CHALMERS TEKNISKA HÖGSKOLA 2010-03-10
Teknisk Fysik 08.30-12.30
Sal: V

Tentamen i Optik för F2 (FFY091)

Lärare: Bengt-Erik Mellander, tel. 772 3340

Hjälpmedel: Typgodkänd räknare, Physics Handbook, Mathematics Handbook.

Poänggränser: Betyg 3: 8 p; Betyg 4: 12 p; Betyg 5: 16 p
Förslag på lösningar till tentan anslås vid Fysiks entré efter skrivningstidens slut.
Rättningen kommer att vara klar 2010-03-26.
Granskning kan ske 2010-03-26 kl. 11.45-12.15 i Kansli Fysik (Lärarservice bredvid Fysikbiblioteket) och därefter under lärarservice ordinarie öppettider.

---

1. a) Filmen Avatar ger ett tredimensionellt intryck genom att varannan bild som når åskådaren är vänstercirkulärpolariserad och varannan högercirkulärpolariserad. Biobesökarna utrustas därför med glasögon där den ena ”linsen” släpper igenom vänstercirkulärpolariserat ljus men inte högercirkulärpolariserat och vise versa. Beskriv hur dessa glasögon kan vara konstruerade. (2p)

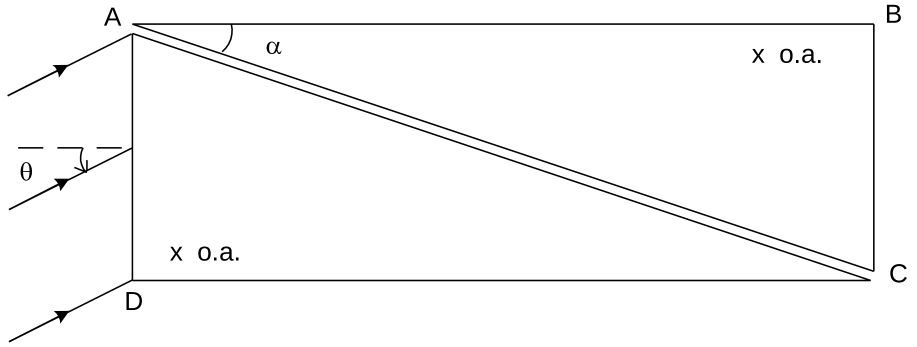
   b) Vad karakteriserar en optisk komponent som beskrivs av nedanstående Jonesmatris?

$$\frac{1}{2}\begin{bmatrix} 1 & i \\ -i & 1 \end{bmatrix} \quad \text{(2p)}$$

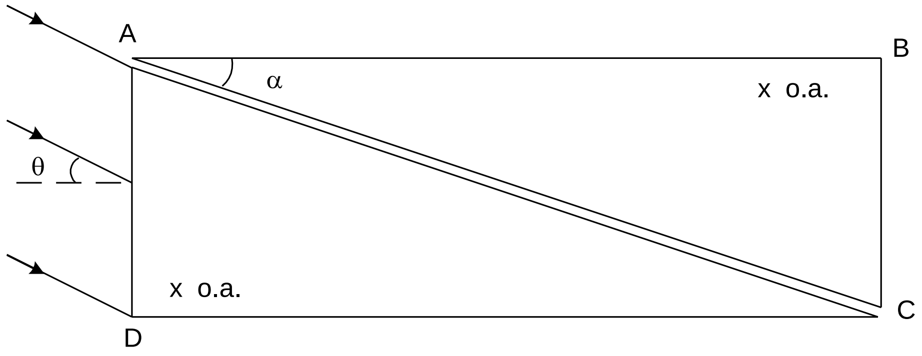
   c) Beskriv kortfattat två monokromatiska linsfel. (2p)

2. Figuren nedan visar ett så kallat polarisationsprisma som har formen av ett rätblock vars sida ABCD är vinkelrät mot optiska axeln. Prismats två halvor är separerade en aning och mellanrummet är fyllt med ett genomskinligt lim med brytningsindex n = 1,540. En bred stråle med parallellt opolariserat ljus faller in mot prismats sida AD och alltså vinkelrätt mot optiska axeln. För vilka infallsvinklar θ (positiva och negativa) lämnar planpolariserat ljus sidan BC? Vinkeln α=11,5°, brytningsindex för prismat är n_o = 1,650 och n_{eo} = 1,486. (Bortse från strålar som reflekteras i långsidorna AB och DC.) (4p)

