CHALMERS TEKNISKA HÖGSKOLA 2011-08-16
Teknisk Fysik 14.00-18.00
Sal: V

Tentamen i Optik för F2 (FFY091)

Lärare: Bengt-Erik Mellander, tel. 772 3340.

Hjälpmedel: Typgodkänd räknare, Physics Handbook, Mathematics Handbook.

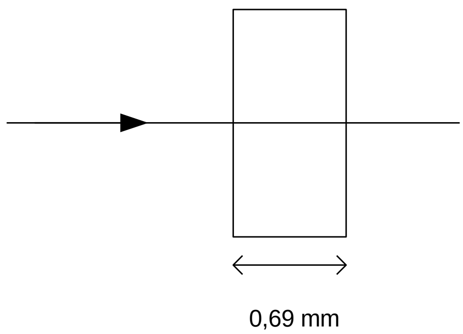
Poänggränser: Betyg 3: 8 p; Betyg 4: 12 p; Betyg 5: 16 p
Förslag på lösningar anslås vid Fysiks entré, Kemigården 1, efter skrivningstidens slut.
Resultatet kommer att vara klart 2011-09-02.
Granskning kan ske 2011-09-02 kl. 11.45-12.15 i Studentcentrum Origo, 1 tr. upp, och därefter vid Lärarservice (bredvid Fysikbiblioteket) under deras ordinarie öppettider.

---

1 a) En planparallell kristallplatta, 0,69 mm tjock, belyses med vinkelrätt infallande gult ljus, våglängd 589,3 nm. Plattan beskrivs av Jonesmatrisen nedan.

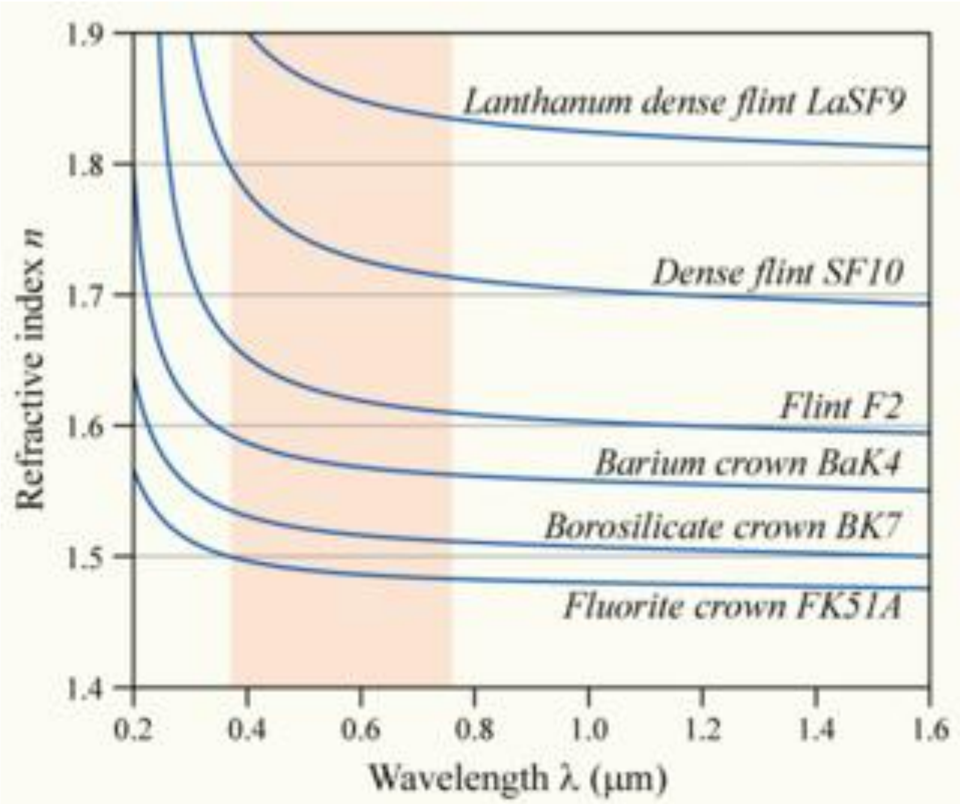
$$\frac{1}{2\sqrt{2}}\begin{pmatrix} 1+\sqrt{3} & -1+\sqrt{3} \\ 1-\sqrt{3} & 1+\sqrt{3} \end{pmatrix}$$

