventilen stängs då helt.

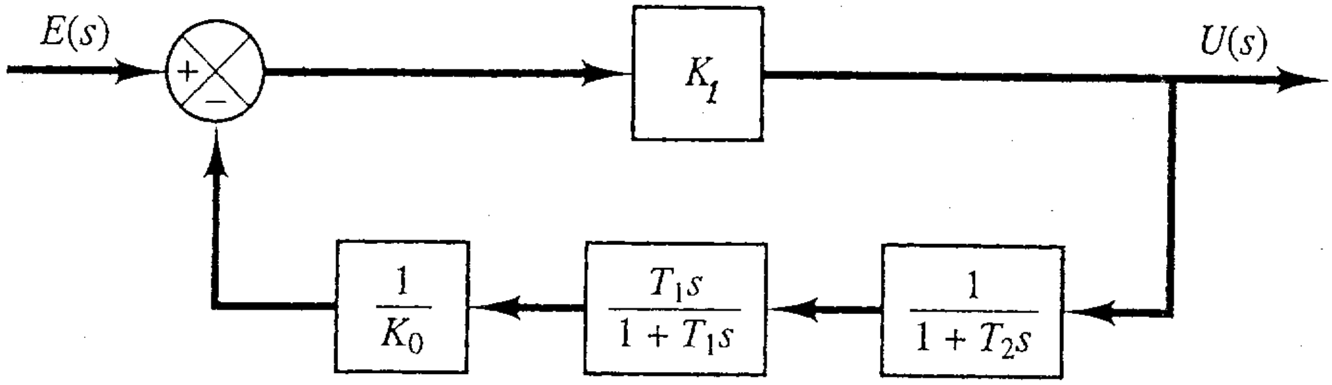
Uppgift:
Beräkna den tid som åtgår för att nivån skall sjunka till $h_0/2$.



(4 p)

2.

En speciell typ av PID-regulator har följande struktur:



Förstärkningen $K_1 >> 1$.

Uppgift:

Omvandla denna struktur till formelsamlingens PID-regulator.

T_f antas liten. Uttryck parametrarna K, T_i och T_d i figurens storheter.

(3 p)

3. Följande är saxat ur en lärobok:

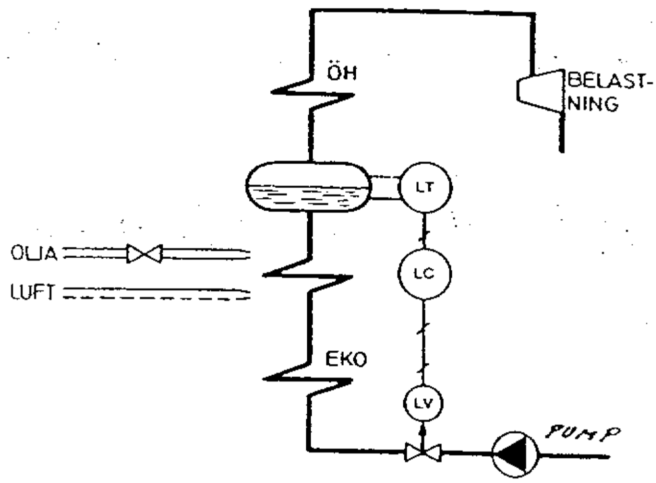
DOMNIVÅREGLERING

För konstanthållning av vattennivån i ångdomen behövs en nivågivare. Vanligtvis används en tryckdifferensgivare, som ansluts till ångdomen. Högtryckssidan ansluts till domens topp och lågtryckssidan till dess botten. Högtryckssidans mätledning fylls därvid helt med vatten. Denna inkoppling gör att signalen från givaren kommer att minska när nivån ökar.

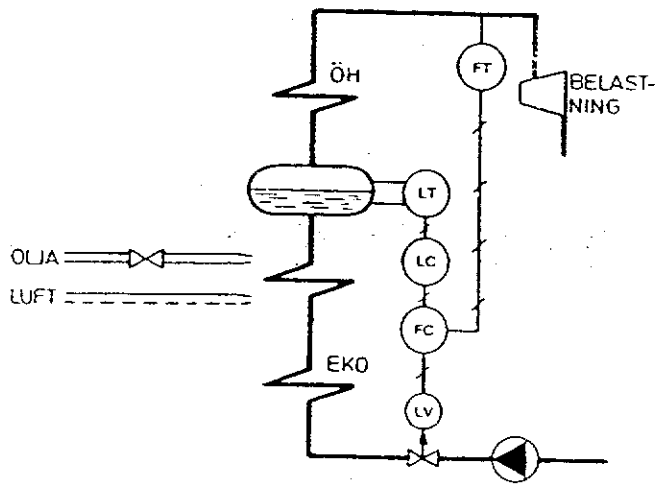
En regulator med konstant ledvärde styr sedan matarvattenventilen eller varvtalet på matarvattenpumpen, se flödesschemat i figur 9:5. Denna enkla form av reglering är således en konstantreglering.

Man kanske tycker att konstantreglering borde vara tillräcklig för att hålla nivån konstant, men så är inte fallet. När ånguttaget från pannan ökas kraftigt kommer nämligen trycket i domen att tillfälligt minska, varvid avkokningen ökar. Detta medför att nivån i domen tillfälligt stiger. Detta fenomen kallas oftast för "jäsningseffekt" (eng swalling-effect). Givaren kommer då att omedelbart efter ökningen av ånguttaget signalera en ökning av domnivån, varvid regulatorn styr reglerventilen mot stängning. Reglerventilen går således åt fel håll de första 10-30 sekunderna efter störningen och åstadkommer därvid en kraftig förstärkning av störningen på nivån.

För att motverka detta inkopplas på ångledningen en flödesgivare FT, som — ——— — ——— — —



Figur 9:5
Konstantreglering av domnivån.



Figur 9:6

ÖH = överhettare
EKO = ekonomiser, matarvattenförvärmare
LT = level, transmitter
LC = " , controller

FT = flow, transmitter
FC = " , controller
LV = level, valve

Uppgift:

a) Vad är den reglerteoretiska benämningen på ett system med ovanstående beteende ("jäsningseffekten")?

(1 p)

b) Vad kallas reglermetoden enligt figur 9:6? Beskriv funktionen. Fördelar jämfört med figur 9:5?

(2 p)

4. Följande är saxat ur en lärobok:

Inverted pendulum control KVASTSKAFT

The problem of balancing a broomstick on a person's hand is illustrated in Fig. 3.18. The only equilibrium condition is $\theta(t) = 0$ and $d\theta/dt = 0$. The problem of balancing a broomstick on one's hand is not unlike the problem of controlling the attitude of a missile during the initial stages of launch. This problem is the classic and intriguing problem of the inverted pendulum mounted on a cart, as shown in Fig. 3.19. The cart must be moved so that mass m is always in an upright position. The state variables must be expressed in terms of the angular rotation $\theta(t)$ and the position of the cart $y(t)$. The differential equations describing the motion of the system can be obtained by writing the sum of the forces in the horizontal direction and the sum of the moments about the pivot point ~~[illegible]~~. We will assume that $M \gg m$ and the angle of rotation θ is small so that the equations are linear. The sum of the forces in the horizontal direction is

$$M\ddot{y} + ml\ddot{\theta} - u(t) = 0, \tag{3.58}$$

where $u(t)$ equals the force on the cart and l is the distance from the mass m to the pivot point. The sum of the torques about the pivot point is

$$ml\ddot{y} + ml^2\ddot{\theta} - mlg\theta = 0. \tag{3.59}$$

FIGURE 3.18
An inverted pendulum balanced on a person's hand by moving the hand to reduce $\theta(t)$. Assume, for ease, that the pendulum rotates in the x-y plane.

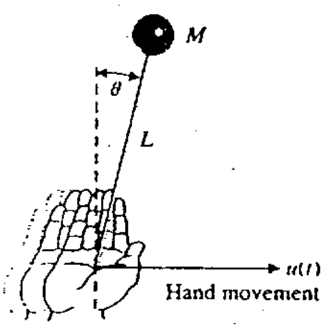
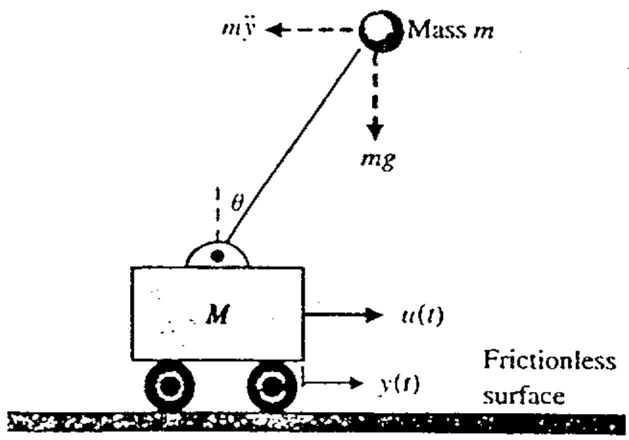


FIGURE 3.19
A cart and an inverted pendulum. The pendulum is constrained to pivot in the vertical plane.



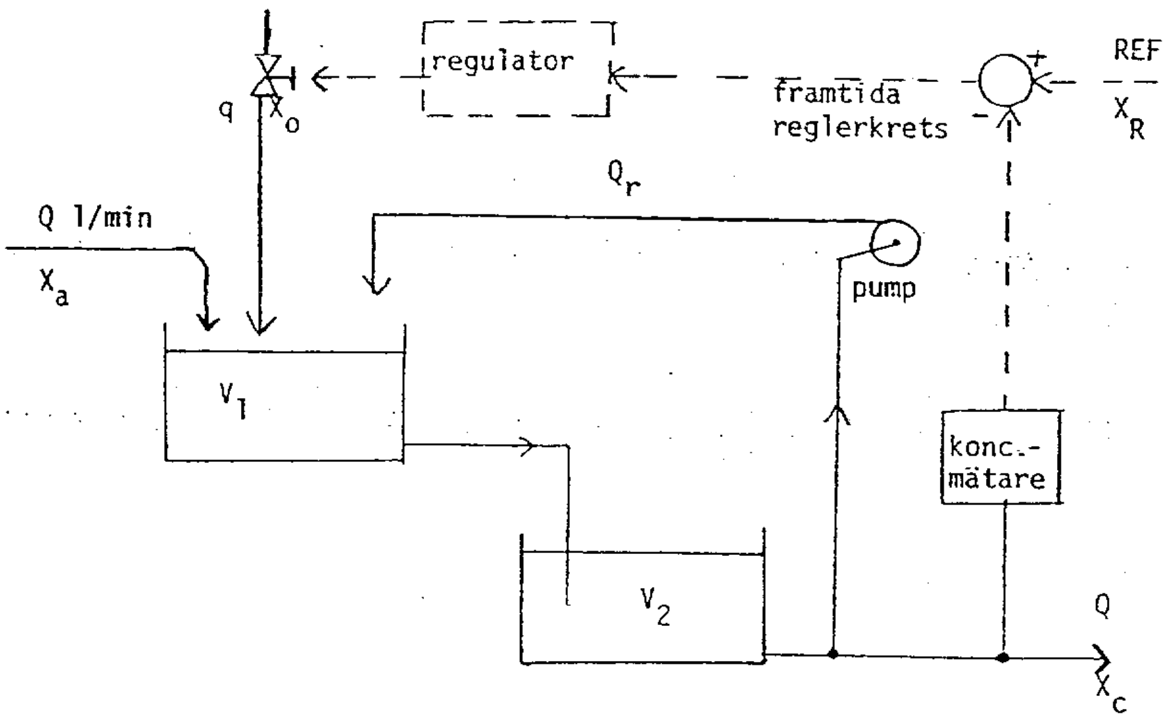
Uppgift: Beskriv systemet på tillståndsform. Låt kraften u(t) vara styrningen.

