FFY091 - Optik
2013

Föreläsningsanteckningar

Föreläsare: Krystyna Stiller
Antecknare: Frida Ulander

OPTIK

22/1 Ljus kan beskrivas som

a) strålar → (geometrisk optik) rätlinjig utbredning

b) vågor el. magn vågrörelse (fysikalisk optik)

c) partiklar - fotoner (ej i kursen)

Kapitel 2.1 - 2.6

Vad är en våg?

Transport av energi men ej materia.

Longitudinell våg:

vågens utbredningsriktning ∥ med mediets oscillation.

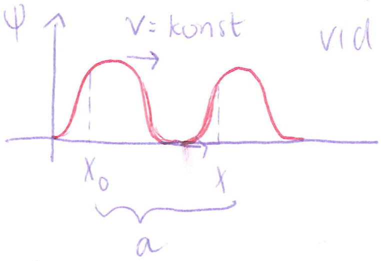
Tex ljud

Transversella vågor vågens utbredningsriktn. ⊥ med riktningen för mediets oscill.

Tex ljus.

Matematisk beskrivning av en våg

1 dim: en våg utbreder sig utan att förändra formen. (utan dispersion)



vid t=0 $\psi(x,t) = \psi(x,0) = f(x,0)$

vid t=0 $\psi = f(x)$

avvikelse från j.v. läge

$\psi = f(x) = f(x_0) = f(x-a) = \begin{Bmatrix} v \text{ konst} \\ a = vt \end{Bmatrix} = f(x-vt)$

fortskridande våg

störning utbreder sig längs positiv x-axel

Hur ska ~~man~~ en våg som utbreder sig en negativ x-riktning beskrivas?

$\psi = g(x+vt)$

Oftast en harmonisk våg beskrivs som $(\varepsilon = 0)$

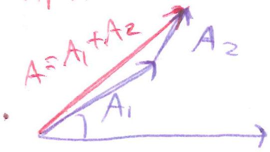
$$\psi(x,t) = a\cos(\omega t - kx)$$

23/11 Komplex beskrivning av en harmonisk våg

$$\psi(x,t) = \underbrace{a e^{i(\omega t - kx + \varepsilon)}}_{\text{uppfyller v.e}} = \underbrace{a\cos[(\omega t - kx + \varepsilon)]}_{\text{reell term}} + i\sin(\omega t - kx + \varepsilon)$$

$$\rightarrow \psi(x,t) = \underbrace{a e^{i\varepsilon}}_{\text{Komplex amplitud } A} e^{i(\omega t - kx)} = A e^{i(\omega t - kx)}$$

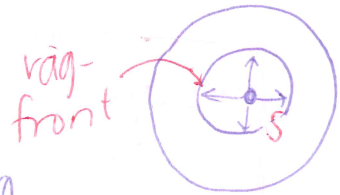
superposition:



Vågfront ytor vars alla punkter nås samtidigt av en våg som utgår från störningskällor. För periodiska vågor är de ytor där fasen är konstant. ψ har samma storlek

1-dim störningskälla

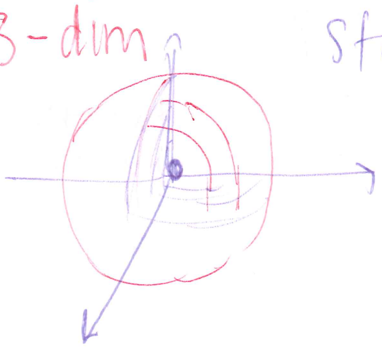
2-dim Tex vattenvågor = ytvågor

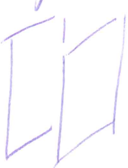


cirkulära vågor

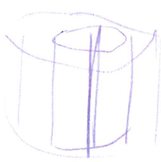
linjär våg
(då d stort) eller S en linje)

3-dim Sfäriska vågor





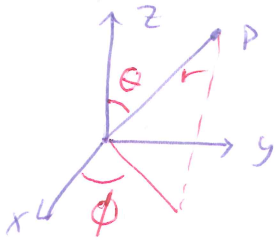
plan våg



cylindrisk våg

Sfäriska vågor = sfäriskt symmetrisk, ~~dvs oberoen~~

x, y, z kartesiska r, θ, ϕ sfäriska



• Laplaceoperator

$$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \rightarrow \text{V.E} \quad \nabla^2\psi = \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2\psi}{\partial t^2}$$

sfäriska koord:

$$x = r \sin\theta \cos\phi$$
$$y = r \sin\theta \sin\phi$$
$$z = r\cos\theta$$

$$\rightarrow \nabla^2 = \frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2\frac{\partial}{\partial r}\right) + \frac{1}{r^2\sin\theta}\frac{\partial}{\partial\theta}\left(\sin\theta\frac{\partial}{\partial\theta}\right) + \frac{1}{r^2\sin^2\theta}\frac{\partial^2}{\partial\phi^2}$$

Sfäriska vågor är oberoende av θ och ϕ

$$\psi(\#) = \psi(r,\theta,\phi) = \psi(r)$$

$$\rightarrow \nabla^2\psi(r) = \frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2\frac{\partial\psi}{\partial r}\right) = \frac{1}{r^2}\left(2r\frac{\partial\psi}{\partial r} + r^2\frac{\partial^2\psi}{\partial r^2}\right)$$

$$= \frac{2}{r}\frac{\partial\psi}{\partial r} + \frac{\partial^2\psi}{\partial r^2} \quad (1)$$

Men $\nabla^2\psi(r) = \frac{1}{r}\frac{\partial^2}{\partial r^2}(r\psi) = \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(\psi + r\frac{\partial\psi}{\partial r}\right)$

$$= \frac{1}{r}\left(\frac{\partial\psi}{\partial r} + 1\frac{\partial\psi}{\partial r} + r\frac{\partial^2\psi}{\partial r^2}\right) = \frac{2}{r}\frac{\partial\psi}{\partial r} + \frac{\partial^2\psi}{\partial r^2} \quad (2)$$