i) Beskriv hur plattan påverkar polarisationen hos olika typer av infallande linjär- och cirkulärpolariserat ljus. (2p)
ii) Vilken kristall kan det vara och hur är den orienterad? Motivera! (1p)



b) Förklara varför den extraordinära strålen i ett dubbelbrytande material ibland inte tycks följa brytningslagen. Visa och förklara fall då den följer respektive inte följer brytningslagen. (Diskutera utgående från Fresnels hastighetsytor).(2 p)

2. Beräkna grupp- och fashastighet i flintglas (Flint F2) vid våglängden 400 nm med hjälp av figuren nedan. (4p)



3. Ett teleobjektiv kan i sin mest förenklade form bestå av en positiv och en negativ lins. Antag att linserna är tunna, att de har fokaldistanserna +10 respektive -5,0 cm och att avståndet mellan dem är 8,0 cm. Bestäm linssystemets fokaldistans samt läget för fokuspunkterna och linssystemets huvudplan (rita figur). (3p)

4. En Michelsoninterferometer är uppställd så att den visar tydliga interferensfransar när man använder en ljuskälla som avger vitt ljus. Ljuskällan byts sedan mot en Na-lampa som ger två våglängder, 589,0 nm och 589,6 nm. Den ena spegeln flyttas nu bort från stråldelaren tills dess att fransvisibiliteten når ett minimum. Hur lång sträcka har spegeln flyttats? (4p)

5. En 100 tums (mätt på diagonalen) HD-TV har 1920 x 1080 kvadratiska pixlar (bildelement) och bilden uppdateras 50 gånger per sekund. Hur långt från denna TV skall man sitta om man inte skall kunna urskilja pixlarna i bilden? Gör lämpliga antaganden! (4p)

Formella regler: För att få full poäng på tentamensproblem krävs:
att uppställda samband motiveras så att lösningsgången lätt kan följas
att samtliga införda symboler definieras
att rätt svar med rätt enhet avges.

Avsluta alla beräkningsproblem med ett tydligt, inramat **Svar**

Formler:

Airy-funktionen:

$$\frac{I_t}{I_o} = \frac{T^2}{(1-R)^2} \frac{1}{1+\frac{4R}{(1-R)^2} Sin^2 \frac{\delta}{2}}$$

Jonesvektorer/matriser:

Horisontell $\mathscr{P}$ $\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$ Vertikal $\mathscr{P}$ $\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$

Vänstercirkulärpolarisation $\mathscr{L}$ $\frac{1}{\sqrt{2}}\begin{bmatrix} 1 \\ i \end{bmatrix}$

Högercirkulärpolarisation $\mathscr{R}$ $\frac{1}{\sqrt{2}}\begin{bmatrix} 1 \\ -i \end{bmatrix}$

Planpolarisator horisontell $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$

Planpolarisator vertikal $\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

λ/4-platta, snabba axeln vertikal $e^{i\pi/4}\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -i \end{bmatrix}$

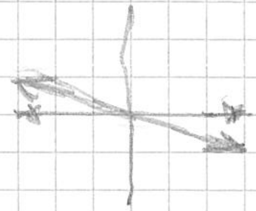
λ/4-platta, snabba axeln horisontell $e^{i\pi/4}\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & i \end{bmatrix}$

~~OPTIK~~ OPTIK för F2 — 2011-08-16

Förslag till lösningar

1 a) testa med linjärpol. ljus in

$$\frac{1}{2\sqrt{2}}\begin{pmatrix}1+\sqrt{3} & -1+\sqrt{3}\\ 1-\sqrt{3} & 1+\sqrt{3}\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix} = \frac{1}{2\sqrt{2}}\begin{pmatrix}1+\sqrt{3}\\1-\sqrt{3}\end{pmatrix}$$



vinkel: $\tan\varphi = \frac{1-\sqrt{3}}{4\sqrt{3}}$

$\Rightarrow \varphi = -15^\circ$

$$\frac{1}{2\sqrt{2}}\begin{pmatrix} & \end{pmatrix}\begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix} = \frac{1}{2\sqrt{2}}\begin{pmatrix}-1+\sqrt{3}\\1+\sqrt{3}\end{pmatrix}$$

