CHALMERS TEKNISKA HÖGSKOLA 2008-01-16
Teknisk Fysik 08.30-12.30
Sal: V

Tentamen i Optik för F2 (FFY091)

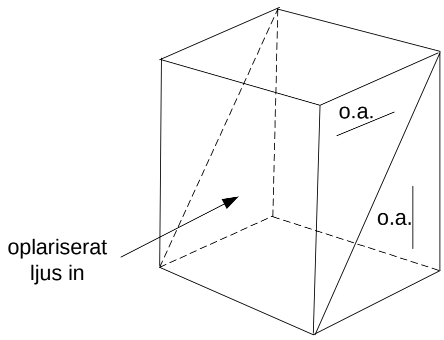
Lärare: Bengt-Erik Mellander, tel. 772 3340

Hjälpmedel: Typgodkänd räknare, Tefyma, Physics Handbook, Mathematics Handbook.

Poänggränser: Betyg 3: 8 p; Betyg 4: 12 p; Betyg 5: 16 p
Förslag på lösningar till tentan anslås vid Fysiks entré efter skrivningstidens slut.
Rättningsprotokollet anslås i Fysiks entré 2008-02-01 kl. 12.00.
Granskning kan ske 2008-02-01 kl. 12.00-12.30 i Studentcentrum Origo.

---

1. Beskriv strålgången genom en Senarmont-polarisator gjort av kvarts (n_o=1,54424 och n_{eo}=1,55335). Kuben är sammansatt av två kvartsprismor där den optiska axeln har olika orientering i de två delarna. Opolariserat ljus infaller vinkelrätt mot en av kubens ytor, se figuren. Beskriv kvalitativt men utförligt (inga beräkningar krävs) med hjälp av en figur hur ljuset bryts i dubbelprismat. Visa tydligt strålarnas polarisation och hur du bestämmer strålarnas riktning. (4 p)



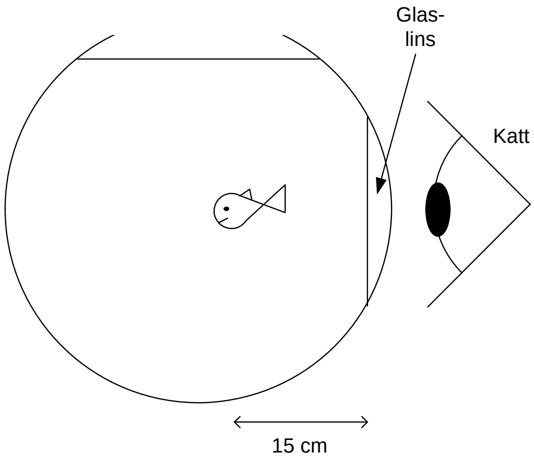
2. En astronaut med massan (inkl dräkt) 100 kg är ute på rymdpromenad utanför sitt rymdskepp. Hon har en ficklampa som kan ge 10 W ljus och ficklampan har en outtömbar energikälla. Genom att tända ficklampan kommer hon (i princip) att kunna förflytta sig på grund av strålningstrycket. Hur lång tid kommer det att ta innan hon når hastigheten 1,0 m/s om hon har ficklampan kontinuerligt tänd? (4 p)

3. Cauchys formel för brytningsindex variation med våglängden ser ut så här,

$$n = C_1 + \frac{C_2}{\lambda^2}$$

där C_1 och C_2 är konstanter. Brytningsindex för koldisulfid är 1,65338 vid våglängden 490 nm och 1,62425 vid 620 nm. Beräkna grupp- och fashastighet för ljus i koldisulfid vid våglängden 555 nm med hjälp av Cauchys formel. (4 p)

4. En katt betraktar en liten fisk i en sfärisk fiskskål fylld med vatten (n=1,33). För att göra det roligare för katten är skålen utformad så att ena sidan av skålen utgör en tunn plankonvex glaslins (n=1,50) där den buktiga ytan har samma krökningsradie som skålen. (Om det är luft på båda sidor av den plankonvexa linsen är dess brännvidd 40 cm.) Fisken befinner sig 15 cm från linsens plana yta. Katten tittar på bilden av fisken, var befinner sig denna bild? (4 p)



