CHALMERS TEKNISKA HÖGSKOLA 2009-03-10
Teknisk Fysik 08.30-12.30
Sal: H

Tentamen i Optik för F2 (FFY091)

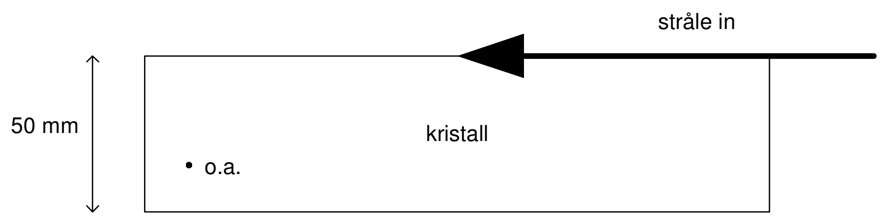
Lärare: Bengt-Erik Mellander, tel. 772 3340

Hjälpmedel: Typgodkänd räknare, Physics Handbook, Mathematics Handbook.

Poänggränser: Betyg 3: 8 p; Betyg 4: 12 p; Betyg 5: 16 p
Förslag på lösningar till tentan anslås vid Fysiks entré efter skrivningstidens slut.
Rättningsprotokollet anslås vid Kansli Fysik 2009-03-27 kl. 11.45.
Granskning kan ske 2009-03-27 kl. 11.45-12.15 i Kansli Fysik (Lärarservice bredvid Fysikbiblioteket) och därefter under lärarservice ordinarie öppettider.

---

1. En dubbelbrytande kristall har n_o=1,3090 och n_{eo}= 1,3104. Kristallen är skuren som en planparallell platta, 50 mm tjock och med optiska axeln parallell med ytan. En ljusstråle träffar plattan med infallsvinkel mycket nära 90°, d.v.s. strålen stryker utmed plattans yta. Strålen går vinkelrätt mot optiska axeln, se figuren nedan.
a) Skissa Fresnels hastighetsytor (vågutbredningen) och strålgången i kristallen. (2p)
b) Beräkna avståndet mellan de två strålar som träffar motstående sida. (2p)



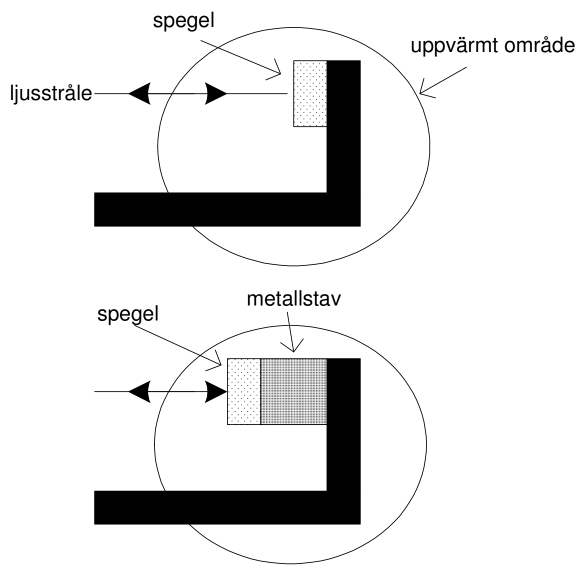
2. En blandning av opolariserat och elliptiskt polariserat ljus i form av en stråle i z-led passerar en linjärpolarisator. Då polarisatorns transmissionsriktning är i y-led är den transmitterade intensiteten minimal = I_o. Då polarisatorns transmissionsriktning är i x-led är den transmitterade intensiteten maximal = 1,5 I_o.
a) Om ljuset istället först får gå igenom en kvartsvåglängdsplatta (optiska axeln ligger i x-y planet) och sedan linjärpolarisatorn får man maximal intensitet för det transmitterade ljuset då linjärpolaristorns transmissionsriktning är 30° mot x-axeln. Hur stor är denna intensitet? (4p)
b) Hur stor del (intensitet) av det infallande ljuset är opolariserat? (1p)

3. Vi betraktar paraxiala parallella strålar genom en vattenfylld sfärisk glasskål med diametern 30 cm. Skålen befinner sig i luft och används för att avbilda solen på en skärm. Glasväggens tjocklek kan anses vara så liten att glasets inverkan är försumbar, vattnet har brytningsindex 1,33. Om man skall kunna följa solen under dagen måste skärmen vara en krökt (sfärisk) yta.
a) Beräkna skärmens krökningsradie. (1p)

b) beräkna läget för skålens huvudplan. (1p)
c) Om solen upptar en vinkel på 0,5° hur stor blir bilden av solen på skärmen (ange diametern)? (1p)
d) Hur stor blir intensiteten i bilden av solen på skärmen om vi för enkelhets skull antar att allt ljus som träffar skålen faktiskt når bilden och vidare att solljusets intensitet är 1,0 kW/m^2? (1p)

