Hjälpmedel: Beta, Standard math. tabels, typgodkänd räknedosa(icke-programmerbar)
MATEMATIK Telefon: 0762186654
Chalmers tekniska högskola 2005–01–15 kl. 08.30–13.30

**TMA132 Fourieranalys F2/Kf2, 5 poäng, LÖSNIGAR**

:

OBS! Ange namn, personnummer samt linje och inskrivningsår.

---

OBS! Skriv namn och personnummer på samtliga inlämnade papper.

1. Utveckla funktionen $f(x) = x^3, 1 < x < 2$, $f(x) = 0, 0 < x < 1$ i serie $\sum c_k J_3(\mu_k x/2)$ på intervallet $(0, 2)$ där $\mu_k$ är positiva nollställen av $J_3'$.

2. Ett ringformigt membran $1 \le r \le 3$ i polära koordinater har innre randen $r = 1$ fixerad, medan den yttre randen $r = 3$ vibrerar med vinkelfrekvensen $\omega$ och samma amplituden 2 för alla punkter på den yttre randen. Membranets rotationssymmetriska vibrationer beskrivs av ekvationerna

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + c^2 \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(r\frac{\partial u}{\partial r}), 1 < r < 3, t > 0, u(1,t) = 0, u(3,t) = 2\sin(\omega t). \quad (1)$$

Bestäm den stationära rotationssymmetriska svängningsrörelsen, dvs. en lösning på formen $u(r,t) = v(r)\sin\omega t$. För vilka $\omega$ finns en sådon lösning??

3. Med hjälp av konforma avbildningen till det övre halvplanet hitta en harmonisk funktion $u(x, y)$ i enhetsdisken $x^2 + y^2 < 1$ som har på cirkeln $x^2 + y^2 = 1$, eller $r = 1$ i polära koordinater $r, \theta$, gränsvärdena $u = 1$ på cirkelbågen $0 < \theta < \pi/4$ och $u = 0$ på resten av cirkeln.

4. Funktionen $f(t)$ har Fouriertransformen

$$\hat{f}(\omega) = \frac{\omega^2\theta(\omega)}{(1 + \omega^2})^2$$

där $\theta(\omega)$ är Heavisides funktion. Beräkna $\int\limits_{-\infty}^{\infty} f(t)e^{-|t|}\mathrm{sgn}t\; dt$

5. Lös Laplaceekvationen

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0$$

i rektangeln $0 < x < \pi$, $0 < y < 1$ med gränsvilkoren $u(0, y) = 0, u_x(\pi, y) = 0, u(x, 0) = u(x, 1) = \sin(x/2)$.

6. Lös problemet

$$\begin{cases} u_{xx} = u_t + u, & 0 < x < \pi/2, t > 0, \\ u(0,t) = 1, u(\pi/2, t) = 0, & u(x, 0) = \cos(x) \end{cases}$$

7. a) Ortogonala och ortonormala funktionssystem. Hur transformerar man ett ortogonalt system till ett ortonormalt system? Fullständiga system.

   b) Konformavbildningar och ström. Nivåkurvor.

8. Härleda formeln för genererande funktion för Besselfunktioner.

Varje uppgift kan ge max. 8 p. Skrivningen beräknas färdigrättas fredagen 28.jan.

G.Rozenblioum

GR