$\Rightarrow \varphi = +15^\circ$

allm. $\begin{pmatrix} & \end{pmatrix}\begin{pmatrix}\cos\alpha\\ \sin\alpha\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}\cos(\alpha-15^\circ)\\ \sin(\alpha-15^\circ)\end{pmatrix}$ ∴ alltså vrider polarisationsplanet 15° åt höger

↑ planpol, vinkel α

test med cirkulärpol. ljus:

$$\begin{pmatrix}1+\sqrt{3} & -1+\sqrt{3}\\ 1-\sqrt{3} & 1+\sqrt{3}\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1\\-i\end{pmatrix} = \left(1+\sqrt{3} - i(-1+\sqrt{3})\right)\begin{pmatrix}1\\-i\end{pmatrix}$$

Ingen påverkan på polarisationen – fortfarande cirkulärpolariserat

Slutsats: Detta är ett optiskt aktivt material. Kan det vara kvarts? Kvarts kan vara både vänster och högervridande. Enligt Physics Handbook under kvarts $21{,}724^\circ$ vid denna våglängd per mm.

$0{,}69 * \cancel{2}21{,}724 = 15{,}0^\circ$.

$\boxed{\text{Svar: Kristallen består av kvarts, optiska axeln är parallell med infallande ljusets utbredning}}$

1b) Visa fall med olika vinkel för o.a.

2) $v = \frac{\omega}{k} = \frac{c}{n}$ $\quad v_g = \frac{d\omega}{dk}$ $\quad \omega = kc/n$

$$v_g = \frac{c}{n}\frac{dk}{dk} + kc\frac{d(1/n)}{dk} = \frac{c}{n} - kc\frac{1}{n^2}\frac{dn}{dk} =$$

$$= \frac{c}{n}\left(1 - \frac{2\pi}{\lambda \cdot n}\frac{dn}{d(2\pi/\lambda)}\right) =$$

$$= v\left(1 + \frac{2\pi}{\lambda \cdot n}\frac{\lambda^2}{2\pi}\frac{dn}{d\lambda}\right)$$

$$\Rightarrow v_g = v\left(1 + \frac{\lambda}{n}\frac{dn}{d\lambda}\right)$$

men detta är λ i mediet, dvs: $\lambda = \lambda_0/n$

där λ_0 är vakuumvåglängd $\approx$ luftvåglängd

$$\frac{d\lambda}{dn} = \frac{d(\lambda_0/n)}{dn} = \frac{d\lambda_0}{dn}\cdot\frac{1}{n} + \lambda_0\left(-\frac{1}{n^2}\right)$$

$$\frac{\lambda}{n}\frac{dn}{d\lambda} = \frac{\lambda_0}{n^2}\frac{1}{\underbrace{\frac{1}{n}\frac{d\lambda_0}{dn}}_{\text{"stor"}} - \underbrace{\lambda_0\frac{1}{n^2}}_{\text{försumbar}}} \approx \frac{\lambda_0}{n}\frac{dn}{d\lambda_0}$$

Ur diagram: $n \approx 1{,}65$

$$\frac{dn}{d\lambda_0} \approx -0{,}33\,(\mu m)^{-1} = -0{,}33\cdot 10^{6}\ m^{-1}$$