5. NASA funderar på att bygga rymdteleskop som klarar att avbilda de nyligen upptäckta planeter som går i banor runt stjärnor som finns förhållandevis nära oss. Rymdteleskopen är tänkta att placeras i en bana runt jorden.

a) Hur stor måste diametern hos spegeln i ett spegelteleskop vara om man skall lyckas med detta? Antag att planeten har en omloppsbana runt sin stjärna som har radien $1{,}5 \cdot 10^{10}$ m och att stjärnan befinner sig $3 \cdot 10^{17}$ m från jorden. Gör beräkningen i två steg, sätt först villkoret att två punkter $1{,}5 \cdot 10^{10}$ m isär skall kunna upplösas, sedan villkoret att två punkter 10^{7} m isär skall upplösas (samma storleksordning som jordens diameter – om man vill ha en grov bild av planeten). Antag vidare att man observerar vid våglängden 550 nm. (2 p)

b) Ljus från en sådan stjärna reflekteras mot dess planet. På grund av planetens rörelse kommer våglängden för en viss linje i stjärnans spektrum (λ=643,907 nm) att skifta med max 0,215 nm om ljuset reflekterats mot planeten. Vid ett rymdteleskop använder man en Fabry-Perotinterferometer, där de speglande ytorna är 5,0 mm isär, för att upplösa de två våglängderna. Klarar man att upplösa det nämnda våglängdsskiftet om de reflekterande ytorna har reflektansen 0.90? Antag att n=1 mellan speglarna. Förklara med hjälp av beräkningar! (2 p)

Formler: Airy-funktionen

$$\frac{I_t}{I_o} = \frac{T^2}{(1-R)^2} \frac{1}{1 + \frac{4R}{(1-R)^2} Sin^2 \frac{\delta}{2}}$$

Jonesvektorer/matriser:

Horisontell $\mathscr{P}$ $\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$ Vertikal $\mathscr{P}$ $\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$

Vänstercirkulärpolarisation $\mathscr{L}$ $\frac{1}{\sqrt{2}}\begin{bmatrix} 1 \\ i \end{bmatrix}$

Högercirkulärpolarisation $\mathscr{R}$ $\frac{1}{\sqrt{2}}\begin{bmatrix} 1 \\ -i \end{bmatrix}$

Planpolarisator horisontell $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$

Planpolarisator vertikal $\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

λ/4-platta, snabba axeln vertikal $e^{i\pi/4}\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -i \end{bmatrix}$