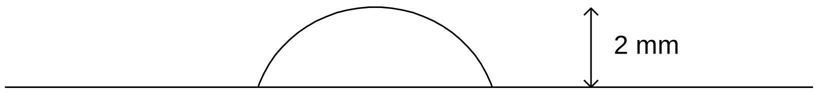
   Figuren nedan visar positiva θ-värden:



Figuren nedan visar negativa θ-värden:



3. Om man tittar genom en liten vattendroppe som ligger på en yta ser man en förstorad bild av ytan. Vilken krökningsradie har droppens (sfäriskt krökta) yta om förstoringen är 1,25 gånger och droppens tjocklek är 2,0 mm? Vatten har brytningsindex 1,33. (4p)



4. I Fraunhoferdiffraktionsmönstret från ett gitter är intensiteten noll där tredje ordningens principalmax borde vara. Intensiteten är skiljd från noll där första och andra ordningens principalmax skall vara. Ange förhållandet mellan spaltseparation och spaltbredd för **två** fall där detta uppstår, skissa intensiteten i varje fall. (3p)

5. Spionkameror göms ofta bakom ett mycket litet hål (t.ex. i en tapet) för att de inte skall upptäckas. Antag att hålet är 1,0 mm i diameter och att kamerans objektiv placeras precis bakom hålet. Om man med denna kamera fotograferar en text på avståndet 5,0 m från hålet, hur stort är avståndet mellan två punkter på texten som just kan upplösas? (Kan man läsa texten?) Antag att våglängden är 550 nm. (3p)

Formler:

Jonesvektorer/matriser:

Horisontell $\mathcal{P}$ $\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$ Vertikal $\mathcal{P}$ $\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$

Vänstercirkulärpolarisation $\mathcal{L}$ $\frac{1}{\sqrt{2}}\begin{bmatrix} 1 \\ i \end{bmatrix}$

Högercirkulärpolarisation $\mathcal{R}$ $\frac{1}{\sqrt{2}}\begin{bmatrix} 1 \\ -i \end{bmatrix}$

Planpolarisator horisontell $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$

Planpolarisator vertikal $\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

λ/4-platta, snabba axeln vertikal $e^{i\pi/4}\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -i \end{bmatrix}$

λ/4-platta, snabba axeln horisontell $e^{i\pi/4}\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & i \end{bmatrix}$

Formella regler: För att få full poäng på tentamensproblem krävs:

att uppställda samband motiveras så att lösningsgången lätt kan följas

att samtliga införda symboler definieras

att rätt svar med rätt enhet avges.

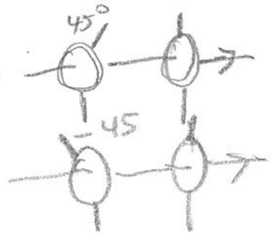
Avsluta alla beräkningsproblem med ett tydligt, inramat **Svar**

OPTIK för F2

2010-03-10

Förslag till lösningar:

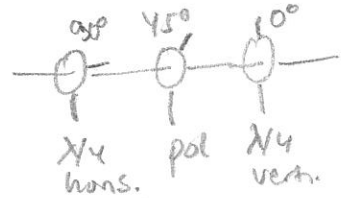
1) a)



en $\frac{\lambda}{4}$-platta orienteras +45° resp
-45° för de olika ögonen ger t.ex.
planpolariserat ljus ut som utesluter
det andra alternativet.

b) $\frac{1}{2}\begin{bmatrix} 1 & i \\ -i & 1 \end{bmatrix}$ testa t.ex. med olika ljus in –
det visar sig att i flera
fall får man högercirkulär polariserat
ljus ut, tex högercirkulärpol. ljus
in ger detsamma ut, planpol.
ljus in ger högercirkulärpol. ut
<u>men</u> vänstercirkulär pol. ljus in
ger intensiteten noll ut.

tex

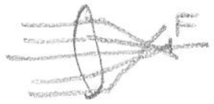


– erfordras ej som svar.

