

Tentamen i Optik för F2 (FFY091)

Lärare: Bengt-Erik Mellander, tel. 772 3340

Hjälpmedel: Typgodkänd räknare, Physics Handbook, Mathematics Handbook.

Poänggränser: Betyg 3: 8 p; Betyg 4: 12 p; Betyg 5: 16 p

Förslag på lösningar till tentan anslås vid Fysiks entré efter skrivningstidens slut.

Rättningen kommer att vara klar 2011-04-04.

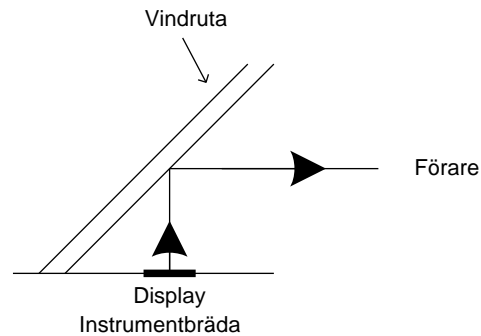
Granskning kan ske 2011-04-04 kl. 11.45-12.15 i Kansli Fysik (Lärarservice bredvid Fysikbiblioteket) och därefter under lärarservice ordinarie öppettider.

- Nicols prisma används för att framställa planpolariserat ljus. Förklara prismats konstruktion och varför kanadabalsam används. (2 p)
 - Beskriv och förklara några observationer som kan göras om planpolariserat vitt ljus passerar genom en glasbehållare med optiskt aktiv sockerlösning. (2 p)
 - Vad karakteriserar en optisk komponent som beskrivs av nedanstående Jonesmatris?
(2 p)

$$\begin{pmatrix} \cos \beta & -\sin \beta \\ \sin \beta & \cos \beta \end{pmatrix}$$

- Bestäm den maximala vinkeln mellan ordinär och extraordinär stråle i en kalkspatkristall ($n_o=1,6585$ och $n_{eO}=1,4864$). (OBS: tydlig figur som visar strålgången ger delpoäng även om man inte lyckas få fram ett slutsvar.) (4 p)
- Avståndet mellan ett linssystemens båda fokus är 65 cm. Ett föremål avbildas på en skärm med hjälp av linssystemet, avståndet föremål till bild är 130 cm, bilden är inverterad (upp-och-ner) och är 1,5 gånger större än föremålet. Beräkna avståndet mellan systemets huvudplan. (4 p)
- En biltillverkare har planer på att installera en så kallad Head-up display i sina bilar. Displayen monteras på instrumentbrädan så att bilisten kan se reflexionen av den röda ($\lambda = 625$ nm) texten från LED-displayen i nedre delen av vindrutans normal. Bilföraren ser ljuset reflekteras i 45 graders vinkel mot vindrutans normal. För att kunna se displaytexten tydligt vill man utnyttja tunnfilmsinterferens genom att belägga vindrutans

insida med en tunn film av magnesiumfluorid med brytningsindex $n = 1.38$. Vilken minsta tjocklek bör filmen ha för att få maximalt med ljus från displayen att reflekteras mot föraren? (3p)



5. Man vill konstruera ett interferensfilter för att studera emission från vätgas i galaxer. Den emitterade strålningen har våglängden $656,3 \text{ nm}$ men på grund av galaxernas rörelse (s.k. rödskift på grund av att galaxerna avlägsnar sig från oss) vill man att filtret skall släppa igenom ett våglängdsband från 656 till 667 nm . Interferensfiltret är konstruerat så att de två reflekterande skikten (reflektans $95,5\%$) separeras av ett skikt med brytningsindex $1,52$. Bestäm detta skikts tjocklek. Antag vinkelrätt infall. (3 p)

Formler: Airy-funktionen

$$\frac{I_t}{I_o} = \frac{T^2}{(1-R)^2} \frac{1}{1 + \frac{4R}{(1-R)^2} \sin^2 \frac{\delta}{2}}$$

Jonesvektorer/matriser:

$$\text{Horisontell } \mathcal{P} \quad \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad \text{Vertikal } \mathcal{P} \quad \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\text{Vänstercirkulärpolarisation } \mathcal{L} \quad \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ i \end{bmatrix}$$

$$\text{Högercirkulärpolarisation } \mathcal{R} \quad \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ -i \end{bmatrix}$$

$$\text{Planpolarisator horisontell} \quad \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\text{Planpolarisator vertikal} \quad \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\lambda/4\text{-platta, snabba axeln vertikal} \quad e^{i\pi/4} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -i \end{bmatrix}$$