(1) och (2) samma

Vågekvationen

$$\nabla^2\psi(r) = \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2\psi}{\partial t^2} \longleftrightarrow \frac{1}{r}\frac{\partial^2}{\partial r^2}(r\psi) = \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2\psi}{\partial t^2} \quad \Big/ \cdot r$$

$$\boxed{\frac{\partial^2}{\partial r^2}(r\psi) = \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}(r\psi)}$$

VE → lösningar $r\psi = f(r - vt)$

→

28/11 $\quad k = \frac{2\pi}{\lambda} \quad \omega = \frac{2\pi}{T}$

~~Idag~~ Energitätheten $w = \frac{\text{energi}}{\text{volym}}$

från elektrostatiken $w_E = \frac{1}{2}\epsilon_0\epsilon_r E^2$ (el fält)

$w_B = \frac{1}{2}\frac{1}{\mu_0\mu_r}B^2$ (magn. fält)

$v = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0\epsilon_r\mu_0\mu_r}}$

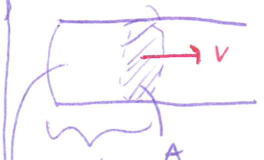
$B = |\mathbf{B}| = \frac{|\mathbf{E}|}{v} = \frac{E}{v} \underset{\text{vakuum}}{=} \frac{E}{c}$

Totalt för el.magn. vågor $\boxed{w = w_E + w_B}$

$$= \frac{1}{2}\epsilon_0\epsilon_r E^2 + \underbrace{\frac{1}{2}\frac{1}{\mu_0\mu_r}B^2}_{\frac{1}{2}\frac{E^2}{\mu_0\mu_r v^2}} = \boxed{\epsilon_0\epsilon_r E^2 = \frac{1}{\mu_0\mu_r}B^2}$$

$v^2 = \frac{1}{\mu_0\mu_r\epsilon_0\epsilon_r}$

Irradiance = (Intensitet) $= \frac{\text{energi}}{\text{area}\cdot\text{tid}} = I = \frac{w\, v\, dt \cdot A}{A\, dt}$



vdt

volym = $v\,dt\cdot A$

Energi genom A "volym" $v\,dt\cdot A\cdot w$

$= \boxed{w\cdot v} = \epsilon_0\epsilon_r v E^2 = \{E = Bv\}$

$= \epsilon_0\epsilon_r E B$

$$\boxed{\begin{array}{l}\text{I vakuum:} \\ I = \epsilon_0 E B = \frac{1}{\mu_0} E B\end{array}}$$

!

- Rörelsemängden $p = \frac{h}{\lambda} = \frac{\hbar}{k}$, $\hbar = \frac{h}{2\pi}$
- Strålningstrycket

$$\underset{\text{energi}}{W} = \left[p^2c^2 + m^2c^4\right]^{1/2}$$ ~~för partiklar utan massa~~

För partiklar utan massa – fotoner:

$$W = pc \qquad p = \frac{W}{c} \qquad I = \frac{W}{At} \rightarrow p = \frac{IAt}{c}$$

Från Newtons II:a lag:

$$F = \frac{dp}{dt} = \frac{d}{dt}\left(\frac{IAt}{c}\right) = \frac{IA}{c} \Rightarrow$$

$$\boxed{\text{Strålningstrycket} \quad \frac{F}{A} = \frac{I}{c}}$$

Ex Solljustryck på jorden $10^{-6}\,N/m^2$

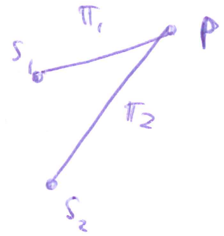
KAP 7 Superposition av vågor

$$\psi_{res} = \sum_i \psi_i$$

Fall 1. Superposition av vågor med samma frekvens

$$E_1 = E_{01}\sin(\omega t - \underbrace{kr_1 + \varepsilon_1}_{\alpha_1})$$

$$E_2 = E_{02}\sin(\omega t - \underbrace{kr_2 + \varepsilon_2}_{\alpha_2})$$



Resulterande våg i P

$$E_1 = E_{01}\sin(\omega t + \alpha_1)$$
$$E_2 = E_{02}\sin(\omega t + \alpha_2)$$
$$E_P = E_1 + E_2$$

Möjliga metoder för att få E_P:

a) Algebraiskt
b) Visardiagram
c) Komplexa tal

bekvämast

$I \sim \text{amplitud}^2$

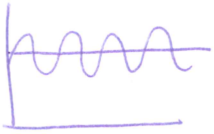
intensiteten i P

$$I = I_1 + I_2 + \underbrace{2\sqrt{I_1 I_2}\cos\delta}_{\text{interferensterm}}$$

sk. koherenta vågor

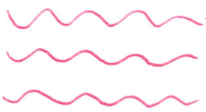
Om δ = konst. i tiden då I varierar periodiskt

men $\langle I \rangle_T$ = konst ty $\cos\delta$ = konst.

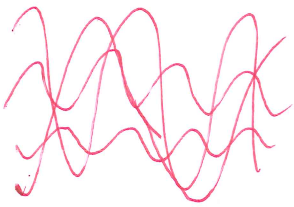


Om δ varierar med tiden

$\langle \cos\delta \rangle = 0 \rightarrow I = I_1 + I_2$



koherent Tex laser



icke-koherent Tex lampor

Komplexa tal

$$E_1 = E_{01} e^{i(\omega t + \alpha_1)} \qquad E_2 = E_{02} e^{i(\omega t + \alpha_2)}$$

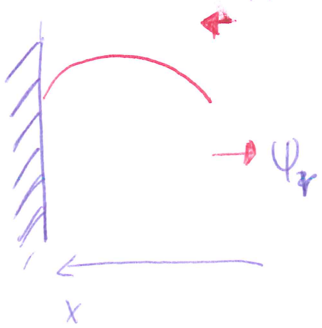
$$= \tilde{E}_{01} e^{i\omega t} \qquad = \tilde{E}_{02} e^{i\omega t}$$