Ger alltså även högerc.pol. av opolariserat ljus.

c) Monokromatiska linsfel:

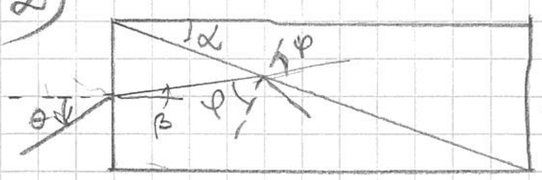
t.ex. <u>sfärisk aberration</u>
- strålar långt från axeln
brytz "för kraftigt"



<u>astigmatism</u>
olika fokalavstånd i olika plan,
tex i vertikal och i horisontalplanet.

eller något annat linsfel...

2)



lim $n = 1{,}540$ $\alpha = 11{,}5^\circ$

$n_o = 1{,}650$

$n_{eo} = 1{,}486$

totalreflektion för ordinär stråle mot limmet.

Villkor för totalreflektion $\sin\varphi \geq \frac{n_2}{n_1}$ dvs här $\frac{n}{n_o}$

Men $\left(\frac{\pi}{2} - \beta\right) + \left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) + \left(\frac{\pi}{2} - \varphi\right) = \pi$ satsen om triangelns vinkelsumma

$$\varphi = \frac{\pi}{2} - (\alpha + \beta)$$

$$\sin\left(\frac{\pi}{2} - (\alpha+\beta)\right) = \cos(\alpha+\beta) = \frac{n}{n_o}$$

$$\Rightarrow \beta = \arccos\frac{n}{n_o} - \alpha \quad (= 9{,}54^\circ)$$

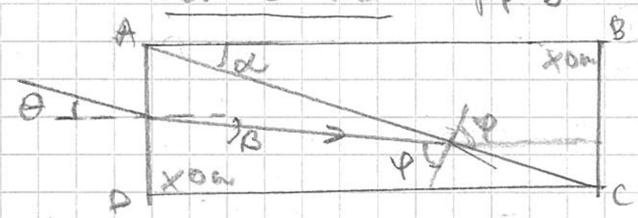
Brytningslagen:

$$\sin\theta = n_o \sin\beta = n_o\left(\sin\left(\arccos\frac{n}{n_o}\right) - \alpha\right) \Rightarrow$$

$\theta = 15{,}9^\circ$ Alltså för alla vinklar $0 < \theta < 15{,}9^\circ$

Den e.o. strålen går igenom och ut genom ytan "BC" om $\beta < 11{,}5^\circ$ – och det är den ju.

För $\theta < 0$ uppfylls kravet på totalreflektion för den ordinära strålen för alla värden på θ så länge strålen träffar limmet.



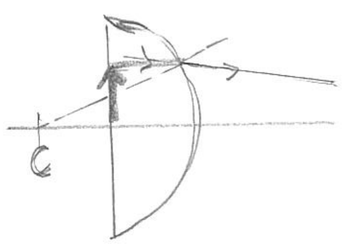
Första ytan: $\sin\theta = n_{eo}\sin\beta$ (brytningslagen gäller)

Om strålen träffar nära "A" kan β vara max $= \alpha$

$$\sin\theta = n_{eo}\sin\alpha \Rightarrow \theta = 17{,}2^\circ$$

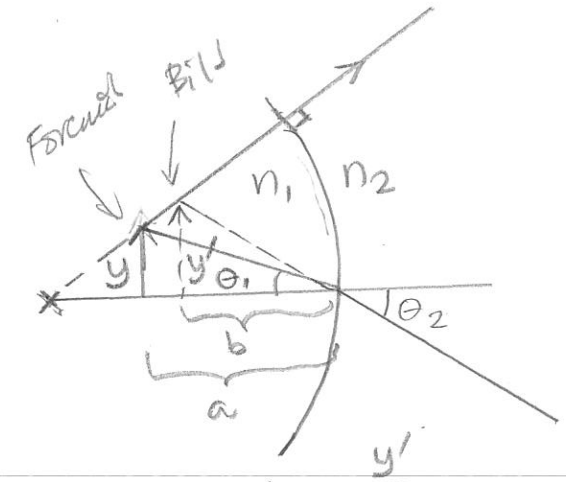
$$\boxed{\underline{\text{Svar:}}\ -17{,}2^\circ < \theta < 15{,}9^\circ}$$