(4 p)

5.

Koncentrationen av ett visst intressant ämne i inflödet Q är X_a g/liter. Denna koncentration skall korrigeras i tank 1 (volymen = V_1) genom tillsats av en starkt koncentrerad vätska (X_0g/l) med flödet ql/min. Vätska flyter sedan till tank 2 (volym = V_2). Båda tankarna antas ha ideell omrörning. Systemet är volymmässigt i balans dvs utflödet är också Q (med koncentrationen X_c). Denna koncentration skall i ett senare skede automatiskt regleras med hjälp av q varför systemets överföringsfunktioner skall framtas.

Returslingan med flödet Q_r är inlagd för att upprätthålla en cirkulation även om huvudflödet Q måste stoppas. Retursystemet fungerar även under normala driftsförhållanden.



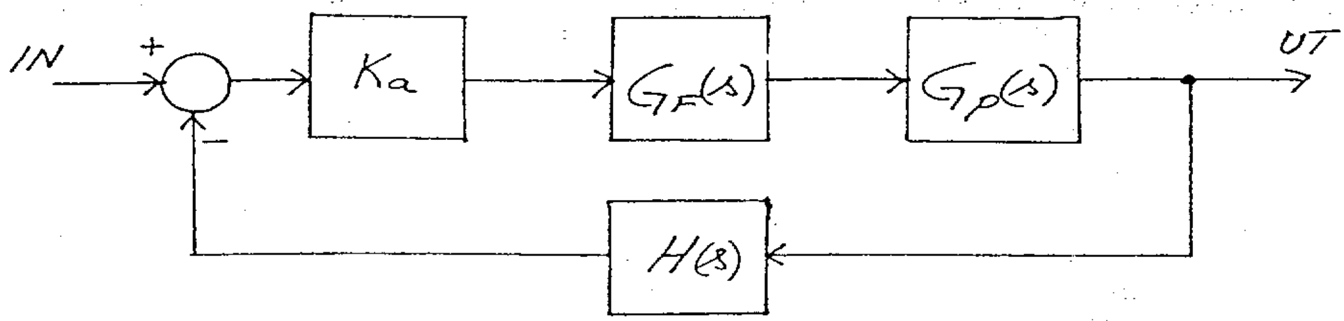
Flödet q antas så litet att vätskebalansen ej rubbas.

Uppgift: Beräkna överföringsfunktionerna

$$\frac{X_c(s)}{q(s)} \quad \text{samt} \quad \frac{X_c(s)}{X_a(s)}$$

(~~4~~ 5 p)

6.



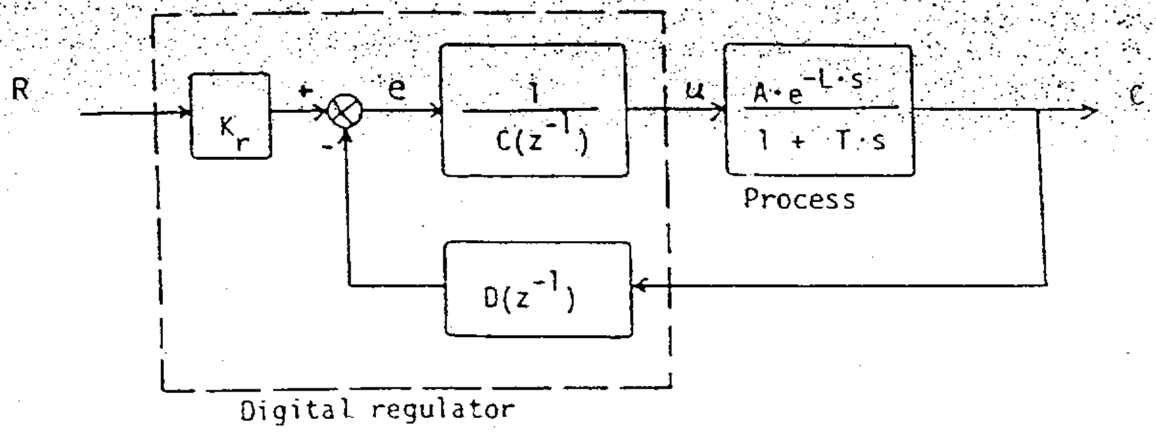
En DC-servomotor med $G_p(s) = \dfrac{1}{s(s+1)(0,1s+1)}$ skall följa en steginsignal så att inget kvarstå-

ende fel finnes. Vidare skall en ramp följas med max 1% fel på utgången. Reglersystemet skall ha $A_m \geq 10$ db och $\varphi_m \geq 40°$.

Uppgift: Välj förstärkningen K_a samt filtret $G_F(s)$ och återföringen $H(s)$ så att ovanstående krav uppfylles.

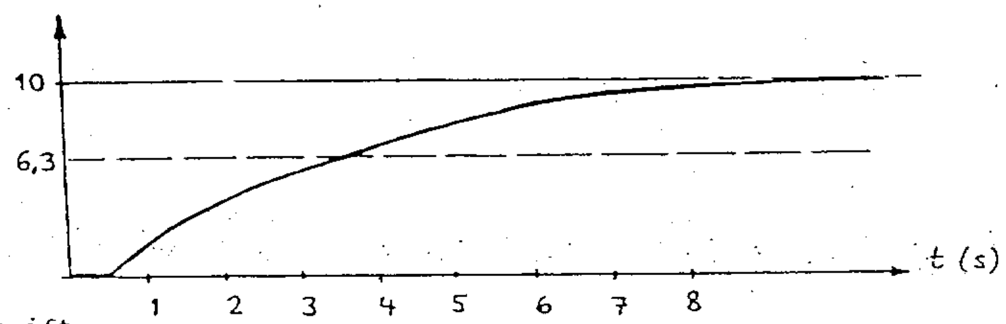
(5 p)

7.



En kontinuerlig process skall regleras med hjälp av en digital regulator. Figuren ovan visar hur systemet skall se ut.

Processen antages kunna beskrivas med den givna överföringsfunktionen. Däremot känner man inte storleken på konstanterna A, L och T. För att bestämma dessa har man mätt upp processens stegsvar*) (se nedan) I figuren har 63%-nivån lagts in som hjälp.



Uppgifter:

a) Bestäm värdet på konstanterna A, L och T med hjälp av det givna stegsvaret. (1 p)

b) Diskretisera den erhållna processen G(s) då samplingstiden är 0,5 sekunder. Bestäm därefter en icke-integrerande regulator med ovanstående struktur, så att det slutna systemet saknar kvarstående fel vid börvärdesändringar och får en dubbelpol i z= 0,2. **) (3 p)

c) Beräkna de fem första värdena på det erhållna systemets stegsvar. (~~1~~2 p)

*) Enhetssteg

**) Styckvis konstant styrning

Lösning till tentamen i Reglerteknik för F2
18/4 1998

1) Nivån vid balansflödet $Q_i = 0{,}015\ m^3/sek$:

$$Q_{ut} = Q_{in} = 0{,}015 = 0{,}01\sqrt{h_0} \Rightarrow h_0 = 2{,}25\ m$$

Balansekv. $$\underbrace{A}_{=2} \cdot \frac{dh(t)}{dt} = \underbrace{Q_{in}}_{=0 \text{ efter avstängningen}} = \underbrace{Q_{ut}}_{=0{,}01\sqrt{h(t)}}$$

$$2 \cdot \frac{dh(t)}{dt} = -0{,}01\sqrt{h(t)}$$

Beräkna nu tiden t_1 för ytan att sjunka till $h_0/2$

$$\int_{h_0}^{h_0/2} \frac{dh(t)}{\sqrt{h(t)}} = -0{,}005 \int_0^{t_1} dt$$

$h_0 \leftarrow 2{,}25$

$$2\sqrt{h(t)}\,\Big|_{2{,}25}^{1{,}125} = -0{,}005\,t\,\Big|_0^{t_1}$$ eller

$$2\left[\sqrt{1{,}125} - \sqrt{2{,}25}\right] = -0{,}005\,t_1 \Rightarrow$$

Svar: $t_1 = 175{,}7$ sekunder

3/

a) Se minimumfassystem (Läroboken sid. 176)

b) Kaskadreglering. Slutet på det saknade avsnittet:

För att motverka detta inkopplas på ångledningen en flödesgivare FT, som via en underordnad regulator FC "tvångsstyr" reglerventilen LV åt rätt håll, se figur 9:6. Vi har fått en störvärdeskompensering, där den överordnade reglerkretsen utgörs av nivågivaren LT, regulatorn LC och reglerventilen LV. Den underordnade störvärdeskretsen utgörs av flödesgivaren FT och kaskadregulatorn FC.

Från kursboken:

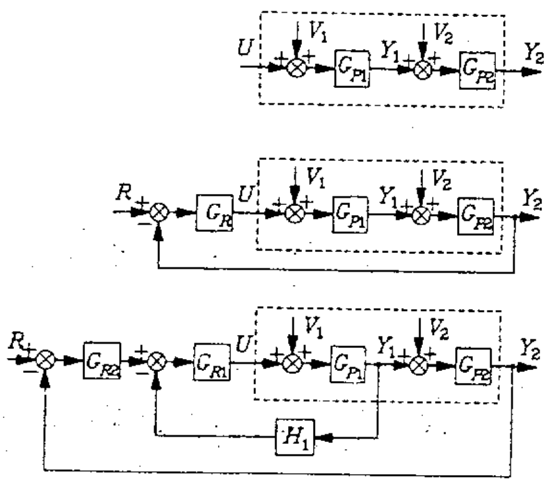
7.6.1 Kaskadreglering

Detta är en form av intern återföring, som är mycket vanlig i processreglersystem. Betrakta en sammansatt process enligt figur 7.32a med två olika störningar v_1 och v_2 angripande i var sin del av processen, vilkas respektive utsigna-

a)

b)

c)



Figur 7.32 Typsituation för kaskadreglering.

LC i fig 9:5 motsvaras av G_R i fig. 7.32 b

LC resp. FC i fig. 9:6 motsvaras av G_{R2} resp. G_{R1} i fig 7.32 c

ler är y_1 och y_2. Storheten y_2 skall regleras, och en enkel återkopplad reglering skulle få det i figur 7.32b visade utseendet.