$E_{01} e^{i\alpha_1}$

$$\tilde{E} = \tilde{E}_1 + \tilde{E}_2 = (\hat{E}_{01} + \hat{E}_{02}) e^{i\omega t}$$

Speciella fall:

Stående vågor:



Randvillkor: vid $x = 0$ $\psi = 0, \forall t$

$$\psi_i = a_i \cos(\omega t - kx)$$

$$\psi_2 = a_i \cos(\omega t + kx + \varepsilon)$$

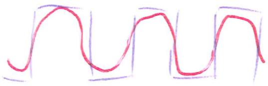
Resulterande vågen $\psi = \psi_i + \psi_r$

$$a_1 \cos\omega t + a_2 \cos(\omega t + \varepsilon) = 0$$

$$\frac{dv}{dk} = \frac{dv}{d\lambda}\frac{d\lambda}{dk} = \frac{dv}{d\lambda}\frac{d}{dk}\left(\frac{2\pi}{k}\right) = -\frac{dv}{d\lambda}\frac{2\pi}{k^2} \qquad (2)$$

$$(1)+(2) \rightarrow V_g = V - \frac{2\pi}{k}\frac{dv}{d\lambda} \quad \therefore \quad \boxed{V_g = V - \lambda\frac{dv}{d\lambda}}$$

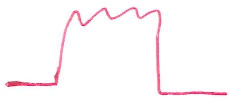
En periodisk vågstörning



$$\psi(x) = a_0 + \sum_{m=1}^{\infty} a_m \cos(mkx) + \sum_{m=1}^{\infty} b_m \sin(mkx) \quad \text{(Fourier)}$$

Hur ska denna beskrivas matematiskt?

Icke periodisk vågstörning

$$\psi(x) = \frac{1}{\pi}\int_0^{\infty} A(k)\cos(kx)\,dk + \int_0^{\infty} B(k)\sin(kx)\,dk$$

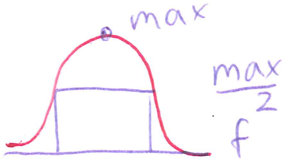
$$\text{där } A(k) = \int_{-\infty}^{n} f(x)\sin kx\,dv$$

→ Alla störningar kan beskrivas med hjälp av enkla harmoniska vågor

Vågtåg

tex elektroner i atomer skakar ljus i form av korta ($t = 10^{-8} - 10^{-9}$ s) pulser

$\Delta f = \frac{1}{\Delta t_c}$



Δt_c: koerenstid

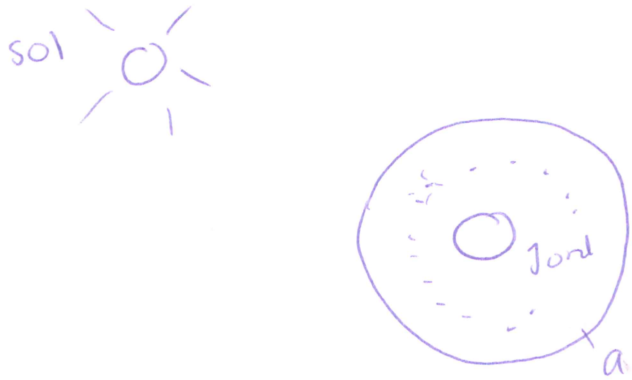
$\Delta l_c = V\Delta t_c$

Δf: sk bandbredd

Om Δf mkt liten – monokromatisk våg.

För ljus: $\Delta l_c \approx 900$ nm Hg-lampa $\approx 0{,}3$ nm

He-Na (ny laser) → 400 m



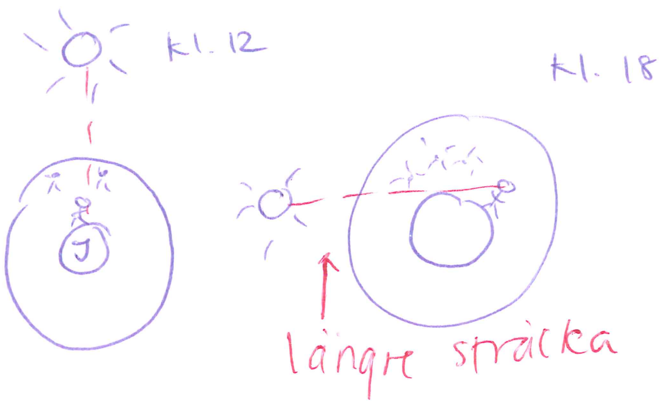
Mest blått fy $\lambda_{blått} < \lambda_{rött}$

EX) $\dfrac{\lambda_{rött}}{\lambda_{blått}} = \dfrac{700}{400} = 1{,}8$

$\rightarrow \dfrac{I_{rött}}{I_{blått}} = \dfrac{\lambda^4_{blått}}{\lambda^4_{rött}} = 0{,}1$

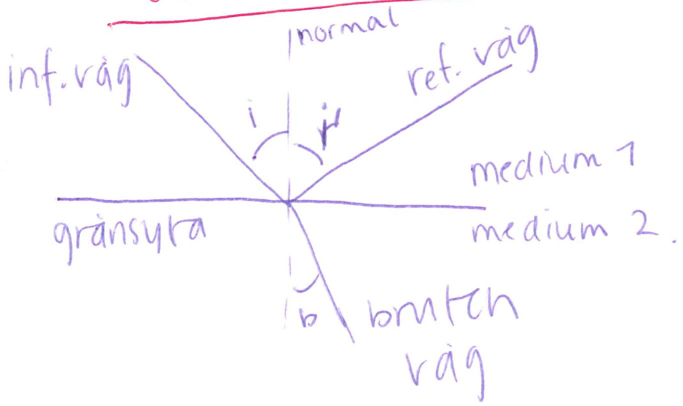
$\rightarrow I_{blått} = 10 I_{rött}$

- Röda solnedgångar



- Det som sprids först är blått, sen grönt...; bara rött kvar → solen röd

Reflektion och brytning



(Modell)
Vågens utbredning representeras av en stråle.
Strålen är ⊥ mot vågfronten.