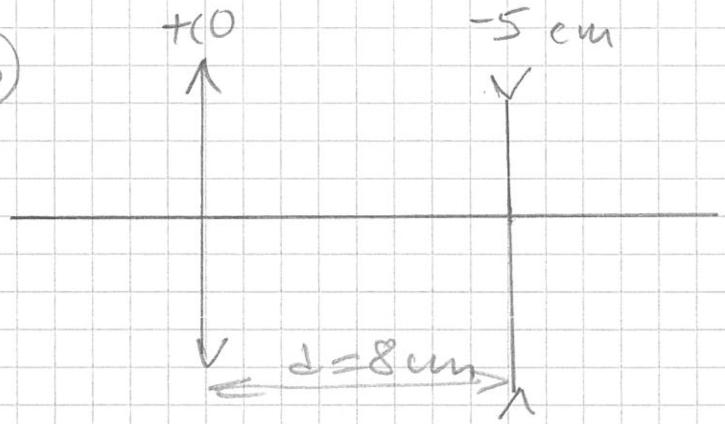
$$v = \frac{c}{n} = \frac{3\cdot 10^8}{1{,}65} = 1{,}81\cdot 10^8\ m/s$$

$$v_g = v\left(1 + \frac{\lambda_0}{n}\frac{dn}{d\lambda_0}\right) = v\left(1 - \frac{400\cdot 10^{-9}}{1{,}65}\cdot 0{,}33\cdot 10^{6}\right) =$$

$$= 0{,}92\,v = 1{,}67\cdot 10^{8}\ m/s$$

$$\boxed{\begin{array}{ll} \underline{\text{Svar}} & v = 1{,}81\cdot 10^8\ m/s \\ & v_g = 1{,}67\cdot 10^8\ m/s \end{array}}$$

(3)



Linssystemets fokallängd =

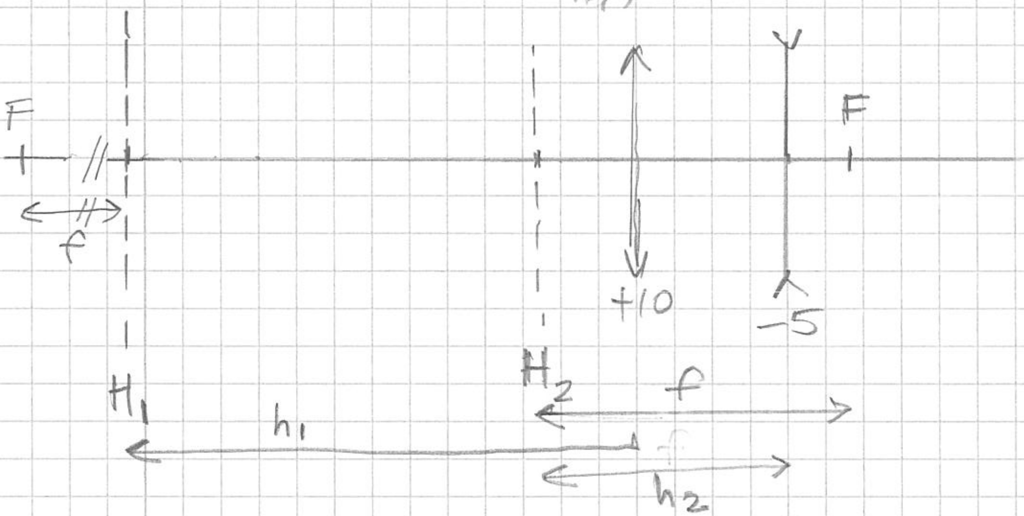
$$\frac{1}{f} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} - \frac{1}{f_1}\frac{1}{f_2}d = \frac{1}{10} + \frac{1}{-5} + \frac{8}{50} \Rightarrow f = 16{,}67\text{ cm}$$

detta avstånd räknas från huvudplanen

Huvudplan H_1 och H_2

$$h_2 = \frac{D_1 d}{D} = \frac{\frac{1}{10}\cdot 8}{\frac{1}{16{,}7}} = 13{,}33\text{ cm}$$ till vänster om neg. lins

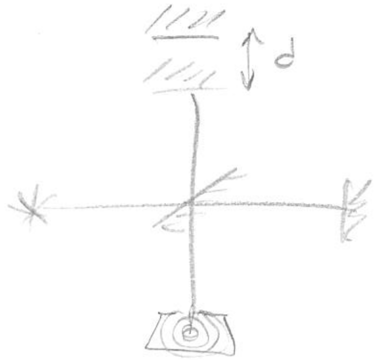
$$h_1 = \frac{D_2 d}{D} = \frac{\frac{1}{-5}\cdot 8}{\frac{1}{16{,}7}} = -26{,}7\text{ cm}$$