I många fall, t ex vid temperaturreglering är den senare delen av processdynamiken (G_{P2}) av mycket långsam karaktär, varför kretsförstärkningen i det återkopplade systemet måste väljas låg för att stabiliteten skall bibehållas. En störning (v_1) i ett tidigt skede av processen, där G_{P1} exempelvis kan representera en reglerventil för bränsleflödet till en ugn, ger då upphov till stora variationer i den reglerade storheten y_2.

Väsentligt förbättrad reglering kan åstadkommas med den i figur 7.32c illustrerade lösningen. Här införes en givare som mäter "mellanstorheten" y_1 (t ex flödet genom en reglerventil), som regleras med en intern återföringsloop via regulatorn G_{R1}. Regulatorn G_{R2} i den yttre reglerkretsen ("huvudloopen") levererar börvärdet till den inre reglerkretsen, dvs de två regulatorerna ligger i en serie eller *kaskad*. Den primära fördelen med detta arrangemang är att inverkan från störningen v_1 och likaså från eventuella parametervariationer eller olineariteter i överföringen G_{P1} i stort sett elimineras genom att den inre loopen kan göras snabb (högt värde på kretsöverföringen $G_{R1}G_{P1}H_1$).

2/

$$\frac{U(s)}{E(s)} = \frac{K_1}{1 + K_1 \cdot \frac{T_1 s}{K_0 (1+T_1 s)(1+T_2 s)}} \approx$$

$$\approx \frac{K_0 (1+T_1 s)(1+T_2 s)}{T_1 s} \quad \text{om } K_1 \gg 1$$

Vidare $\frac{U(s)}{E(s)} = K_0 \left(1 + \frac{1}{T_1 s}\right)\left(1 + T_2 s\right) =$

$$= K_0 \left[1 + \frac{1}{T_1 s} + T_2 s + \frac{T_2}{T_1} \right] =$$

$$= \frac{K_0 (T_1 + T_2)}{T_1} \left[1 + \frac{1}{(T_1 + T_2) s} + \frac{T_1 T_2}{1 + T_2} \right]$$

dvs. samma struktur som formelsamlingens

$$G_{PID}(s) = K \cdot \left[1 + \frac{1}{s T_i} + \frac{s T_d}{1 + s T_f} \right]$$

T_f kan här försummas

Svar:

$$\begin{cases} K = \frac{K_0 (T_1 + T_2)}{T_1} \\ T_i = T_1 + T_2 \\ T_d = \frac{T_1 T_2}{1 + T_2} \end{cases}$$

4)

$$\left.\begin{aligned} M\ddot{y} + ml\ddot{\theta} - u(t) = 0 \\ ml\ddot{y} + ml^2\ddot{\theta} - mg\theta = 0 \end{aligned}\right\} \text{ Välj } \quad X = \begin{bmatrix} y \\ \dot{y} \\ \theta \\ \dot{\theta} \end{bmatrix}$$

$$\left.\begin{aligned} M\dot{X}_2 + ml\dot{X}_4 - u = 0 \\ \dot{X}_2 + l\dot{X}_4 - gX_3 = 0 \end{aligned}\right\} \quad \begin{aligned} \mathrm{I} \\ \mathrm{II} \end{aligned}$$

Sätt in $\dot{X}_2$ i II i eller I

$$MgX_3 - Ml\dot{X}_4 + ml\dot{X}_4 - u = 0 \quad \text{eller}$$

$$\dot{X}_4(\cancel{ml} - Ml) + MgX_3 - u = 0$$

då $m << M$

$$\begin{cases} \dot{X}_1 = X_2 \\ \dot{X}_2 + l\left(-\frac{M}{ml}\dot{X}_2 + \frac{1}{ml}u\right) - gX_3 = 0 \quad \text{eller} \\ \dot{X}_3 = X_4 \\ \dot{X}_4 = \frac{\cancel{M}g}{\cancel{M}l}X_3 - \frac{1}{Ml}u \end{cases}$$

II

$$\dot{X}_2\underbrace{\left(1 - \frac{M}{m}\right)}_{\approx -\frac{M}{m}} - gX_3 + \frac{u}{m} = 0$$

Svar:

$$\begin{bmatrix} \dot{X}_1 \\ \dot{X}_2 \\ \dot{X}_3 \\ \dot{X}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{mg}{M} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & g/l & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \\ X_4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{M} \\ 0 \\ -\frac{1}{Ml} \end{bmatrix} u$$

Om $y(t)$ väljes som utsignal fås:

$$y = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \\ X_4 \end{bmatrix}$$

5/ Teckna mängdändringen av ämnet i tank 1

$$\underbrace{\dot{X}_1 \cdot V_1}_{\text{g/l} \quad l} = X_a \cdot Q + X_0 \cdot q + X_c \cdot Q_r - X_1(Q+Q_r)$$

mängdändring/tidsenhet (min)

eller

(Ekv I) $\dot{X}_1 V_1 + X_1(Q+Q_r) = X_a \cdot Q + X_0 q + X_c \cdot Q_r$

För tank 2 gäller:

(Ekv II) $\dot{X}_c \cdot V_2 = X_1(Q+Q_r) - X_c(Q+Q_r)$; Eliminera X_1 !

$$\left.\begin{array}{l} I \Rightarrow X_1(sV_1 + Q + Q_r) = X_a \cdot Q + X_0 q + X_c \cdot Q_r \\ II \Rightarrow X_1(Q+Q_r) = sX_c V_2 + X_c(Q+Q_r) \end{array}\right\} \Rightarrow$$

$$\frac{X_c(sV_2 + Q + Q_r)}{Q+Q_r}(sV_1 + Q + Q_r) = X_a Q + X_0 q + X_c Q_r;$$

$$X_c\left[s^2 V_1 V_2 + (Q+Q_r)s(V_1+V_2) + Q^2 + \cancel{Q_r^2} + \cancel{2}QQ_r\right] =$$

$$= X_a Q(Q+Q_r) + X_0 q(Q+Q_r) + X_c(\cancel{QQ_r} + \cancel{Q_r^2});$$

Linjärt system ⇒ superposition gäller

Ingen styrning ⇒ $q = 0$ ⇒

$$\frac{X_c(s)}{X_a(s)} = \frac{Q(Q+Q_r)}{s^2 V_1 V_2 + s(Q+Q_r)(V_1+V_2) + Q^2 + Q \cdot Q_r};$$

Svar:

Låt sedan $X_a = 0$

$$\frac{X_c(s)}{q(s)} = \frac{X_0(Q+Q_r)}{s^2 V_1 V_2 + s(Q+Q_r)(V_1+V_2) + Q^2 + Q \cdot Q_r}$$

Har betraktat konc. X_0 som konstant

Svar:

6) Rita $G_P(s)$ i Bodediagram
Ant. $H(s)=1$ och $G_F(s)=1 \Rightarrow \begin{cases} \varphi_m = 50° \\ A_m = 21\,dB \end{cases}$
Ett stabilt system enligt kraven

Rampfelet $e_{ss} = \lim_{s \to 0} s \cdot \frac{1}{s^2} \cdot \frac{1}{1+K_a \cdot G_F(s) \cdot G_P(s)} \leq 0{,}01$
$H(s)=1$

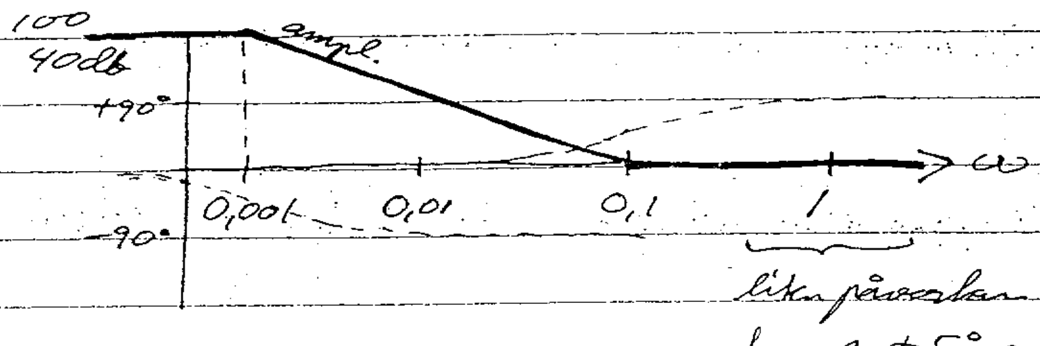
$\Rightarrow K_a \cdot |G_F| \geq 100$ då $s \to 0$

Om $G_P(s)$-kurvan lyftes 40dB (=100) förloras stab. marg.

Välj ett lagfilter som lyfter 40dB för mycket låga ω och har liten påverkan omkring ~~[illegible]~~ överkors. frek. ω = 0,8

$G_{lag} = a\frac{1+sT_i}{1+asT_i}$; Välj $K_a = 1$ och $a = 100$
Välj $T_i = 10 \Rightarrow aT_i = 1000$