3 lagar

i) Infallande, reflekterad, bruten våg ligger i samma plan

ii) $i = i'$

iii) $n_1 \sin i = n_2 \sin b$ Snells lag

i = infallande
ir = reflekterade
t = transmit
0 = amplitud

$$\frac{E_{0r_{\parallel}}}{E_{0i_{\parallel}}} = r_{\parallel} \leftarrow \text{refl koeff} = \frac{\tan(i-b)}{\tan(i+b)}$$

$$\frac{E_{0r_{\perp}}}{E_{0i_{\perp}}} = r_{\perp} = -\frac{\sin(i-b)}{\sin(i+b)}$$

refl. våg

$$\frac{E_{0t_{\parallel}}}{E_{0i_{\parallel}}} = t_{\parallel} = \frac{2\sin b \cos i}{\sin(i+b)\cos(i-b)}$$

$$\frac{E_{0t_{\perp}}}{E_{0i_{\perp}}} = t_{\perp} = \frac{2\sin b\cos i}{\sin(i+b)}$$

transmitt. våg

$$I = \frac{P(\text{effekt})}{A} \qquad P = \text{konst.} \rightarrow$$

$$I_i A\cos i = I_r A\cos i + I_t A\cos b$$

Definiera

$$\underline{\text{Reflektansen}} = \frac{I_r A\cos i}{I_i A\cos i} = \frac{I_r}{I_i} \; ✱$$

$$\underline{\text{Transmittansen}} = \frac{I_t A\cos b}{I_i A\cos i} = \frac{I_t\cos b}{I_i\cos i} \; \#$$

Antag ($\mu_i = \mu_t = \mu_0$)

$I \sim \text{amplitud}^2$

Em. vågor: $I \sim E_0^2 n \rightarrow ✱ = \frac{E_{0r}^2}{E_{0i}^2} = r^2$

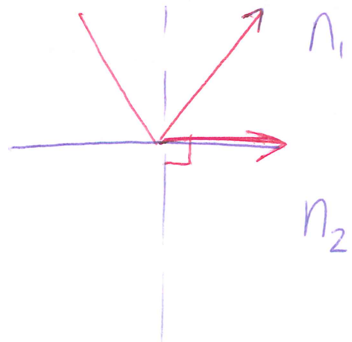
$$\# \quad T = \frac{n_t \cos b}{n_i \cos i} t^2$$

Om $i+b=90°$

Brewstervinkel

$$n_1 \sin i = n_2 \sin b = n_2 \sin(90-i) = n_2 \cos i$$

$$\boxed{\tan i_B = \frac{n_2}{n_1}}$$



③ Totalreflektion $\longleftrightarrow b=90°$

obs! $n_1 > n_2$

optiskt tätare medium.

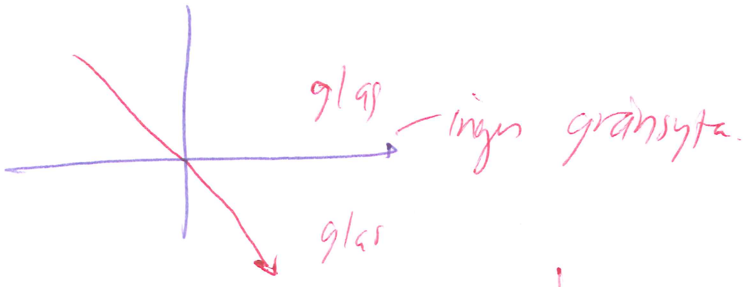
$$\frac{E_{or\parallel}}{E_{oi\parallel}} = \frac{\tan(i-b)}{\tan(i+b)} = \frac{\sin 2i - \sin 2b}{\sin 2i + \sin 2b} = \frac{\sin 2i}{\sin 2i} = 1$$

p.s.s. $\frac{E_{or\perp}}{E_{oi\perp}} = 1$

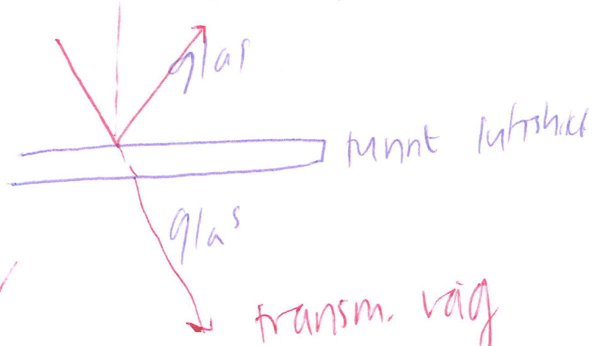
Tillämpningar:

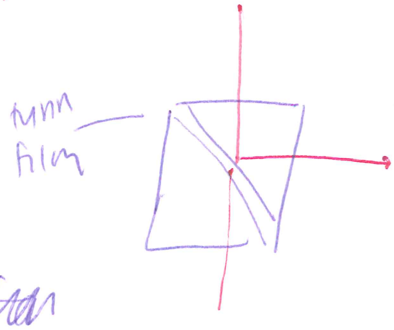
Speglar
Fiberoptik
Hägring

Total transmission



⇒



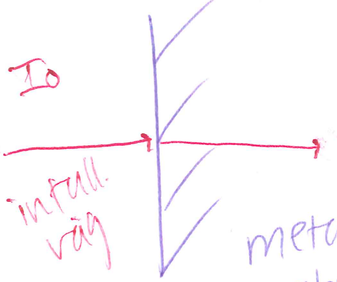


Användning:
bilda fingeravtryck, i beam splitter

Fältet längs y-rktn. $E \sim e^{-\beta y}$

Absorbtion av vågor - metaller

α - absorbtionskoeff.