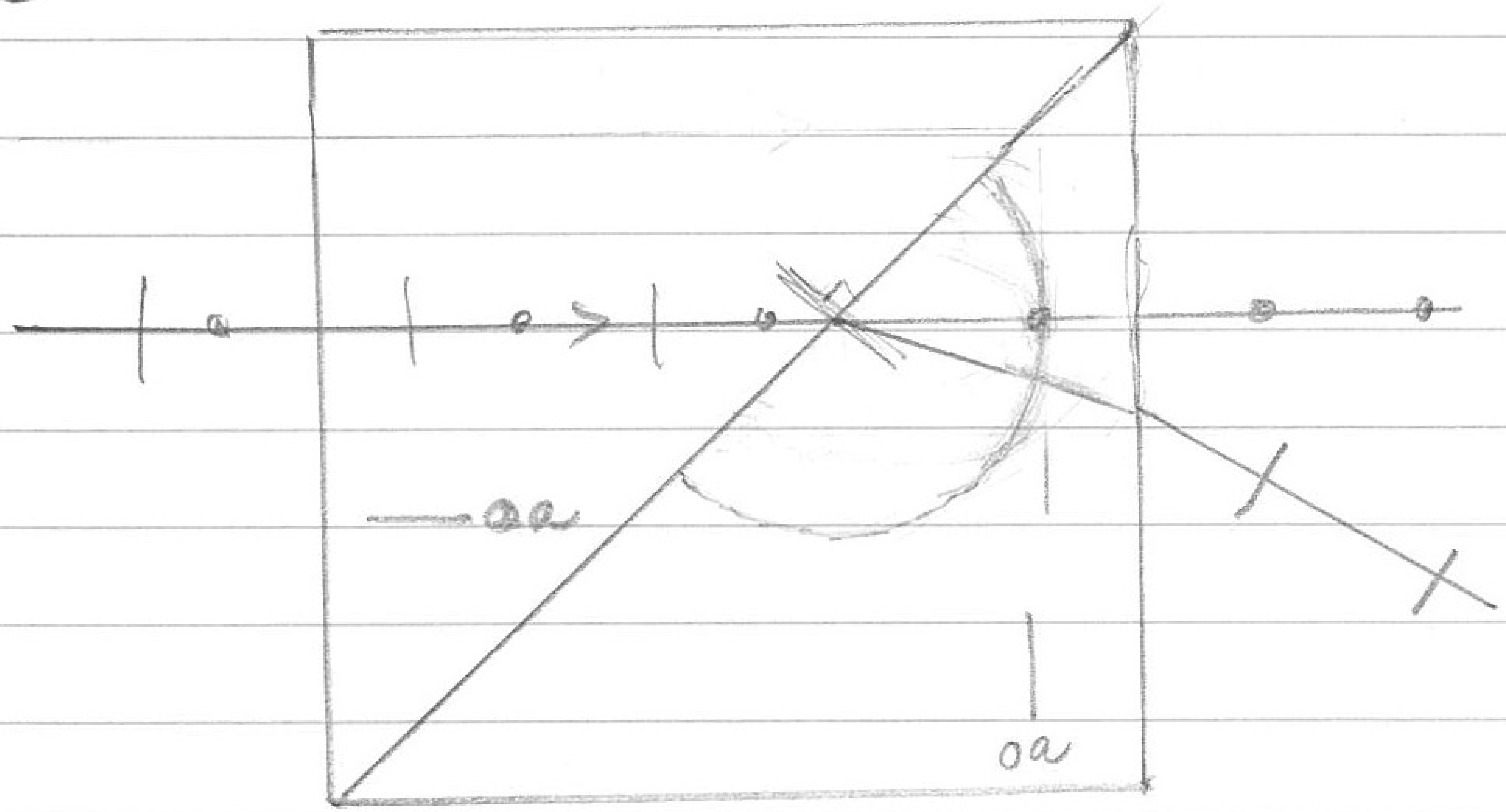
λ/4-platta, snabba axeln horisontell $e^{i\pi/4}\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & i \end{bmatrix}$

Formella regler: För att få full poäng på tentamensproblem krävs:
att uppställda samband motiveras så att lösningsgången lätt kan följas
att samtliga införda symboler definieras
att rätt svar med rätt enhet avges.
Avsluta alla beräkningsproblem med ett tydligt, inramat **Svar**

TENTAMEN OPTIK F 2008-01-16

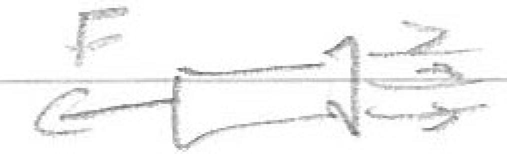
Förslag till lösningar:

1)



Använd Fresnels hastighetsytor.

(2)



rörelsemängden bevaras

effekt

$$\frac{F}{A} = cp \quad \text{men} \quad p = \frac{I}{c^2} \quad \text{och} \quad I = \frac{P}{A}$$

$$\Rightarrow F = Acp = AcI/c^2 = \frac{P}{c},$$

$$\therefore \quad ma = \frac{P}{c}$$

$$a = \frac{P}{cm} = \frac{10}{3\cdot 10^{8}\cdot 100} = 3{,}3\cdot 10^{-10}\ ms^{-2}$$

$$v = a\cdot t$$

$$t = \frac{v}{a} = \frac{1}{3{,}3\cdot 10^{-10}} = 3\cdot 10^{9}\ s = \underline{\underline{95\ \text{år}}}$$