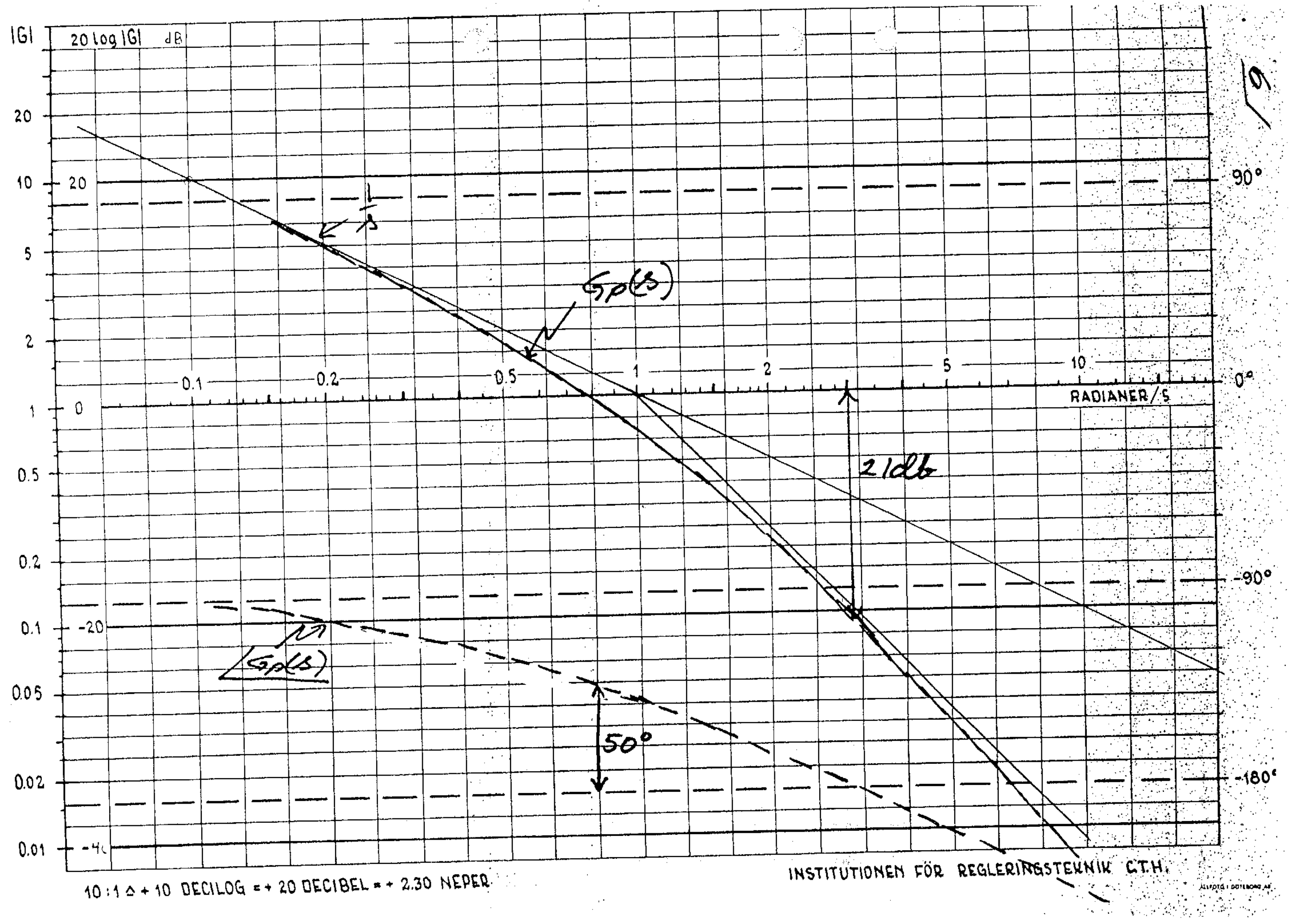
Brytfrekvenser: $\frac{1}{aT_i} = 0{,}001$ och $\frac{1}{T_i} = 0{,}1$



Svar: Med valen $H(s)=1$, $K_a=1$ samt

$G_{lag}(s) = 100 \cdot \frac{1+10s}{1+1000s}$ fås $A_m \approx 20\,dB$
$\varphi_m \approx 45°$

samt max. 1% rampfel



6
|G|
20 log |G| dB
20
10
5
2
1
0.5
0.2
0.1
0.05
0.02
0.01
20
0
-20
0.1
0.2
0.5
1
2
5
10
RADIANER/S
90°
0°
-90°
-180°
Gp(s)
21db
50°
10:1 ≙ + 10 DECILOG = + 20 DECIBEL = + 2.30 NEPER
INSTITUTIONEN FÖR REGLERINGSTEKNIK C.T.H.

7/

a/ dödtid 0,5 sek $\Rightarrow L = 0,5$

lågfrekv. först. 10 $\Rightarrow A = 10$ Svar

tidkonst. 3 (vid 63%) $\Rightarrow T = 3$

$$\Rightarrow G(s) = \frac{10 \cdot e^{-0,5s}}{1+3s}$$

b/ Enligt formelsamlingen $\frac{K}{s+a} \triangleq \frac{K}{a} \cdot \frac{1-e^{-ah}}{z-e^{-ah}}$

$$G(s) = \frac{\frac{10}{3} \cdot e^{-0,5s}}{s+\frac{1}{3}} \; ; \; h = 0,5 \quad \Rightarrow$$

$$H(z) = \frac{\frac{10}{3}}{\frac{1}{3}} \cdot \frac{\left(1-e^{-\frac{1}{6}}\right) z^{-1}}{\left(z - e^{-\frac{1}{6}}\right)} = \frac{10 \cdot 0,1535 \cdot z^{-1}}{z - 0,8465} =$$

$$= \frac{1,535\, z^{-2}}{1-0,8465\, z^{-1}} = \frac{B(z)}{A(z)}$$

Kar. pol. $P(z) = \left(1-0,2z^{-1}\right)^2 = 1 - 0,4z^{-1} + 0,04z^{-2}$

$$\left.\begin{array}{l} \text{grad } C = \text{grad } B - 1 = 2-1 = 1 \\ \text{grad } D = \text{grad } A - 1 = 1-1 = 0 \end{array}\right\} \Rightarrow \left\{\begin{array}{l} C(z) = 1 + c_1 z^{-1} \\ D(z) = d_0 \end{array}\right\}$$

$$AC + BD = P \Rightarrow \left(1-0,8465z^{-1}\right)\left(1+c_1z^{-1}\right) +$$

$$+ 1,535z^{-2} \cdot d_0 = 1 - 0,4z^{-1} + 0,04z^{-2} \; ;$$

$$VL: 1 + z^{-1}\left(c_1 - 0,8465\right) + z^{-2}\left(-0,8465c_1 + 1,535d_0\right)$$

Identifiering $\Rightarrow c_1 = 0,4465 \Rightarrow C(z) = 1 + 0,4465\, z^{-1}$

$0,04 = -0,8465 \times 0,4465 + 1,535\, d_0 \Rightarrow d_0 = 0,2723$

$D(z) = 0,2723$

7 forts./

Börvärdesfaktorn K_r är: $1 = K_r \cdot \frac{B(1)}{P(1)}$ eller

$$K_r = \frac{P(1)}{B(1)} = \frac{1-0,4+0,04}{1+0,4465} = 0,4176$$

Svar: $C(z) = 1+0,4465z^{-1}$; $D(z) = 0,2723$; $K_r = 0,4176$

c) $G_{TOT}(z) = \frac{C(z)}{R(z)} = K_r \cdot \frac{B(z)}{P(z)}$ enligt formelsamlingen

Alternativt $G_{TOT}(z) = K_r \cdot \frac{\frac{B}{C \cdot A}}{1+\frac{BD}{C \cdot A}} = \frac{K_r \cdot B}{CA+BD} = \frac{K_r \cdot B}{P}$

$$\Rightarrow C(z)\left[1-0,4z^{-1}+0,04z^{-2}\right] = \underset{\substack{\uparrow \\ \text{sätt = enhetssteg}}}{R(z)} \cdot 0,64 \cdot z^{-2}$$

$$c(k) = 0,4c(k-1) - 0,04c(k-2) + 0,64 \cdot r(k-2)$$

k	$r(k)$	$r(k-2)$	$c(k-1)$	$c(k-2)$	$c(k)$
-1	0	0	0	0	0
0	1	0	0	0	0
1	1	0	0	0	0
2	1	1	0	0	0,64
3	1	1	0,64	0	0,896
4	1	1	0,896	0,64	0,9728
5	1	1	0,9728	0,896	0,9932
6	1	1			

$\Uparrow$

SVAR

$c(0) \to c(5)$

CHALMERS TEKNISKA HÖGSKOLA
Institutionen för reglerteknik

Tentamen i Reglerteknik för F2

(Kurs nr ERE 091)

Tisdagen den 16 december 1997.

Tid: Kl 14.15-18.15 Lokal: mn

Lärare: Claës Lindeborg, tel Chalmers 3719.

Poängberäkning: Tentamen består av 8 uppgifter om totalt 30 poäng. För betygen tre, fyra och fem krävs 12, 18 respektive 24 poäng.

Lösningar anslås den 17 december på institutionens anslagstavla.

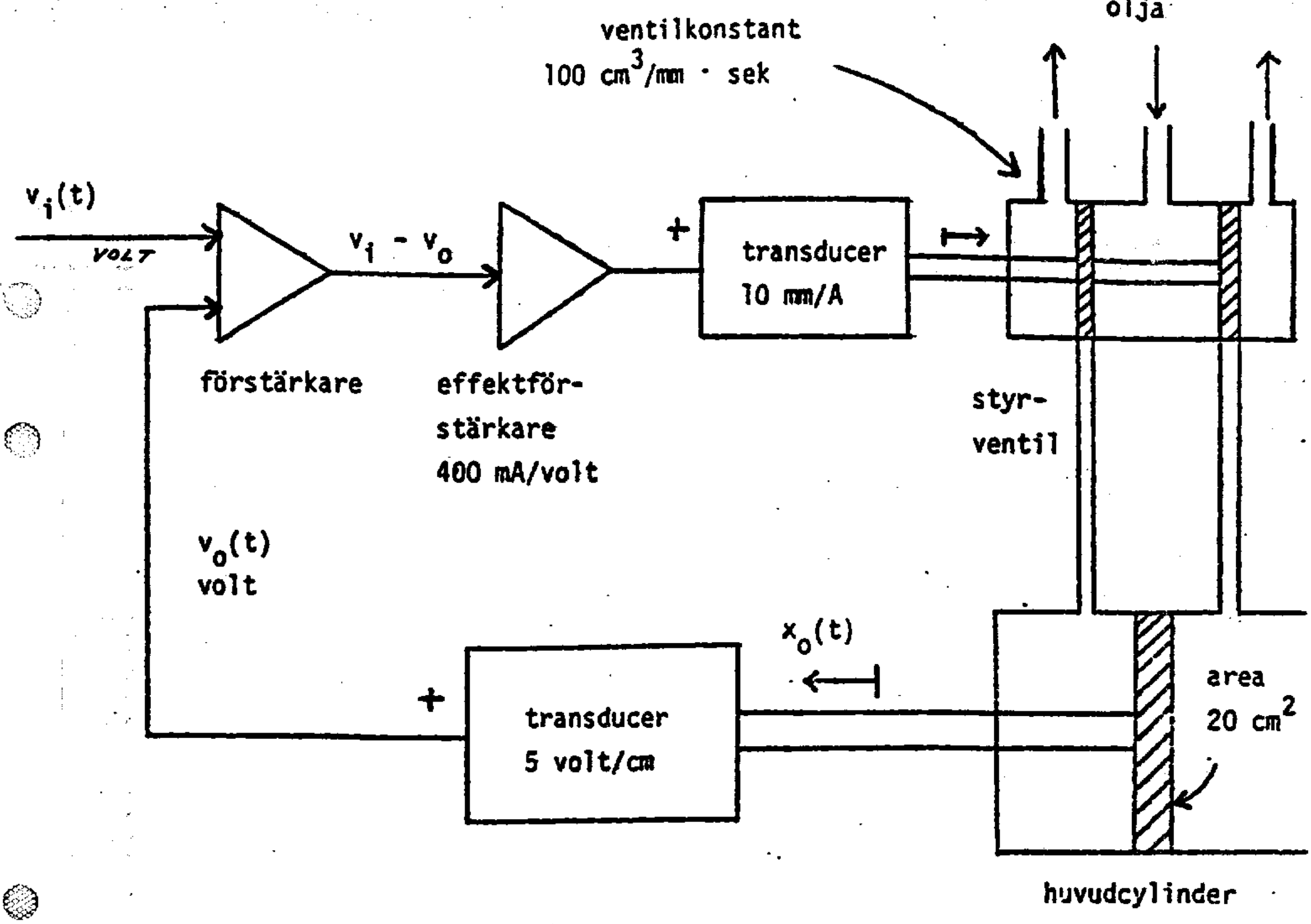
Tentamensresultaten anslås senast den **12 januari** på institutionens anslagstavla.