$$I_t(x) = I_0 e^{-\alpha x} \quad (1)$$

Antag plan våg i x-riktning

$$E_x = E_0 e^{i(\omega t - kx)} = \left\{ k = \frac{\omega}{v} \right\} = E_0 e^{i\omega(t - \frac{n}{c}x)}$$

$$I \sim \text{amplitud}^2 \sim E_0^2 e^{-\alpha x}$$

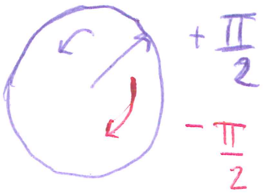
från (1)

$$\Rightarrow E_x = E_0 e^{-\frac{\alpha x}{2}} e^{i\omega(t - \frac{n}{c}x)} = E_0 e^{i\omega(t - \frac{n}{c}x - \frac{\alpha x}{2\omega i})}$$

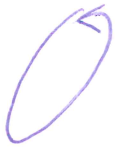
$$= E_0 e^{i\omega\left(t - \frac{n + \frac{\alpha c}{2i\omega}}{c} x\right)}$$

Fasskillnad — vägskillnad

$$\varepsilon = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta s$$



Elliptisk polariserad våg



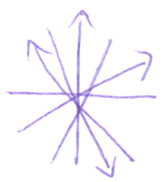
symboliskt

$\varepsilon \neq m\frac{\pi}{2}$ m heltal

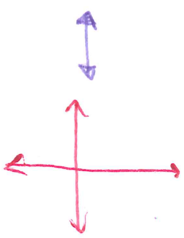
eller

$E_{0y} \neq E_{0x}$

Opolariserad våg



Σ av planpolariserade vågor i xy-planet



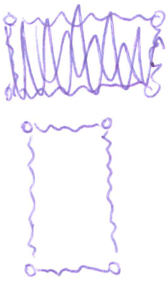
Σ av två lika stora komposanter längs x och y

Polarisation mha

1. absorbtion ↔ dikroism av ljuset i en riktning
2. Reflektion
3. Dubbelbrytning
4. Spridning

• Osymmetrisk bindning

sk. optisk anisotropi

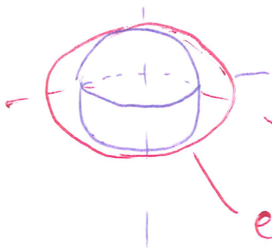


Olika utbredningshastigheter → olika n i olika riktningar

⇒ dubbelbrytande material = två vågor som alstras i materialet

Två olika n, två olika bilder

— optisk axel = o.a = kristallens symmetriaxel



— ordinär våg, hastigheten densamma i alla riktningar i materialet → $n_o = \frac{c}{V_o}$

extraordinär våg - n_{eo} - har olika hastighet i olika riktningar

Gränsfall

1) $(V_{eo})_{\parallel} = V_o = \frac{c}{n_o}$

riktning ∥ med oa

2) $(V_{eo})_{\perp} = \frac{c}{n_{eo}}$

mot oa.

Om $V_{eo\perp} > V_o$ negativ kristall (kalkspat)

$V_{eo\perp} < V_o$ positiv kristall (kvarts)

Egenskaper

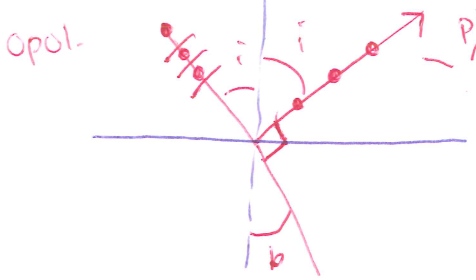
• ordinära vågen uppfyller Snells lag

• "eo" och "o" våg linjärpolariserade vågor med

• polarisationsriktning ⊥ mot varandra

• "o" våg E_{ord} ⊥ planet genom stråle och o.a

Reflektion (rep)



(plan) $i + b = 90°$

pol. våg

$$I_i = I_{i\parallel} + I_{i\perp} = 2 I_{i\parallel}$$

infallande våg

$$R = \frac{I_r}{I_i} = \frac{I_{r\parallel} + I_{r\perp}}{2 I_{i\parallel}} \quad (1)$$

$$R_\parallel = \frac{I_{r\parallel}}{I_{i\parallel}} \qquad R_\perp = \frac{I_{r\perp}}{I_{i\perp}} \quad (2)$$

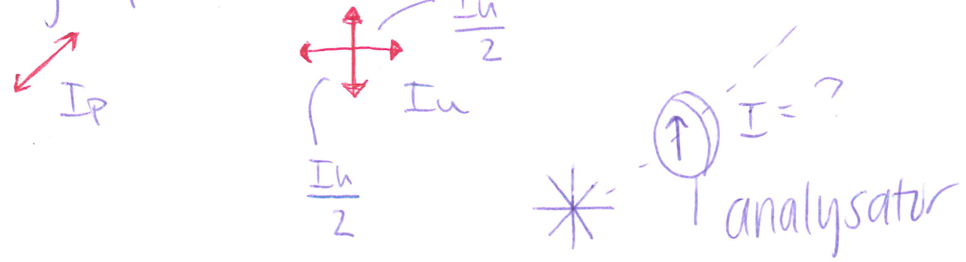
(1+2) $$R = \frac{R_\parallel + R_\perp}{2}$$

Inför polarisationsgraden

$$V = \frac{I_p}{I_p + I_u}$$

I_p = intensiteten för pol. ljus
I_u = -||- opol. ljus

Antag: delvis polariserat ljus → linjärpol. + opol.



$$I_{max} = I_p + \frac{I_u}{2}$$
$$I_{min} = \frac{I_u}{2}$$

$\longrightarrow$ $I_{max} + I_{min} = I_p + I_u$

$I_{max} - I_{min} = I_p$ $\Rightarrow$

8/2

Polariserat ljus mha Jones vektorer

En plan harmonisk våg längs z-axeln

$$E = E_0 e^{i(kz-\omega t+\varepsilon)}$$

$$\mathbb{E} = \begin{pmatrix} E_x \\ E_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} E_{0x} e^{i\varphi_x} \\ E_{0y} e^{i\varphi_y} \end{pmatrix}$$