4. a) Man kan använda en Michelsoninterferometer för att mäta längdutvidgnings-koefficienten α, t.ex. för en metall. Mätningen utförs så att man fäster en metallstav bakom en av speglarna i interferometern. När man sedan värmer metallstaven flyttas spegeln och man studerar hur interferensmönstret ändras. Vid mätningen användes en He-Ne laser (λ= 632.8 nm) och metallstaven var 1,0 cm lång. När temperaturen ändrades från 20 till 60 °C räknade man att 37.4 fransar passerade. Som en kalibrering värmde man spegeln och dess infästning (utan metallstav) mellan samma temperaturer, då passerade 4,3 fransar (åt ”samma håll” som tidigare). Beräkna α för staven. (2p)
Ledning: $\alpha = \dfrac{\Delta L}{L \cdot \Delta T}$ där L är stavens längd, ΔL är längdändringen och ΔT är temperaturändringen.

.



Figuren visar Michelsoninterferometerarmens yttre del.

b) Beskriv i detalj hur man kan använda en Michelsoninterferometer för att bestämma brytningsindex hos luft. Ange lämpliga ekvationer som behövs för beräkningen. (2p)

5. En Fresnelzonplatta fungerar som en tunn positiv lins.
a) Uppskatta maximala intensiteten på zonplattans axel i förhållande till intensiteten hos det infallande ljuset om plattan har totalt 40 zoner, 20 av zonerna är alltså transparanta. (2p)
b) Beräkna zonplattans fokaldistans om den 40:e zonen har ytterradien 4,0 mm och det infallande ljuset har våglängden 700 nm. (1p)

Formler:

Jonesvektorer/matriser:

Horisontell $\mathscr{P}$ $\begin{bmatrix}1\\0\end{bmatrix}$ Vertikal $\mathscr{P}$ $\begin{bmatrix}0\\1\end{bmatrix}$

Vänstercirkulärpolarisation $\mathscr{L}$ $\frac{1}{\sqrt{2}}\begin{bmatrix}1\\i\end{bmatrix}$

Högercirkulärpolarisation $\mathscr{R}$ $\frac{1}{\sqrt{2}}\begin{bmatrix}1\\-i\end{bmatrix}$

Planpolarisator horisontell $\begin{bmatrix}1 & 0\\0 & 0\end{bmatrix}$

Planpolarisator vertikal $\begin{bmatrix}0 & 0\\0 & 1\end{bmatrix}$

λ/4-platta, snabba axeln vertikal $e^{i\pi/4}\begin{bmatrix}1 & 0\\0 & -i\end{bmatrix}$

λ/4-platta, snabba axeln horisontell $e^{i\pi/4}\begin{bmatrix}1 & 0\\0 & i\end{bmatrix}$

Formella regler: För att få full poäng på tentamensproblem krävs:
att uppställda samband motiveras så att lösningsgången lätt kan följas
att samtliga införda symboler definieras
att rätt svar med rätt enhet avges.
Avsluta alla beräkningsproblem med ett tydligt, inramat **Svar**

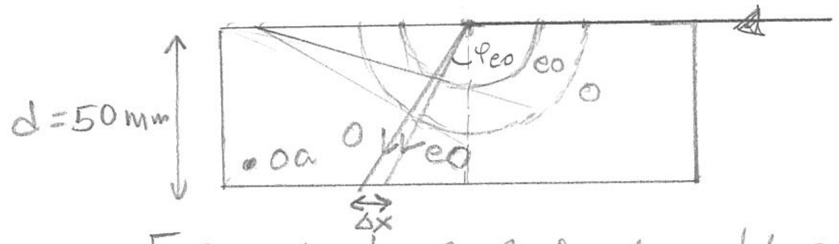
FFY091: OPTIK för F2 2009-03-10

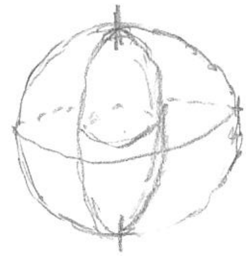
Förslag till lösningar:

1)

$n_o = 1{,}3090$
$n_e = 1{,}3104$

a)





Fresnels hastighetsytor blir cirklar för både o. och eo. stråle.