$$\boxed{\text{Svar: } 95\ \text{år}}$$

③ Bestäm C_1 och C_2

$$\left.\begin{aligned} 1{,}65338 &= C_1 + \frac{C_2}{(490)^2} \\ 1{,}62425 &= C_1 + \frac{C_2}{(620)^2} \end{aligned}\right\} \Rightarrow \begin{aligned} C_1 &= 18631 \\ C_2 &= 1{,}57578 \text{ nm}^2 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow n = 1{,}57578 + \frac{18631}{(555)^2} = 1{,}63627 \quad (\text{vid } 555 \text{ nm})$$

$$v_{fas} = \frac{c}{n} = \frac{c}{1{,}63627} = 1{,}83 \cdot 10^8 \text{ m/s}$$

$$v_g = \frac{\partial \omega}{\partial k} = v_{fas}\left(1 - \frac{k}{n}\frac{dn}{dk}\right)$$

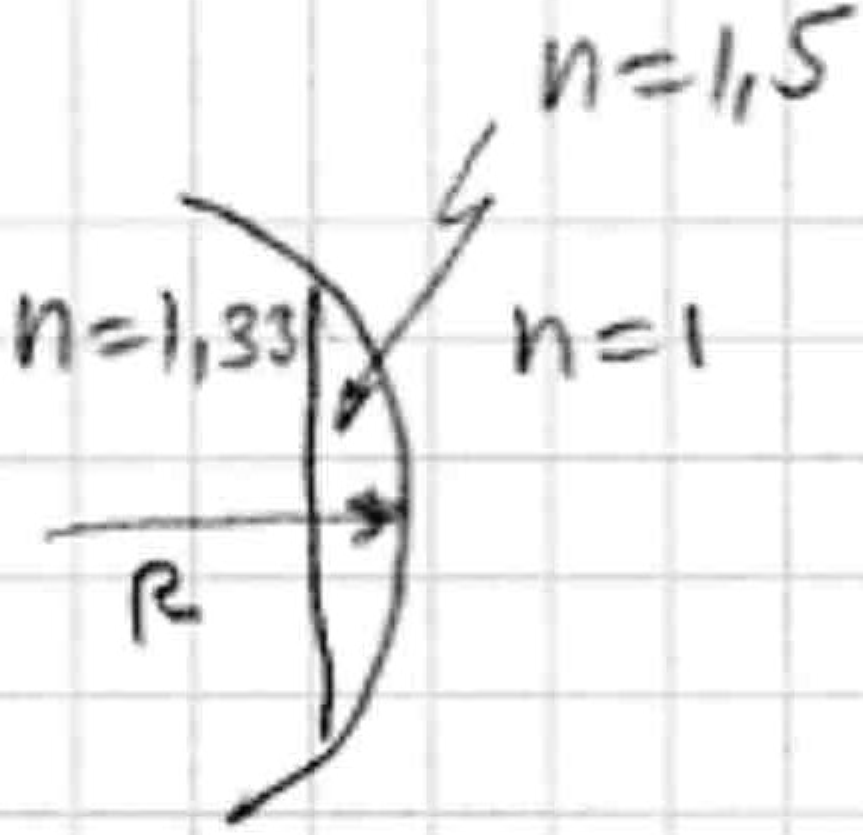
$$\frac{dn}{dk} = \frac{dn}{d\lambda}\frac{d\lambda}{dk} \qquad \frac{d\lambda}{dk} = \frac{d}{dk}\left(\frac{2\pi}{k}\right) = -\frac{2\pi}{(2\pi/\lambda)^2} = \frac{\lambda^2}{2\pi}$$

$$\frac{dn}{d\lambda} = -2\frac{C_2}{\lambda^2}$$

$$v_g = v_{fas}\left(1 - \left(\frac{2\pi}{\lambda n}\left(-\frac{\lambda^2}{2\pi}\right)\left(-2\frac{C_2}{\lambda^2}\right)\right)\right) = v_p\left(1 - \frac{2C_2}{n\lambda^2}\right) =$$

$$= 0{,}926\, v_p = 1{,}70 \cdot 10^8 \text{ m/s}$$

$$\boxed{\text{Svar: } \begin{aligned} v_{fas} &= 1{,}83 \cdot 10^8 \text{ m/s} \\ v_g &= 1{,}70 \cdot 10^8 \text{ m/s} \end{aligned}}$$



f = 40 cm i luft

$$\frac{1}{f} = (n-1)\left(\frac{1}{R}\right) = \frac{2}{R} \Rightarrow R = \frac{f}{2} = 20 \text{ cm}$$