Granskning av rättning sker den **12 och 13 januari** kl 12.30 - 13.15 på institutionen.

Tillåtna hjälpmedel:
Valfri kalkylator, dock ej portföljdator
Standardtabeller typ TEFYMA och Beta
Formelsamling i reglerteknik
Bodediagram

LYCKA TILL!

1.



Figuren föreställer ett hydraulsystem med återföring. Pilen i anslutning till en transducer (omvandlare) innebär att en rörelse i pilens riktning ger en positiv utsignal respektive orsakas av en positiv insignal.

Förstärkarna ändrar ej tecken.

Uppgift: Beräkna överföringsfunktionen $\dfrac{X_o(s)}{V_i(s)}$

Systemets massor försummas.

Studera endast låga frekvenser, d v s flödet genom styrventilen är prop. mot slidens rörelse.

(3 p)

2.

En viss industriell process som styrs med en styckvis konstant insignal beskrivs med följande differensekvation då samplingsintervallet är $h = 2$ sekunder:

$$y(k) = 0{,}8465\ y(k-1) + 0{,}7676\ u(k-1)\ .$$

Hur ser motsvarande differensekvation ut om samplingsintervallet i stället är $h = 1$ sekund ?

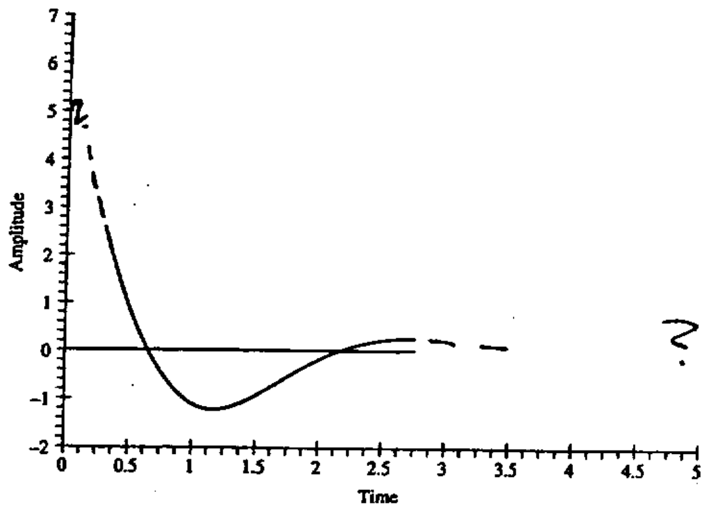
(3 p)

3.

Givet:

$$G(s) = \frac{7s^2 + 18s + 15}{(s+3)\ (s+1-j2)\ (s+1+j2)}$$

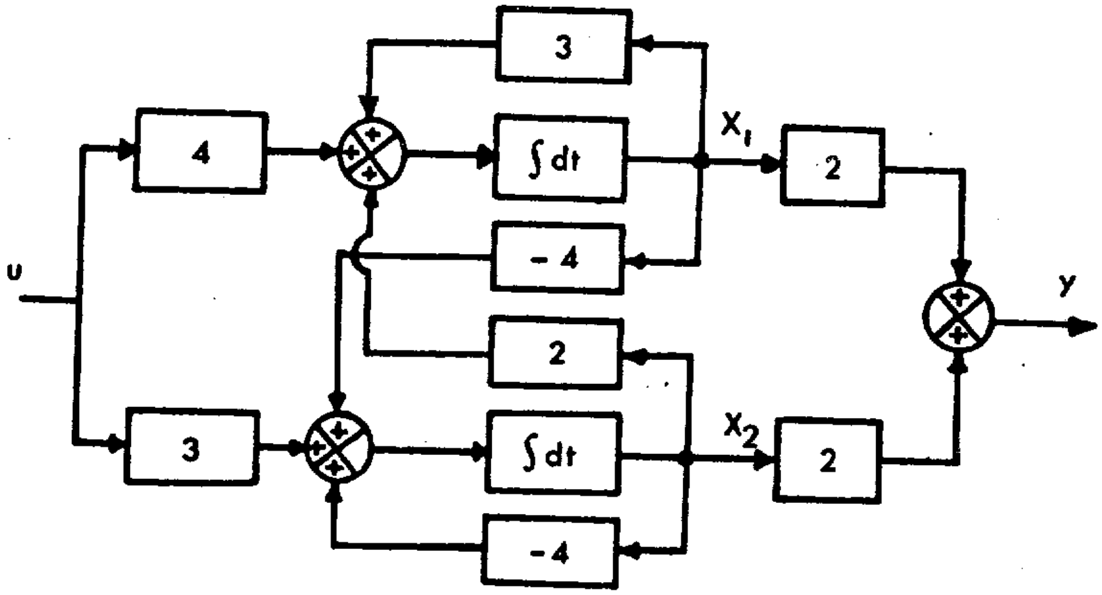
Figuren visar ett impulssvar av $G(s)$ med början ($t = 0$) och slutet utelämnade.



Uppgift: Bestäm impulssvaret vid $t = 0^{+}$ och $t \to \infty$.

(2 p)

4.



Uppgift:

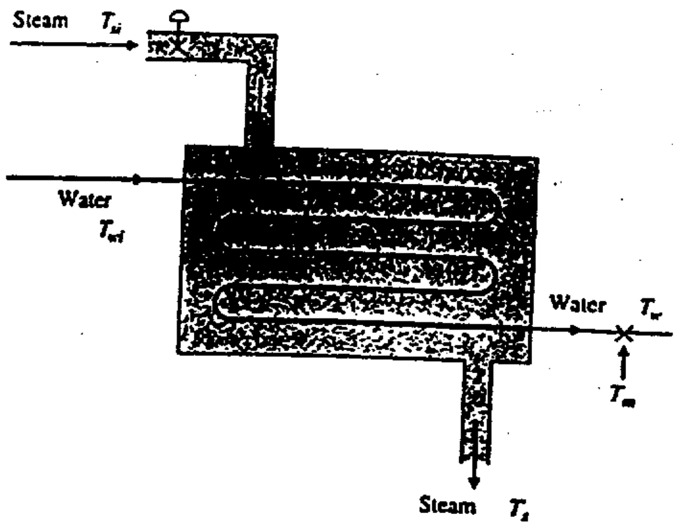
Bestäm överföringsfunktionen $Y(s)/U(s)$.

(4 p)

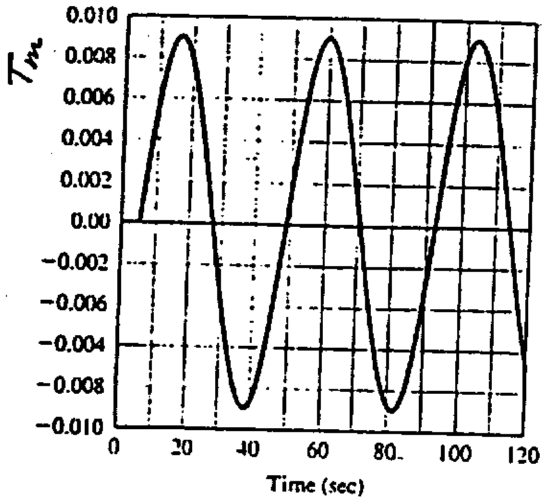
5.

A heat exchanger is shown in Fig. Steam enters the chamber through the controllable valve at the top, and cooler steam leaves at the bottom. There is a constant flow of water through the pipe that winds through the middle of the chamber so that it picks up heat from the steam. The sensor that measures the water outflow temperature, being downstream from the exit temperature in the pipe, lags the temperature by t_d seconds.

FIGURE
Heat exchanger
VÄRMEVÄXLARE



En PI-regulator kopplas nu in för att reglera det utgående vattnet med hjälp av ångan. Genom att störa systemet med enstaka korta pulser (inkommande ånga) då endast P-delen var inkopplad (först. = 15,3) erhölls nedanstående temperaturkurva.



forts. tal 5 →

Forts. tal 5.

Uppgift:

a)
Rita ett processtekniskt kopplingsschema över reglersystemet baserat på tentamens-tesens figur. Här skall även ingå: regulator, mätgivare, börvärde samt styrdon.

(1 p)

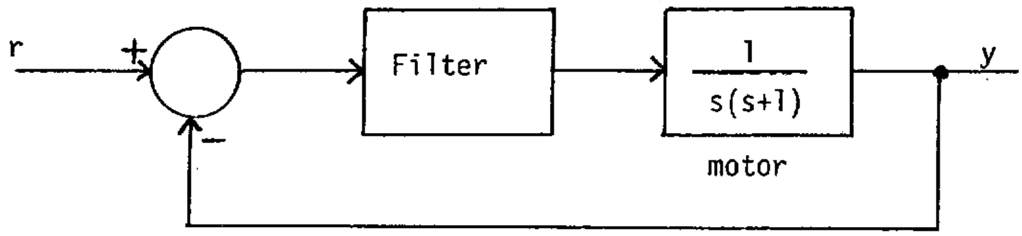
b)
Rita blockschema över systemet. Markera ev. störkällor samt fördröjningen t_d.

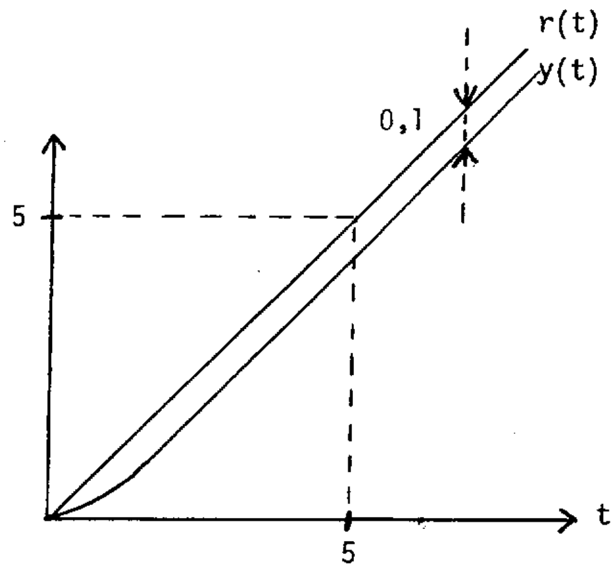
(1 p)

c)
Bestäm PI-regulatorns parametrar med Ziegler-Nichols metod.

(2 p)

6.