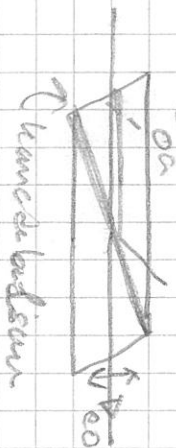
$$\lambda/4\text{-platta, snabba axeln horisontell} \quad e^{i\pi/4} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & i \end{bmatrix}$$

Formella regler: För att få full poäng på tentamensproblem krävs:
att uppställda samband motiveras så att lösningsgången lätt kan följas
att samtliga införda symboler definieras
att rätt svar med rätt enhet avges.
Avsluta alla beräkningsproblem med ett tydligt, inramat **Svar**

Förslag till lösningar:

1a) Nicol: se Heurt s. 344

Winnakublasen har brytningsindex mellan n_o och n_{e0} för kalcit, o står för dubbelstrålar ($n_o > n_{e0}$), o o står för det inre



frå kalcitprismen "rimmade med kornen" bildsam

1b) t.ex. polarisationsplanet vid s p.g.a. Soledensningens optiska aktivitet,

Meny p.g.a. rotationsdispersion vid s olika våglängder olika vinklar i film sidan av behållaren ser det spridda ljuset färgigt ut eftersom bara ljus som är spiltt de polarisationen är "↑" är synligt från sidan.

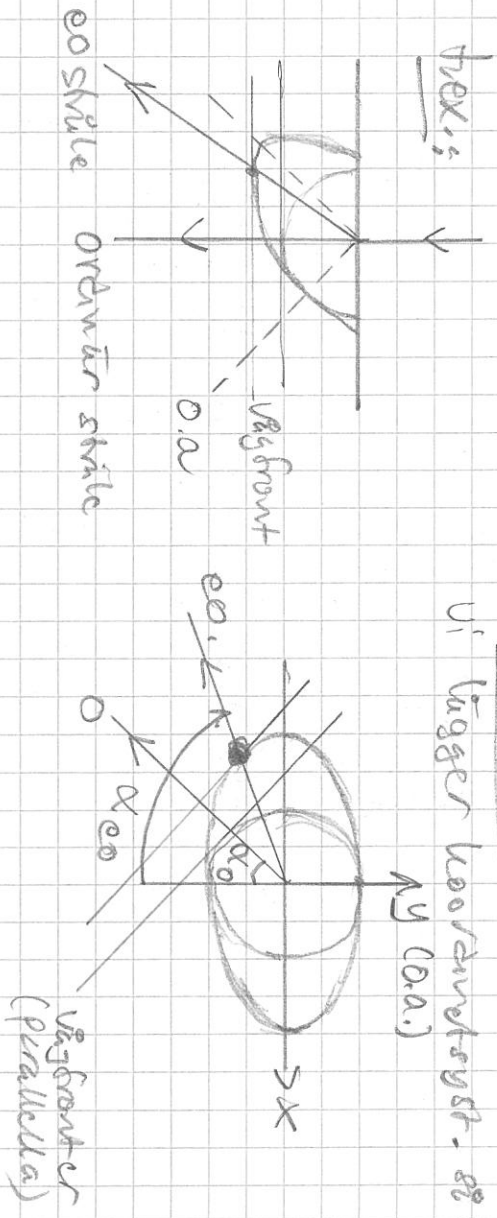
1c) $\begin{pmatrix} \cos \beta & -\sin \beta \\ \sin \beta & \cos \beta \end{pmatrix}$ beskriver en komponent som vidler polariserat - planet hos planpolariserat ljus vinkeln β

t.ex. t.ex.

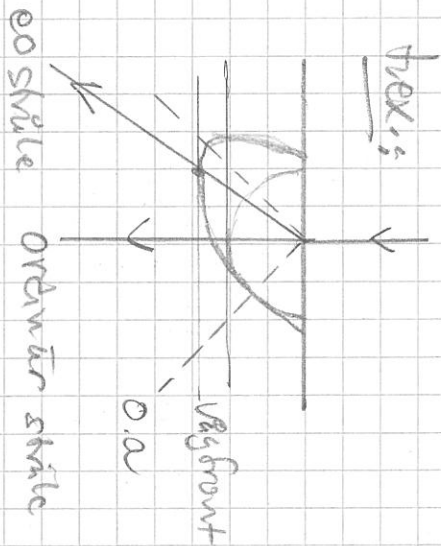
$\begin{pmatrix} \cos \beta & -\sin \beta \\ \sin \beta & \cos \beta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ prova för olika värden på β

Allmänt fall:

u_i ligger koordinationssystemet \bar{e}_i här



2) trax:



Aståndet ut till vågfronten är prop mot hastigheten

ellipsens elliv: och $n = \frac{c}{v}$

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \Rightarrow n_{e0}^2 x^2 + n_o^2 y^2 = \text{konst} = k$$

Storaxel \nearrow lillaxel

Vågfrontens elliv: (rät linje); $y = -x \tan \alpha_0$
differentiera:

ellips: $2n_{e0}^2 x dx + 2n_o^2 y dy = 0$

$$\Rightarrow \frac{dy}{dx} = -\frac{x}{y} \frac{n_{e0}^2}{n_o^2}$$

Vågfront: $\frac{dy}{dx} = -\tan \alpha_0$

$$\tan(\Delta x) = \tan(\alpha_{e0} - \alpha_o) = \frac{\tan \alpha_{e0} - \tan \alpha_o}{1 + \tan \alpha_{e0} \tan \alpha_o} =$$

Sätt koord. för skärningspunkten ellips-vågfront (*)

Som x_{e0}, y_{e0} : $\tan \alpha_o = \frac{x_{e0}}{y_{e0}} = \frac{x_{e0} n_{e0}^2}{y_{e0} n_o^2}$

$$\Rightarrow \tan \alpha_{e0} = \frac{x_{e0}}{y_{e0}} \tan \alpha_o$$

Anta: $\tan(\Delta x) = \frac{\left(\frac{n_o}{n_{e0}}\right)^2 \tan \alpha_o - \tan \alpha_o}{1 + \left(\frac{n_o}{n_{e0}}\right)^2 \tan \alpha_o} =$

$$= \frac{\left(\frac{n_o}{n_{e0}}\right)^2 - 1}{\tan \alpha_o} + \frac{\left(\frac{n_o}{n_{e0}}\right)^2 \tan \alpha_o}{\tan \alpha_o} = \frac{n_o^2 - n_{e0}^2}{n_{e0}^2 \cot \alpha_o + n_o^2 \tan \alpha_o}$$

2 parts)

SBu max:

$$\frac{d}{d\alpha_0} (\tan \Delta\alpha) = (n_0^2 - n_{eo}^2) \left(\frac{n_{eo}^2}{n_0^2} \frac{1}{\sin^2 \alpha_0} + n_0^2 \frac{1}{\cos^2 \alpha_0} \right) + n_0 n_{eo} \tan \alpha_0$$

$$\text{Set } = 0 \Rightarrow \frac{n_{eo}^2}{\sin^2 \alpha_0} = \frac{n_0^2}{\cos^2 \alpha_0} \Rightarrow \tan \alpha_0 = \frac{n_{eo}}{n_0}$$