Descartes formel för brytning i sfärisk yta

$$\frac{n_1}{a} + \frac{n_2}{b} = \frac{n_2 - n_1}{R}$$

<u>yta 1:</u> $R = \infty$

$$\frac{1{,}33}{15} + \frac{1{,}5}{b_1} = 0 \Rightarrow b_1 = -16{,}92 \text{ cm}$$

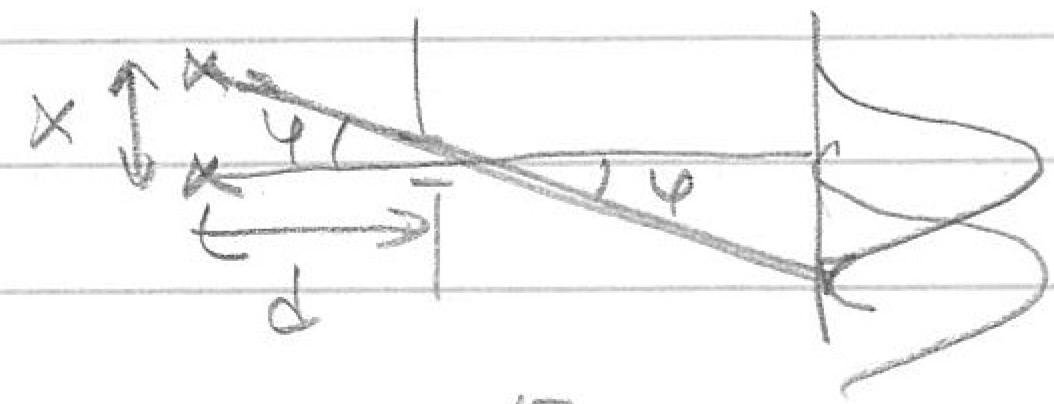
<u>yta 2:</u>

$$\frac{1{,}5}{16{,}92} + \frac{1}{b_2} = \frac{1-1{,}5}{-20} \Rightarrow b_2 = -15{,}7 \text{ cm}$$

∴ Bilden ser ut att ligga 15,7 cm från linsen (dvs inuti skålen)

5

a) Upplösning:



$\varphi = \frac{1{,}22\lambda}{D}$ uppl-gräns Rayleigh

$\tan\varphi \approx \varphi \approx \frac{x}{d}$

$d = 3 \cdot 10^{17}\,m$

$\Rightarrow D = \frac{1{,}22\lambda \cdot d}{x}$

Om $x = 1{,}5 \cdot 10^{10}\,m \Rightarrow D = \frac{1{,}22 \cdot 550 \cdot 10^{-9} \cdot 3 \cdot 10^{17}}{1{,}5 \cdot 10^{10}} = 13{,}4\,m$

om $x = 1 \cdot 10^{7}\,m \Rightarrow D = \frac{1{,}22 \cdot 550 \cdot 10^{-9} \cdot 3 \cdot 10^{17}}{1 \cdot 10^{7}} = 20{,}1 \cdot 10^{3}\,m$

$= 20\,km$!

Svar: 13 m resp 20 km

b) $\lambda = 643{,}907\,nm$ $\Delta\lambda = 0{,}215\,nm$ skall upplösas

$R_1 = \frac{\lambda_0}{\Delta\lambda} = \frac{643907}{215} = 2995$

$R_2 = \mathcal{F} \frac{2nd}{\lambda_0}$ och $\mathcal{F} = \frac{\pi\sqrt{F}}{2} = \frac{\pi\, 2r}{2 \cdot (1-r^2)}$

$\frac{\pi r}{1-r^2} \cdot \frac{2n}{\lambda_0} \cdot d = R_2 \gg R_1$ inga problem alltså!