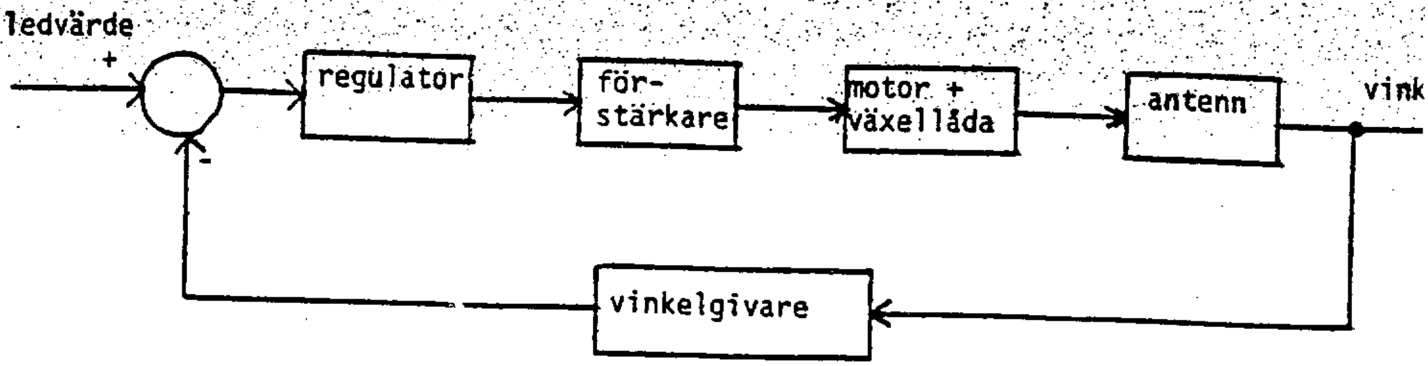
Finn ett filter så att reglersystemet har:

a) kvarstående fel = 0,1 vid insignal enligt figur.

b) fasmarginal $\geq 45°$.

(5 p)

7. Ett servosystem för inriktning av en antennvinkel skall konstrueras.



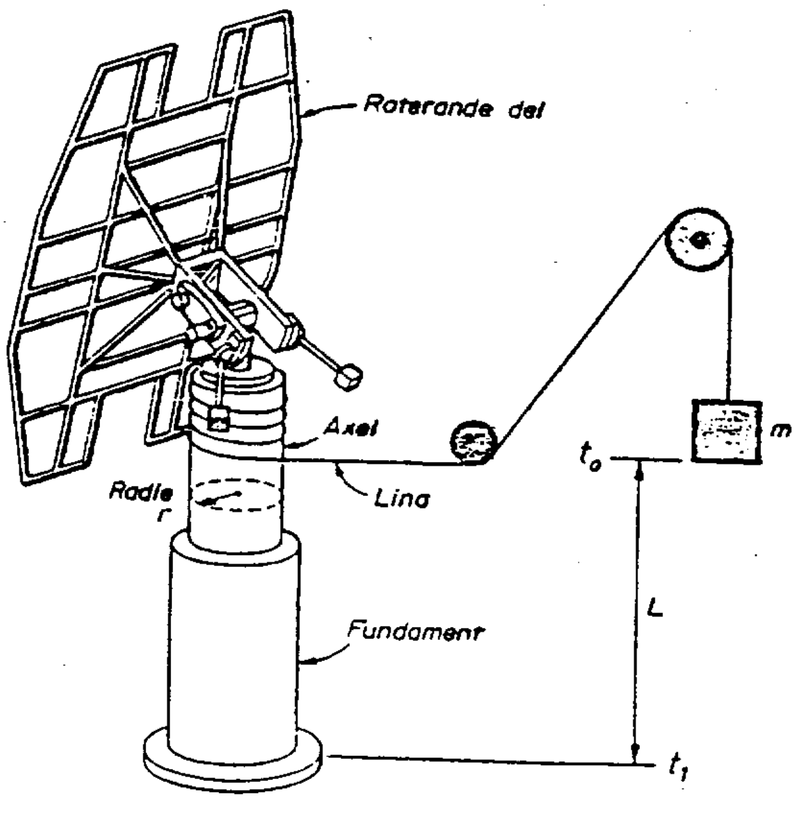
Antennsystemets tröghetsmoment (J) är då av primär betydelse. Nedanstående urklipp från en lärobok beskriver hur J experimentellt kan erhållas.

För rotationssystem gäller ekvationen

$$M = J\ddot{y} + f\dot{y}$$

där M = momentet, J = tröghetsmomentet, y = rotationsvinkeln och f = viskös friktion (f är för väl lagrade axlar ofta liten och kan därför försummas vid överslagsberäkningar). Om apparaten ifråga är komplicerad kan det vara svårt att teoretiskt beräkna J. Man kan då bestämma J med hjälp av följande mätning:

Runt den vridbara axeln fästs en lina som via lämpligt placerade block förbinds med en massa m. Om massan m vid tidpunkten t_0 befinner sig på avståndet L över marken och rotationssystemet är i vila, kan J bestämmas om man mäter tiden för massan m att nå mark = t_1. För att kunna beräkna J måste man känna radien r på axeln kring vilken linan är upprullad och höjden L. Beräkna J ur givna uppgifter.



Uppgift: Härled en formel för beräkning av J . (Sätt $t_0 = 0$, $f = 0$)

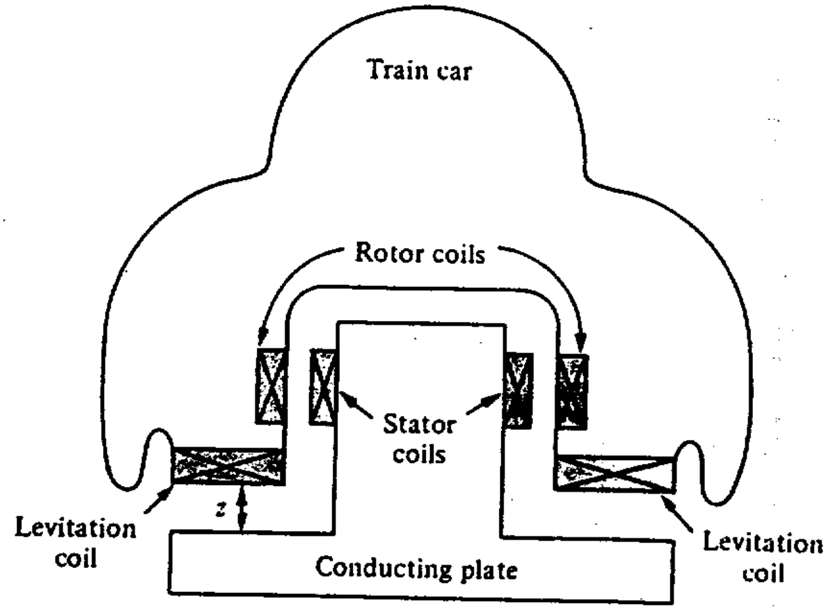
8.

Figuren visar genomskärningen av ett svävartåg med elektronmagnetisk driftsprincip. Vi är här intresserade av rörelsen i vertikalled. Tåget, med massan m, lyftes med hjälp av "svävarspolarna" (levitation coils). Lyftkraften F_L kan approximeras med

$$F_L = k \frac{i^2}{z^2}$$ där

i är strömmen genom spolsystemet

z är luftgapets storlek



Cutaway view of train.

Uppgift:

a) Ställ upp differentialekvationen för tågets rörelse i vertikalled. (1 p)

b) Tag fram överföringsfunktionen $\left[\frac{\text{rörelse}}{\text{ström}} \; \frac{z}{i}\right]$ genom att linearisera kring en arbetspunkt z_0 ; i_0. Vad har då k för värde? (4 p)

Ledning:

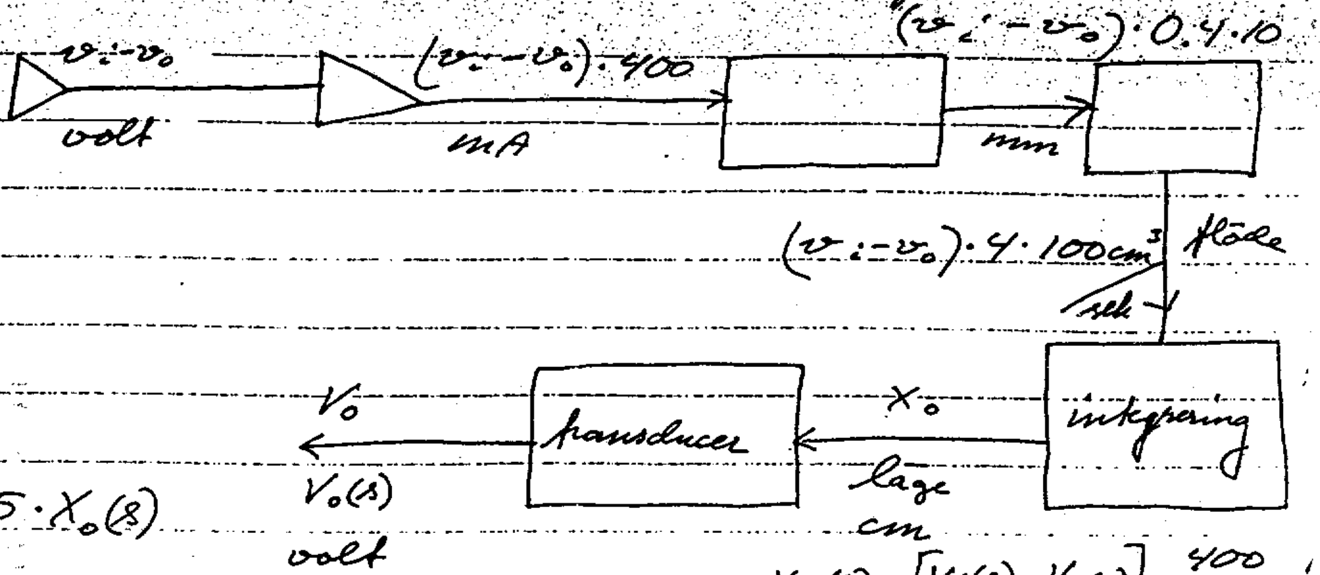
Om $X = X_0 + \Delta X$ där ΔX är en liten avvikelse gäller binominalserie-approximationerna

$$X^2 = (X_0 + \Delta X)^2 \approx X_0^2 \left(1 + 2 \frac{\Delta X}{X_0}\right) \text{ samt}$$

$$\frac{1}{X^2} \approx \frac{1}{X_0^2 \left(1 + 2 \frac{\Delta X}{X}\right)} \approx \frac{1}{X_0^2} \cdot \left(1 - 2 \frac{\Delta X}{X_0}\right) .$$

Lösning till tentamen i Reglerteknik för F2, 16/12 -97

Signalerna tecknas i olika delar av systemet



Här är
$V_0(s) = 5\cdot X_0(s)$

$$X_0(s) = \left[V_i(s) - V_0(s)\right]\cdot \frac{400}{20}\cdot\frac{1}{s}$$

$$\therefore \left[V_i(s) - 5\cdot X_0(s)\right]\cdot\frac{400}{20s} = X_0(s) \quad \text{eller}$$

$$V_i(s) - 5\cdot X_0(s) = X_0(s)\cdot\frac{s}{20} \Rightarrow \frac{X_0(s)}{V_i(s)} = \frac{20}{s+100} \quad \mathrm{cm/volt}$$