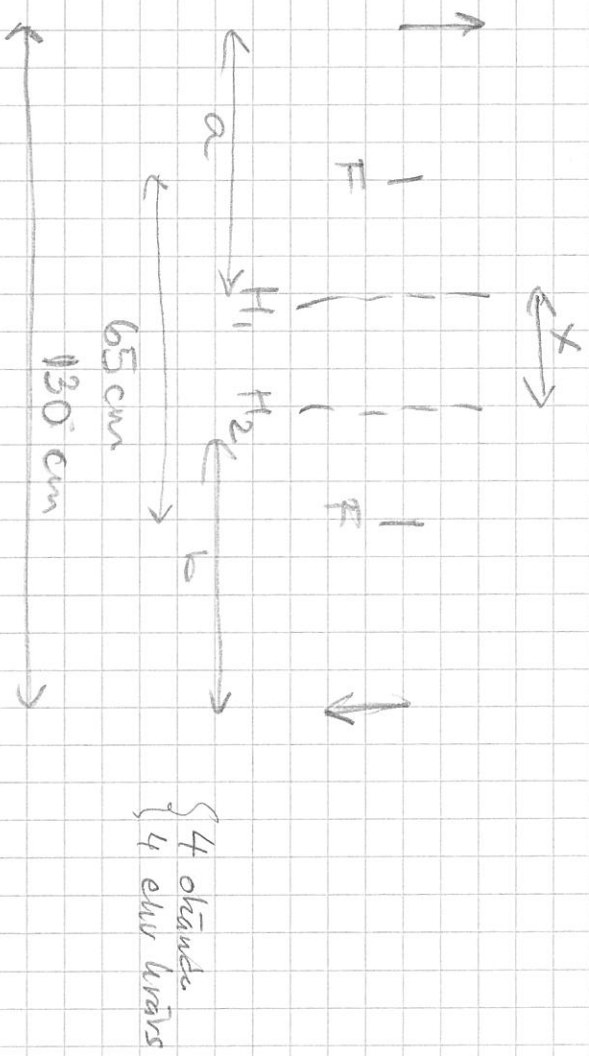
thus: $\alpha_0 = \arctan(n_{eo}/n_0)$

$$\begin{aligned} \tan(\Delta\alpha) &= \frac{\left(\frac{n_0}{n_{eo}}\right)^2 \left(\frac{n_{eo}}{n_0}\right) - \left(\frac{n_{eo}}{n_0}\right)}{1 + \left(\frac{n_0}{n_{eo}}\right)^2 \left(\frac{n_{eo}}{n_0}\right)^2} = \frac{n_0 - n_{eo}}{2n_0} \\ &= \frac{n_0^2 - n_{eo}^2}{2n_0 n_{eo}} = \frac{(16585)^2 - (14864)^2}{2 \cdot 16585 \cdot 14864} \end{aligned}$$

$$\rightarrow \Delta\alpha = 6,26^\circ$$

$$\boxed{\text{SBu } 6,26^\circ}$$

3)



$$2f + x = 65 \text{ cm} \rightarrow f = (65 - x)/2$$

$$a + b + x = 130 \text{ cm} \rightarrow 2,5a + x = 130$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{b}{a} &= 1,5 \\ \frac{1}{a} + \frac{1}{b} &= \frac{1}{f} \end{aligned} \right\} a = \frac{130 - x}{2,5}$$

$$\frac{2,5}{130 - x} + \frac{2,5}{1,5(130 - x)} = \frac{2}{65 - x}$$

$$\frac{2,5}{130 - x} \left(1 + \frac{1}{1,5} \right) = \frac{2}{65 - x}$$

$\frac{5}{3}$

$$\frac{5}{3}(65 - x) \cdot 2,5 = 2(130 - x)$$

$$\frac{65}{6} = \frac{25}{6}x - 2x = -\frac{13}{6}x$$

$$x = 5 \text{ cm}$$

$$\boxed{\text{Svar: } 5 \text{ cm}}$$

4)

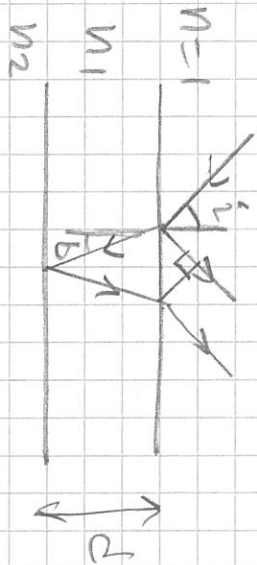


$$\begin{aligned} \theta &= 45^\circ \\ n_1 &= 1,38 \\ n_2 &= 1,50 \end{aligned}$$

Optisk vägskillnad mellan strålena

$$2n_1 d \cos b$$

(frånstråleinterferens)



Villkor för konstruktiv interferens

$$2n_1 d \cos b = m\lambda$$

$$d = \frac{m\lambda}{2n_1 \cos b}$$

Brydningslagen: $\sin i = n_1 \sin b$

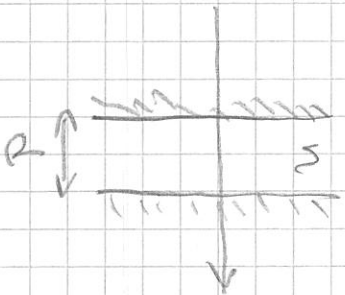
$$\Rightarrow b = 30,8^\circ$$

$$d = \frac{625 \cdot 10^{-9}}{2 \cdot 1,38 \cdot \cos 30,8^\circ} = 2,164 \cdot 10^{-7} \text{ m}$$

Svar: $0,216 \mu\text{m}$

5)

Interferens filter



$$M_{\text{ax}}: 2nd = m\lambda$$

$$R = \frac{\lambda}{\Delta\lambda} = \frac{m\pi\sqrt{R}}{1-R}$$

$$\Rightarrow m = \frac{(1-R)\lambda}{\Delta\lambda \pi \sqrt{R}}$$

$$\text{d}r \quad m = \frac{2nd}{\lambda}$$

$$\Rightarrow d = \frac{m\lambda}{2n} = \frac{(1-R)\lambda \cdot \lambda}{\Delta\lambda \pi \sqrt{R} \cdot 2n} =$$

$$d = \frac{(1-0,955) \cdot (662 \cdot 10^{-9})^2}{11 \cdot 10^{-9} \cdot \pi \sqrt{0,955} \cdot 2 \cdot 1,52} =$$

$$= 1,92 \cdot 10^{-7} \text{ m}$$

$$\underline{\underline{\text{Svar: } 1,9 \cdot 10^{-7} \text{ m}}}$$