b) Brytningslagen gäller för båda strålarna

$1{,}0 \cdot \sin 90° = n_o \sin \varphi_o \quad \Rightarrow \varphi_o = 49{,}81295°$

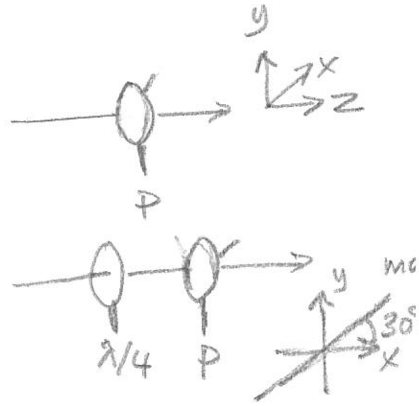
$1{,}0 \sin 90° = n_{eo} \sin \varphi_{eo} \quad \Rightarrow \varphi_{eo} = 49{,}74054°$

$\Delta x = d(\tan \varphi_o - \tan \varphi_{eo}) = 0{,}15 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{m}$

$\boxed{\text{Svar b: } 0{,}15\ \mathrm{mm}}$

2)

$$\begin{cases} I_x = 1{,}5\, I_0 = \frac{1}{2} I_{opol} + I_{x\,ellip.} \\ I_y = 1{,}0\, I_0 = \frac{1}{2} I_{opol} + I_{y\,ellip.} \end{cases}$$



$\frac{\lambda}{4}$-plattan transformerar elliptiskt till linjärpoleriserat (förskj. $\frac{\pi}{2}$)

$I \sim (\text{ampl.})^2$

$$\tan 30° = \frac{\sqrt{I_{y\,ellip}}}{\sqrt{I_{x\,ellip}}} = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow I_{x\,ellip} = 3\, I_{y\,ellip.}$$

lös ekv.systemet ovan: $\begin{cases} 1{,}5\, I_0 = \frac{1}{2} I_{opol} + 3\, I_{y\,ellip} \\ 1{,}0\, I_0 = \frac{1}{2} I_{opol} + I_{y\,ellip} \end{cases} \Rightarrow$

$\Rightarrow I_{x\,ellip} = 0{,}75\, I_0,\ I_{y\,ellip} = 0{,}25\, I_0,\ I_{opol} = 1{,}5\, I_0$

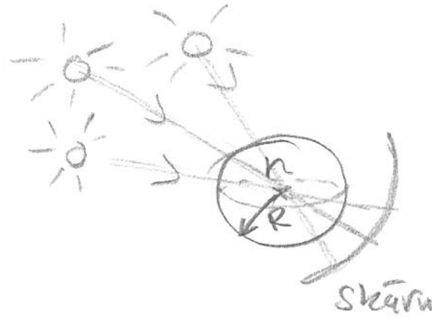
Max intensitet vid 30° är:

$I_{x\,ellip} + I_{y\,ell} + \frac{1}{2} I_{opol} = (0{,}75 + 0{,}25 + 0{,}75) I_0 = 1{,}75\, I_0$

"Opolarisationsgrad" $\frac{I_{opol}}{I_{tot}} = \frac{1{,}5\, I_0}{1{,}5\, I_0 + I_0} = 0{,}60$

$\boxed{\text{Svar: } 1{,}75\, I_0,\ 60\%}$

3)



$n = 1{,}33$
$R = 15$ cm

a) För alla riktnyer är strålgången ekvivalent d.v.s. skärmen måste vara en sfär koncentrisk med "vattenkulan" och med radien lika med kulans fokaldistans.

Descartes formel för brytning i sfärisk yta:

$$\frac{1}{\infty} + \frac{n}{b_1} = \frac{n-1}{R} \Rightarrow b_1 = \frac{Rn}{n-1} = 0{,}6045\,m$$

nästa yta:

$$\frac{n}{2R - \frac{Rn}{n-1}} + \frac{1}{b_2} = \frac{1-n}{-R} \Rightarrow b_2 = \frac{1}{\frac{1-n}{-R} - \frac{n}{2R - \frac{Rn}{n-1}}} = 0{,}15\,m$$

eller räknat med brytningsstyrkor

$$\mathcal{D}_1 = \frac{0{,}33}{0{,}15} = \mathcal{D}_2 \qquad \mathcal{D} = \mathcal{D}_1 + \mathcal{D}_2 - \mathcal{D}_1\mathcal{D}_2\frac{d}{n} = 2\mathcal{D}_1 - \mathcal{D}_1^2 \cdot \frac{d}{n}$$