SVAR:

3/

$$y_0 = y(0^+) = \lim_{s\to\infty} s\cdot 1\cdot G(s) = \lim_{s\to\infty} \frac{7s^3 + 18s^2 + 15s}{s^3 + \text{termer av lägre } s\text{-potenser}}$$

$$= \frac{7s^3}{s^3} = 7;$$

$$y_s = y(t\to\infty) = \lim_{s\to 0} s\cdot 1\cdot G(s) = \lim_{s\to 0} \frac{7s^3 + 18s^2 + 15s}{s\text{-termer} + \text{konst}} = 0$$

Stabilt system då alla rötterna till kar. ekv. har neg. realdel

Svar: $\begin{cases} y_0 = 7 \\ y_s = 0 \end{cases}$

2 / Differensekv. kan skrivas:

$Y(z) = 0{,}8465 \cdot z^{-1} \cdot Y(z) + 0{,}7676 \cdot U(z) \cdot z^{-1}$ eller

$H(z) = \dfrac{0{,}7676}{z - 0{,}8465}$; dvs formen $\dfrac{K}{a} \cdot \dfrac{1 - e^{-ah}}{z - e^{-ah}}$

(formelsaml. sid 24)

Här är $e^{-ah} = 0{,}8465$ för $h = 2 \Rightarrow$

$-a \cdot 2 = \ln 0{,}8465 \Rightarrow a = 0{,}0833$; $h = 1 \Rightarrow e^{-0{,}0833 \cdot 1} =$
$= 0{,}9201$

Vidare $\dfrac{K}{a}(1 - e^{-ah}) = 0{,}7676$ för $h = 2 \Rightarrow$

$\dfrac{K}{a} = \dfrac{0{,}7676}{1 - 0{,}8465} = 5{,}000$

$\therefore \dfrac{K}{a}(1 - e^{-ah})$ för $h = 1$: $5(1 - 0{,}9201) = 0{,}40$

$\therefore H(z)$ för $h = 1$: $\dfrac{0{,}40}{z - 0{,}9201}$ eller

$y(k) = 0{,}92 \cdot y(k-1) + 0{,}40\, u(k-1)$ SVAR

4/ Via blockschemareduktion tex.
Denna lösning via tillståndsbeskrivning.

$$\begin{cases} \dot{X}_1 = 3X_1 + 2X_2 + 4u \\ \dot{X}_2 = -4X_1 - 4X_2 + 3u \end{cases} \qquad y = 2X_1 + 2X_2 \Rightarrow \quad C = \begin{bmatrix} 2 & 2 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ -4 & -4 \end{bmatrix}; \qquad B = \begin{bmatrix} 4 \\ 3 \end{bmatrix}; \qquad \text{F.S. sid. 29} \Rightarrow$$

$$G(s) = C(sI - A)^{-1}B = \begin{bmatrix} 2 & 2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} s-3 & -2 \\ +4 & s+4 \end{bmatrix}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} 4 \\ 3 \end{bmatrix} =$$

adj A

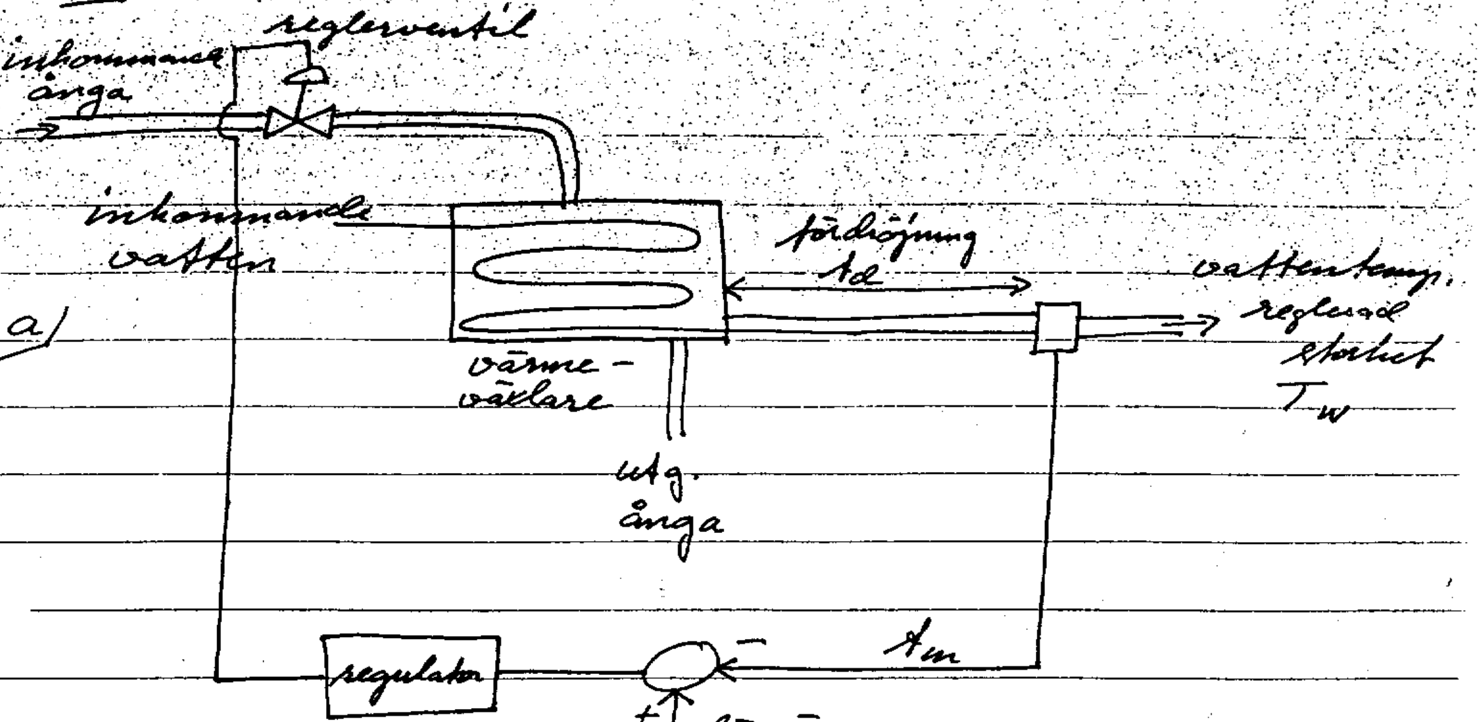
$$= \begin{bmatrix} 2 & 2 \end{bmatrix} \cdot \frac{\begin{bmatrix} s+4 & +2 \\ -4 & s-3 \end{bmatrix}}{(s-3)(s+4) - 4\cdot(-2)} \cdot \begin{bmatrix} 4 \\ 3 \end{bmatrix} =$$

$$= \begin{bmatrix} 2 & 2 \end{bmatrix} \frac{\begin{bmatrix} 4s + 16 + 6 \\ -16 + 3s - 9 \end{bmatrix}}{s^2 + 4s - 3s \underbrace{+ 8}_{(-12)}} = \begin{bmatrix} 2 & 2 \end{bmatrix} \cdot \frac{\begin{bmatrix} 4s + 22 \\ 3s - 25 \end{bmatrix}}{s^2 + s - 4} =$$

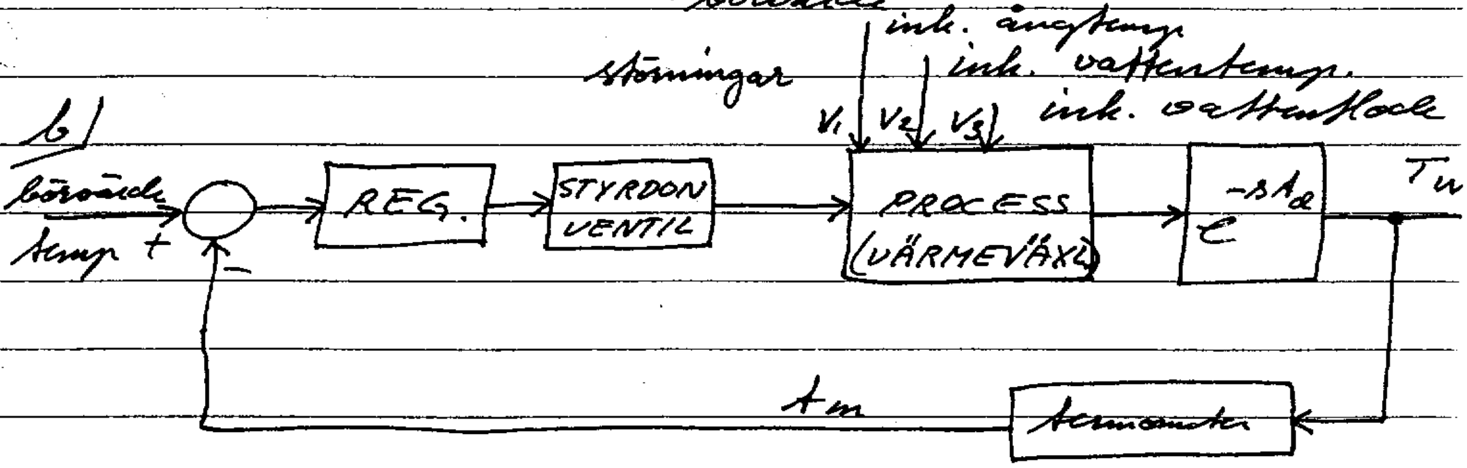
$$\frac{8s + 44 + 6s - 50}{s^2 + s - 4} = \underline{\underline{\frac{14s - 6}{s^2 + s - 4}}}; \qquad \text{SVAR}$$

5/

a/



b/



c/ Formelsaml. sid. 20

$K_0 = 15,3$ enligt texten

Vid PI-reg $\quad K = 0,45 \cdot K_0 = 6,81$

$$T_i = \frac{T_0}{1,2} = \frac{42 \text{ (sek. per. tid)}}{1,2} = 35$$

Svar: $\begin{cases} K = 6,81 \\ T_i = 35 \end{cases}$

6/ $G(s) = \dfrac{1}{s(s+1)}$; Undersök lågfrekvensförst. Låt filterblocket vara en konst. = K

$\therefore \dfrac{E}{R} = \dfrac{1}{1+K\cdot G} = \dfrac{1}{1+\dfrac{K}{s(s+1)}} = \dfrac{s(s+1)}{s(s+1)+K}$; Insignalen en ramp dvs. $R(s) = \dfrac{1}{s^2}$

Stab. förutsättes.

Kvarst. felet $e_s = 0{,}1 = \lim\limits_{s\to 0} s \cdot \dfrac{1}{s^2} \cdot \dfrac{E(s)}{R(s)} = \lim\limits_{s\to 0} \dfrac{1}{s} \cdot \dfrac{s(s+1)}{s(s+1)+K} =$

$= \dfrac{1}{K} \Rightarrow K = 10$;

$K\cdot G(s)$ uppritas i Bode-diagr. $\Rightarrow$ fasmarg. $= 20°$ För lite!