3)



Vi får en virtuell bild

Förstoring vid sfärisk yta:



$n_1 = \frac{4}{3}$
$n_2 = 1$
$a = 2$ mm

Förstoring: $M = \frac{y'}{y}$

Brytningslagen: $n_1 \sin\theta_1 = n_2 \sin\theta_2$

Små vinklar $\sin\theta \approx \tan\theta \approx \theta$

$\tan\theta_1 = \frac{y}{a}$

$\tan\theta_2 = \frac{y'}{b}$

$\therefore \frac{n_1 y}{a} = \frac{n_2 y'}{b} \Rightarrow \frac{y'}{y} = \frac{n_1 b}{n_2 a} = M$

alltså: $b = \frac{n_2 a M}{n_1} = \frac{1 \cdot 2 \cdot 1{,}25}{4/3} = 1{,}875$ mm

Descartes formel:

$\frac{n_1}{a} + \frac{1}{-b} = \frac{1-n}{R} \rightarrow \frac{4}{3 \cdot 2} + \frac{1}{-b} = \frac{-1}{3R}$

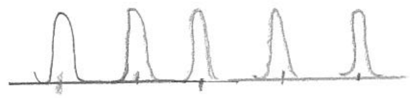
$\Rightarrow R = \frac{-5}{2}$ mm $= -2{,}5$ mm

Svar krökningsradien är 2,5 mm

(går också att räkna ut på andra sätt)

4) **Gitter:**

Interferens, många källor:

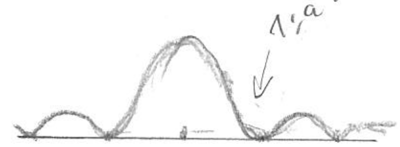


Max för $d \sin\theta = m\lambda$

m = heltal

d - spaltseparation

Diffraktion

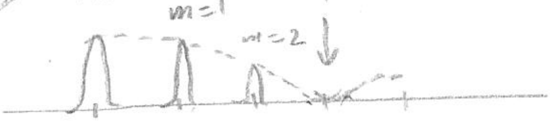


Min för $b \sin\theta = p\lambda$

p - heltal $\neq 0$

b = spaltbredd

Fall 1:



om 1:a diffraktionsmin faller på 3:e interferensmax:

$$\left.\begin{aligned} d \sin\theta &= 3\lambda \\ b \sin\theta &= 1\cdot\lambda \end{aligned}\right\} \quad \boxed{\frac{d}{b} = 3}$$

Fall 2:

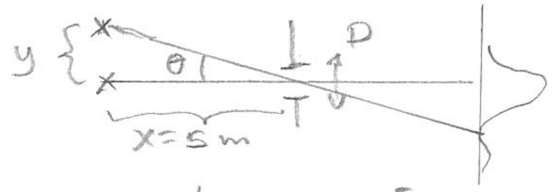
Man kan också tänka sig följande (2:a diffr. min faller på 3:e interf. max)

$$\left.\begin{aligned} d \sin\theta &= 3\lambda \\ b \sin\theta &= 2\lambda \end{aligned}\right\} \quad \boxed{\frac{d}{b} = \frac{3}{2}}$$

<u>Svar</u> $\frac{d}{b}$ är 3 eller 1,5

5)

$D = 1\,\text{mm}$



Upplösningsgräns enl Rayleigh

$\theta \simeq 1{,}22 \cdot \frac{\lambda}{D}$

$\tan\theta \simeq \theta \approx \frac{y}{x}$

$\therefore y = x \cdot 1{,}22 \cdot \lambda / D = \frac{5 \cdot 1{,}22 \cdot 550 \cdot 10^{-9}}{10^{-3}} =$

$= 3{,}4 \cdot 10^{-3}\,\text{m}$

<u>Svar</u>: Punkter 3,4 mm isär kan just upplösas, om diffraktionen sätter gränsen, det går alltså inte att läsa "vanlig text".