$\Rightarrow$ Horisontellt planpolariserad våg P_h

$$E_h = \begin{pmatrix} E_{0x} e^{i\varphi_x} \\ 0 \end{pmatrix}$$

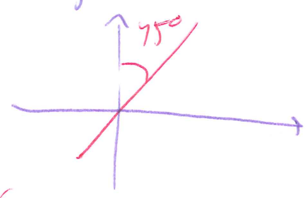
Vertikalt polariserad våg P_v

$$E_v = \begin{pmatrix} 0 \\ E_0 e^{i\varphi_y} \end{pmatrix}$$

$E_h + E_v = \begin{pmatrix} E_{0x} e^{i\varphi_x} \\ E_{0y} e^{i\varphi_y} \end{pmatrix}$

Tex om $E_{0x} = E_{0y}$ om $\varphi_y = \varphi_x$

$\Rightarrow E_{0x} e^{i\varphi_x} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} \longleftrightarrow$



Jones vektor

Använd normalisering om den exakta amplituden eller fasen inte är nödvändig.

summan av $E_x^2 + E_y^2 = 1$

dela med $\sqrt{2} e^{i\varphi_x} \Rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$

$P_h = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ $P_v = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ $P_{45} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$

- Högerpolariserat ljus mha Jones vekturer

$$\mathbb{E}_R = \begin{pmatrix} E_{0x} e^{i\varphi_x} \\ E_{0y} e^{i(\varphi_x - \frac{\pi}{2})} \end{pmatrix}$$

right

minus $\rightarrow$ högerpolariserat
plus $\rightarrow$ vänsterpolariserat

$E_{0x} = E_{0y}$ (amplitud) Dividera med $E_{0x} e^{i\varphi_x}$

3) 

Polarisator 45° $\frac{1}{2}\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$

Tabell 8.6 i boken

4) $\frac{\lambda}{4}$-platta snabba axeln vertikal

$$A = e^{i\pi/4}\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -i \end{pmatrix}$$

Allmänt

$$\hat{E}_i \Longrightarrow \boxed{A_1}\ \boxed{A_2} \dots \boxed{A_n} \Longrightarrow \hat{E}_t$$

$$\hat{E}_t = A_n \dots A_1 \hat{E}_i$$

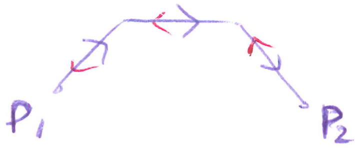
obs ordningen

Linser och speglar

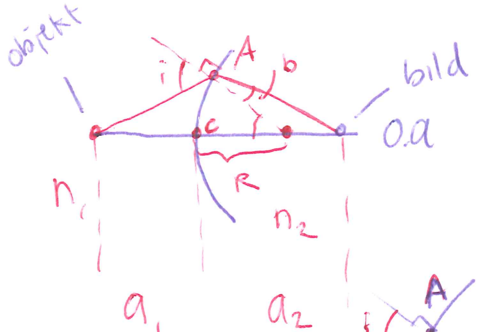
1) Vågens utbredning är rätlinjig – strålar.

2) –||– – strålgången omvändbar

3) Brytning/reflektionslagar



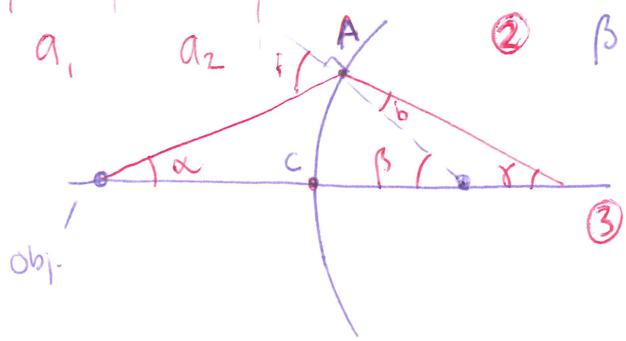
• Linser, brytning i en sfärisk yta.



Sökt: Förhållande mellan a_1, a_2, R

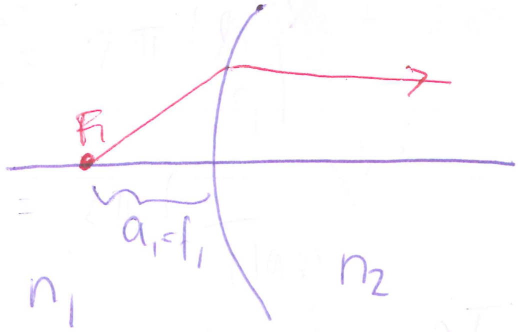
brytningslagen

① $n_1 \sin i = n_2 \sin b$



② $\beta = \frac{\widehat{AC}}{R}$ $\alpha = \frac{\widehat{AC}}{a_1}$ $\gamma = \frac{\widehat{AC}}{a_2}$

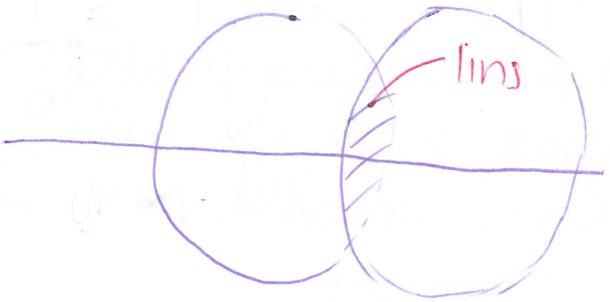
③ $\begin{cases} \beta = \gamma + b \\ i = \alpha + \beta \end{cases}$



$a_2 = \infty$

$$a_1 = \frac{Rn_1}{n_2 - n_1} = f_1$$

Två sfäriska ytor



Konvex - positiv ()
Konkav - negativ)(

Positiv lins (konvergerande) symbol $\updownarrow$
tjockare på mitten

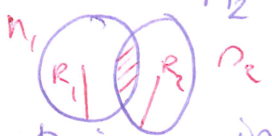
Negativ lins. Tunn på mitten.