Välj som filter $K \cdot G_{lead}$ där $G_{lead} = \dfrac{1+T_d s}{1+\dfrac{T_d}{b} s}$;

Vid denna form påverkas ej lågfrekvensförst. (vi får ej förstöra kvarstående-felkravet. Välj faslyftet (MAX.) krav $-\varphi_m$ + tillskott för $\omega_f = 3$. Tillskottet behövs då vi flyttar överkorsningsfrekvensen åt höger där faslyftet minskar.

$\therefore (45-20)+10 = 35°$; Formelsaml. fig. sid 20 ger $b = 4$

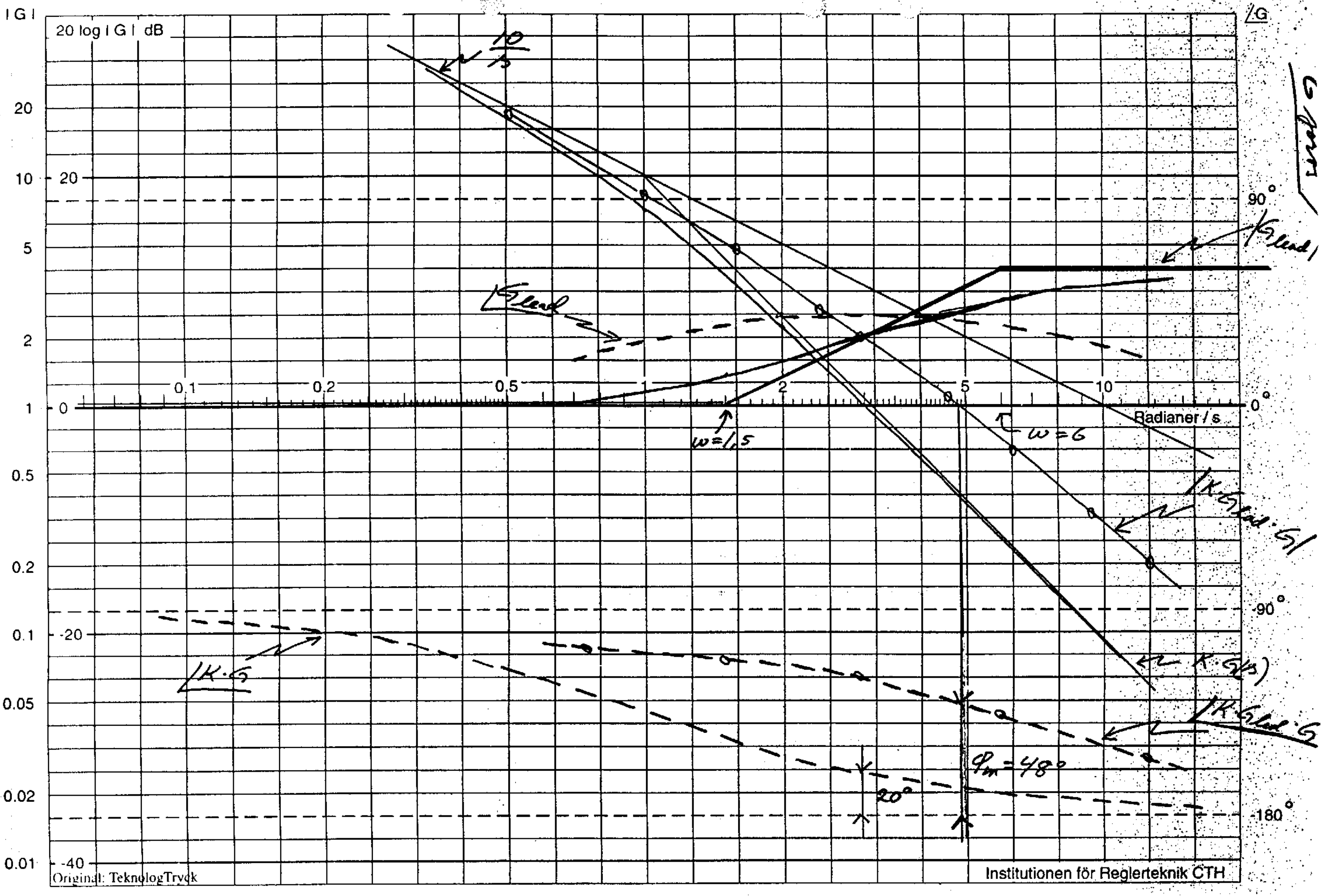
Nu är: $\omega_f = \sqrt{b}/T_d$ eller $T_d = \dfrac{\sqrt{4}}{3} = 0{,}667$

$\therefore$

$$G_{lead} = \frac{1+0{,}667 s}{1+\frac{0{,}667}{4} s} = \frac{1+\frac{s}{1{,}5}}{1+\frac{s}{6}};$$

G_{lead} och sedan $K\cdot G_{lead}\cdot G$ inritas i Bode-diagr. Vi avläser $\varphi_m = 48°$ och pos. ampl. marginal, dvs. stabilt system.

SVAR: FILTER $= 10 \cdot \dfrac{1+s/1{,}5}{1+s/6}$



G forts
|G|
20 log |G| dB
∠G
20
10
5
2
1
0.5
0.2
0.1
0.05
0.02
0.01
20
0
-20
-40
0.1
0.2
0.5
1
2
5
10
Radianer / s
90°
0°
-90°
-180°
10/s
∠G_lead
|G_lead|
ω=1,5
ω=6
|K·G_lead·G|
K·G(s)
∠K·G
∠K·G_lead·G
φ_m=48°
20°
Original: TeknologTryck
Institutionen för Reglerteknik CTH

a/ Lyftkraft: $k\frac{i^2}{z^2}$; Kraft nedåt (gravitation) : mg

Studera endast vertikalrörelsen. Vi kan då betrakta bottenplattan ("rälsen") som stillastående. z är då endast lägets rörelse.

Kraftbalans: $m\ddot{z} = F_L - mg$ eller

$$m\ddot{z} - k\frac{i^2}{z^2} + mg = 0$$ SVAR:

b/ Vid stationärt tillstånd (arbetspunkt z_0; i_0):

$$0 - k\frac{i_0^2}{z_0^2} + mg = 0 \Rightarrow k = \frac{mg z_0^2}{i_0^2}$$

Linjärisering: $i = i_0 + \Delta i$ och $z = z_0 + \Delta z$ $\Rightarrow$

$$m\Delta\ddot{z} - \frac{mg z_0^2}{i_0^2}\cdot\frac{i_0^2}{z_0^2}\left(1+2\frac{\Delta i}{i_0}\right)\cdot\left(1-2\frac{\Delta z}{z_0}\right) \ldots = 0$$

enligt ledningen

$$\Delta\ddot{z} - g\left(1 - 2\frac{\Delta z}{z_0} + 2\frac{\Delta i}{i_0} - 4\frac{\Delta i\,\Delta z}{i_0\cdot z_0}\right) + g = 0$$

↑ täljaren ≈ 0

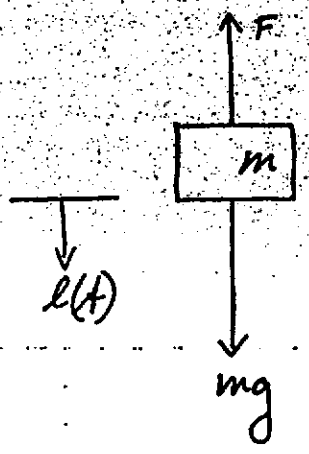
$$\Delta\ddot{z} + 2\frac{\Delta z}{z_0}\cdot g - 2\frac{\Delta i}{i_0}\cdot g = 0$$ Laplacetransf. $\Rightarrow$

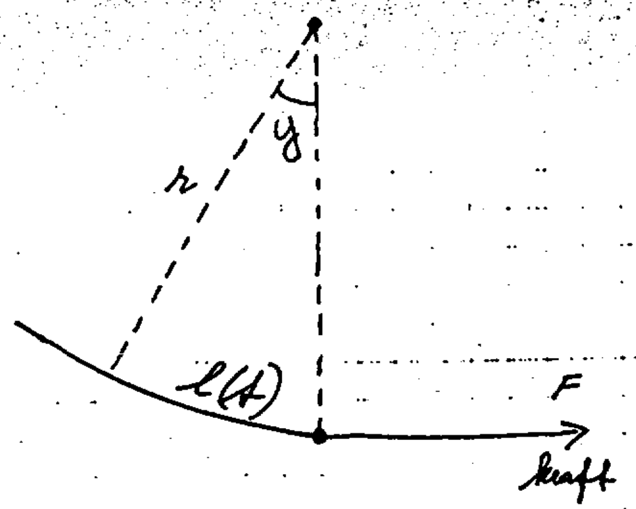
$$\Delta Z(s)\cdot s^2 + \frac{2g}{z_0}\Delta Z(s) = \frac{2g}{i_0}\Delta I(s)$$

Överföringsfunktionen:

$$\frac{\Delta Z(s)}{\Delta I(s)} = \frac{\frac{2g}{i_0}}{s^2 + \frac{2g}{z_0}} \; ; \; k = \frac{mg z_0^2}{i_0^2}$$ SVAR

7) Studera krafterna i linan vid upprullnings-punkten. Dess förflyttning utefter linan blir då också $l(t)$





Det gäller: $F = \frac{M}{r}$ där $M = J\cdot\ddot{y}$ (ingen friktion)

Men $l(t) = r\cdot y(t) \Rightarrow \ddot{y} = \frac{\ddot{l}}{r}$;

$\therefore \; F = J\frac{\ddot{l}}{r}$

Studera krafterna som verkar på massan m

$$mg = m\cdot\ddot{l} + F$$

$$\therefore \; J\frac{\ddot{l}}{r} + m\cdot\ddot{l} = m\cdot g \Rightarrow \ddot{l} = \frac{m\cdot g}{\frac{J}{r^2}+m} = k$$ (en konst.)

$\ddot{l} = k$ har lösningen $l(t) = k\cdot\frac{t^2}{2} + C_1\cdot t + C_2$

$$\left.\begin{array}{l} \text{Randvillkor } l(0) = 0 = C_2 \\ \dot{l} = k\cdot t + C_1 \Rightarrow \dot{l}(0) = 0 = C_1 \end{array}\right\}$$ Systemet i vila enligt texten

Vidare $l(t_1) = L = k\cdot\frac{t_1^2}{2} = \frac{m\cdot g\cdot r^2}{J + r_2\cdot m}\cdot\frac{t_1^2}{2}$;

$J + r_2\cdot m = \frac{m\cdot g\cdot r^2\cdot t_1^2}{2L}$ eller

$$J = \frac{m\cdot g\cdot r^2\cdot t_1^2}{2L} - r^2\cdot m$$ SVAR