0,30 m

1,33

$$\Rightarrow f = 30\text{ cm} = \frac{1}{\mathcal{D}}$$

(f räknas från huvudplanen)

b) Huvudplan

$$h_1 = -\frac{f(n-1)d}{R \cdot n} = -\frac{\mathcal{D}_2 \cdot d}{\mathcal{D} \cdot n} = -0{,}15\,m \text{ (till höger om ytan)}$$

$$h_2 = \frac{\mathcal{D}_1 d}{\mathcal{D} \cdot n} = 0{,}15 \text{ (till vänster om ytan)}$$

d.v.s. båda ligger i nära skålens centrum

c) 

$$0{,}5 \cdot \frac{\pi}{180} \cdot 2R = 2{,}62 \cdot 10^{-3}\,m = 2{,}6\,mm$$

d) $\pi R^2 \cdot 1 = 70{,}7 \cdot 10^{-3}$ kW

$$I = \frac{P}{A} = \frac{70{,}7 \cdot 10^{-3}}{\pi r^2} = 13{,}1 \cdot 10^{3}\,W/m^2$$

där $r = 2{,}62$ mm/2

Svar: a) skärmradie 30 cm
b) Huvudplanen ligger i sfärens mitt (båda)
c) 2,6 mm
d) 13 kW/m²

4

a) Om spegeln flyttas sträckan $\Delta L = \frac{\lambda}{2}$ förskjuts interferensmönstret 1 frans

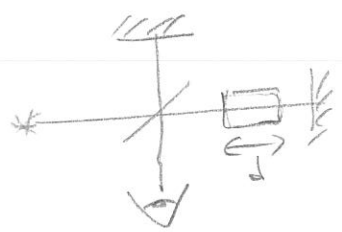
Här är det "netto" $37,4 - 4,3 = 33,1$ frans pga. metallstavens utvidgning:

$\therefore 33,1 \cdot \frac{\lambda}{2} = \Delta L$

$$\alpha = \frac{\Delta L}{L \Delta T} = \frac{33,1 \cdot \lambda}{2 \cdot L \cdot \Delta T} = \frac{33,1 \cdot 632,8 \cdot 10^{-9}}{2 \cdot 10^{-2} \cdot 40} =$$

$$= 2,62 \cdot 10^{-5}\ K^{-1}$$

b) Sätt en gascell i ena interferometerarmen



Ändra trycket från vakuum till normalt tryck - räkna antalet fransar.

Skillnad i optisk väg:

$$2d(n_1 - n_2) = m\lambda$$

n är känt för vakuum $= 1$

mät d, λ (antas känt) och m - antal fransar

$\boxed{\text{Svar: a) } 2,62 \cdot 10^{-5}\ K^{-1}}$

5) a) Fresnelzonplatta. 40 zoner totalt

$$a = a_1 - a_2 + a_3 - a_4 + \dots$$

$$= \frac{a_1}{2} + \frac{a_1 - a_2}{2} - \frac{a_2 - a_3}{2} + \frac{a_3 - a_4}{2} -$$

Med 20 transparenta zoner:

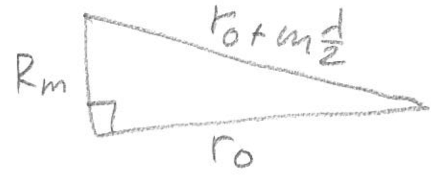
$$a \approx 20\, a_1$$

Utan zonplatta: $a \approx \frac{a_1}{2}$

$$I \sim (\text{amplituden})^2$$

$$\frac{I_{20}}{I_{\text{ingen platta}}} = \left(\frac{20}{\frac{1}{2}}\right)^2 = 40^2 = 1600$$

b)



$R_{40} = 4$ mm

$\lambda = 700$ nm

$$r_0^2 + R_m^2 = \left(r_0 + m\frac{\lambda}{2}\right)^2$$

$$R_m^2 = m\lambda r_0 + \underbrace{\frac{m^2\lambda^2}{4}}_{\text{försummes}}$$

$$R_m \approx \sqrt{m\lambda r_0}$$

$$f = r_0 = \frac{R_m^2}{m\lambda} = \frac{(4 \cdot 10^{-3})^2}{40 \cdot 700 \cdot 10^{-9}} = 0{,}571 \text{ m}$$

$$\boxed{\begin{array}{l}\underline{\text{Svar}}:\ \text{a) Intensiteten blir 1600 ggr större} \\ \qquad\quad \text{b) } f = 0{,}57 \text{ m}\end{array}}$$