Detta går också att ta fram med strålkonstruktion

Svar: Fokaldistans: 16,7 cm
Fokus 3,3 cm till höger om negativa linsen
—"— 43,3 cm till vänster om positiva linsen
H_1 är 26,7 cm till ——— " ———
H_2 är 13,3 cm till vänster om neg. linsen

4)



Om man skull se interferensfranser med vitt ljus måste armlängderna vara lika pga den korta koherenslängden

Na-ljus: $\lambda_1 = 589{,}0\ nm$, $\lambda_2 = 589{,}6\ nm$ } mkt större koherenslängd

Varje våglängd ger ett interferensmönster, om de två mönstren är förskjutna så att min faller på max blir visibiliteten noll.

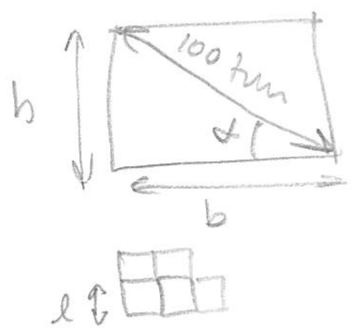
Vägskillnad: $2d = \left(m + \frac{1}{2}\right)\lambda_1 = m\lambda_2$

$$m = \frac{\lambda_1/2}{-(\lambda_1 - \lambda_2)} = \frac{589}{0{,}6 \cdot 2} = 490{,}83$$

$$d = \frac{m}{2}\lambda_2 = \frac{491}{2} \cdot 589{,}6 \cdot 10^{-9} = 1{,}45 \cdot 10^{-4}\ m = 0{,}145\ mm$$

$\boxed{\text{Svar: spegeln har flyttats } 0{,}145\ mm}$

5)



100 tum = 254 cm

1920 x 1080 pixlar

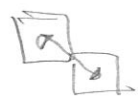
Pixlarna är kvadratiska

$\tan\alpha = \frac{1080}{1920} \Rightarrow \alpha = 29{,}36°$

$h = 254 \cdot \sin 29{,}36° = 124{,}5 \text{ cm}$

Pixelns sidolängd: $\frac{124{,}5}{1080} = 0{,}115$ cm

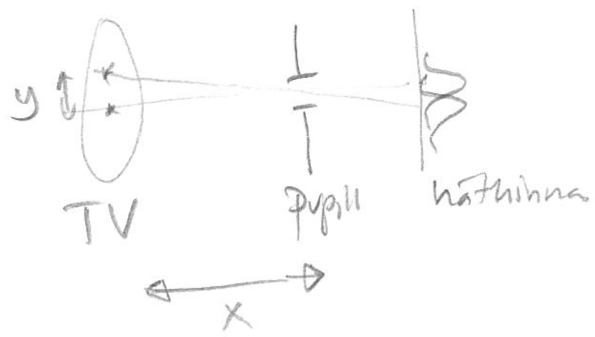
Diagonala avståndet mellan två pixlar:



$0.115 \cdot \sqrt{2} = 0{,}16$ cm

Upplösningsgräns enligt Rayleigh:

$\sin\varphi = \frac{1{,}22\lambda}{D}$ D pupilldiameter



$\tan\varphi = \frac{y}{x}$

små vinklar: $\sin\varphi \approx \tan\varphi$

Antag för enkelhets skull att ögats upplösning är diffraktionsbegränsad och att all brytning sker i medier med $n=1$. Pupilldiameter sätts t.ex. till 3 mm.
$\lambda \approx 500$ nm

$X = \frac{y \cdot D}{1{,}22 \cdot \lambda} = \frac{0{,}16 \cdot 10^{-2} \cdot 3 \cdot 10^{-3}}{1{,}22 \cdot 500 \cdot 10^{-9}} = 7{,}9$ m

Svar ca 8 m avstånd till TVn!