11/2 Descartes formel : $\frac{n_1}{a_1} + \frac{n_2}{a_2} = \frac{n_2 - n_1}{R}$

Om $a_1 \to \infty$ $a_2 = \frac{n_2 R}{n_2 - n_1} = f_2$

$a_2 \to \infty$ $a_1 = \frac{n_1 R}{n_2 - n_1} = f_1$

I tunn lins: $f_1 = f_2 = f$



Använd Df två gånger:

$$\frac{1}{f_2} = \frac{n_2 - n_1}{n_1}\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right)$$

Om $n_1 = \text{luft} = 1$: $\frac{1}{f_2} = n_2 - 1\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right)$

Teckenkonvention: $f > 0$ "+" konv lins
f "−" div: lins

- Negativ lins - bilden alltid virtuell
- Positiv lins - beroende på föremålets position

Teckenkonvention en lins

$$M_T = \frac{-|a_2|}{a_1}$$

inverterad bild

	+
f	Om linsen konvex
a_1	reellt objekt
a_2	reell bild
h	rättvänd objekt
h'	-ll- bild
M_T	-ll-

Def Dioptri: $\mathcal{D} = \frac{1}{f}$

Flera linser (tunna) = ~~dra~~ linssystem
Konstruera bilden för det första ⇒ den blir föremål för den andra.

$$\frac{1}{f_{res}} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2}$$ använd sk Huvudplan (i boken)

Bildkonstruktion

Använd följande strålar

1) ∥ med o.a – hamnar i F
2) genom C – genom C
3) -∥- F – ∥ med o.a

- **Prismor**

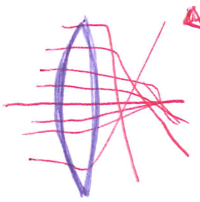
δ - deviation, avvikelse från i

- separation av ljus pga dispersion

Linsfel

Ögat

- Översynthet – linsen samlar för lite
  Hyperopia - använd positiv lins
- Närsynthet - linsen samlar för mycket (bilden framför näthinnan)
  Myopia - neg. lins
- Astigmatism - olika fokus i olika riktningar



- Sfärisk aberration - olika fokus för strålar långt borta från o.a

Enbart för linser

- Kromatisk aberration - olika fokus för olika λ. Kan kompenseras med flera linser.
- Coma "vridning"

I_{max} då $\cos\delta = 1$

dvs då $\delta = \frac{\cancel{2\pi}}{\lambda}\frac{dy}{D} = \cancel{2\pi}\cdot m$

sk konstruktiv interferens

$\therefore\ y = \frac{D\lambda}{d}m$

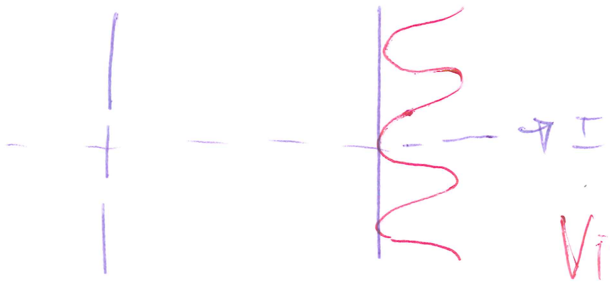
små $\theta \to \sin\theta \approx \tan\theta = \frac{y}{D}$

$\Rightarrow \sin\theta = \frac{m\lambda}{d}$

$\boxed{d\sin\theta = m\lambda}$ ← interf. max

$m = 0 \pm 1 \pm 2 ..$

Intensitetsvariationer på skärmen



$I_{max} = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2}$

$I_{min} = I_1 + I_2 - 2\sqrt{I_1 I_2}$

Visibilitet $\boxed{V = \frac{I_{max} - I_{min}}{I_{max} + I_{min}}}$

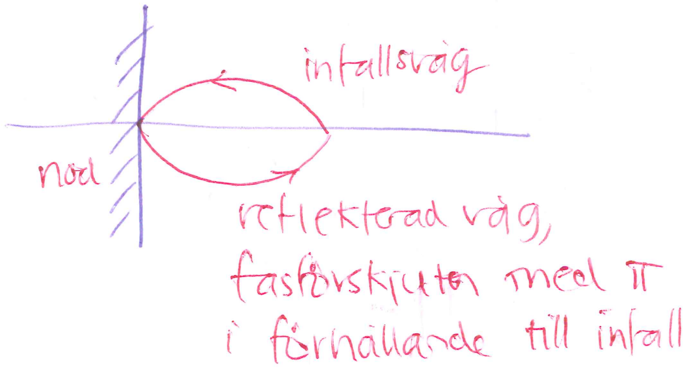
Om $I_1 = I_2 = I_0 \Rightarrow I_{min} = 0$

Största möjliga $V = 1$

Annars $I = 2I_0(1 + \cos\delta) = 4I_0\cos^2\frac{\delta}{2}$

Reflekterade vågor

Obs! Vid reflektioner mot "optiskt tätare" medium (dvs större n) sker ett fassprång med $\pi \Leftrightarrow \frac{\lambda}{2}$



Stråle R_1

$$\delta = \frac{2\pi}{\lambda} 2 d n_2 \cos b + \pi$$

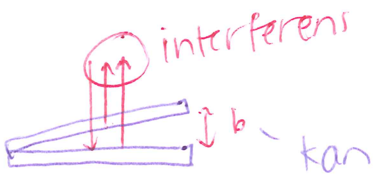
<u>Max</u> då $\delta = 2\pi m$

$$\leftrightarrow 2 n_2 d \cos b = (2m-1)\frac{\lambda}{2}$$

<u>Min</u> då $2 n_2 d \cos b = m\lambda$

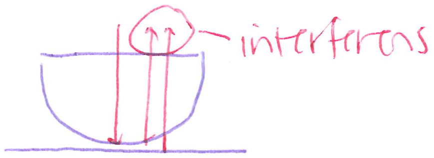
Tillämpningar:

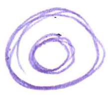
<u>EX</u> Interferens i såpbubblor



ljusa och mörka linjer 

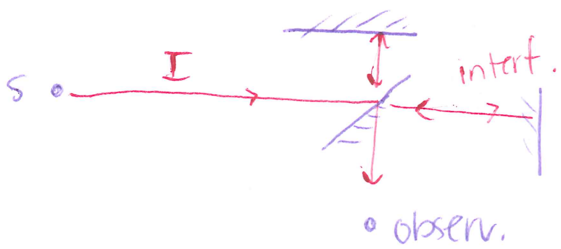
kan bestämmas med stor noggrannhet.



 ljusa och mörka ringar

Interferometrar (Läs själv)

Michelson



I vårt fall när $t_1 = 1$ $k = Re^{-i\delta}$

$$\Rightarrow \boxed{A_{tot} = TE_{i0} e^{i\varphi} \frac{1}{1 - R^{-i\delta}}}$$

$I \sim \text{amplitud}^2$

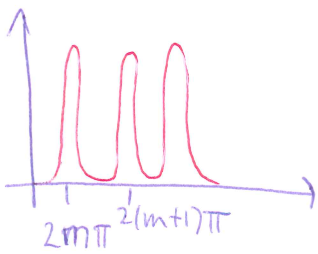
$$\frac{I_t}{I_i} = \frac{A_t A_i^*}{E_{0i}^2} = T^2 \underbrace{e^{i\varphi} e^{-i\varphi}}_{1} \left(\frac{1}{(1 - Re^{-i\delta})(1 + Re^{i\delta})} \right)$$

$$= \{\text{omskrivningar}\} = \boxed{\frac{I_t}{I_i} = \frac{1}{1 + F \sin^2 \frac{\delta}{2}}} = \underset{\text{Airefunktion}}{A}$$

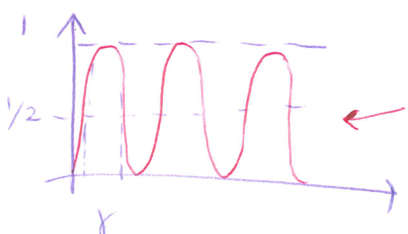
där $\underset{\text{Finessfaktor}}{F} = \frac{4R}{(1-R)^2}$

15/2

$\frac{I_t}{I_i}$ max då $\frac{\delta}{2} = m\pi$



För två strålar



Varför "spikar" = skarpa max i fallet med N strålar?

dvs vad är bredden på intensitetsmax?

$$\approx \frac{2\pi\sqrt{F}}{4} = \frac{\pi\sqrt{F}}{2} = \boxed{\frac{\pi\sqrt{R}}{1-R}}$$

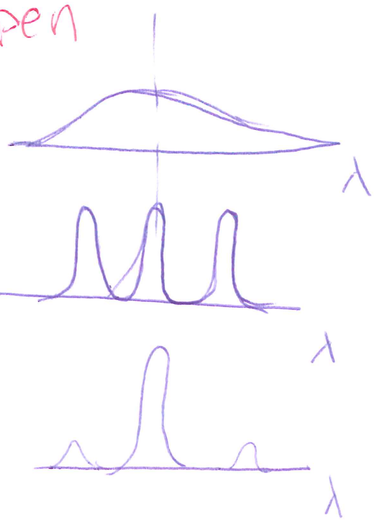
stora F

OBS $\mathcal{F} \neq F$

Interferensfilter-principen

infallande ljus - vitt

Fabry Perot

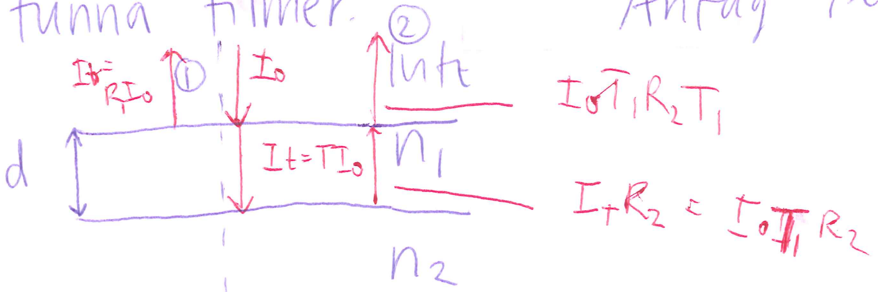


Genomsläppta ljuset

kap 9.7 Antireflexbehandling

Ett sätt att minska reflektansen R mha tunna filmer.

Antag $i \approx 0$



Interferens mellan ① och ②

Destruktiv interferens $\Rightarrow (2m+1)\frac{\lambda}{2} = 2n_1 d$

Antag $n_2 > n_1 > \text{luft} \rightarrow$ 2 reflektioner mot tätare medium.

Det minsta d för att få destruktiv interferens mellan ① och ②; $\boxed{d_{min} = \frac{\lambda}{4n_1}}$

enbart transmission

18/2

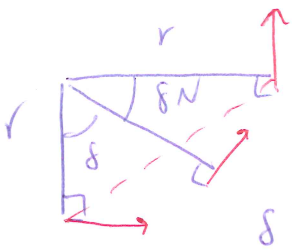
N-koherenta källor

P - I_p = ?

$$\delta = \frac{2\pi}{\lambda} d \sin Q$$

fasskillnad mellan 2 närliggande

Anv. visarrepresentation av fältets amplitud



$$A = 2r \sin \frac{\delta}{2}$$

$$A_r = 2r \sin \frac{N\delta}{2}$$

resulterande amplitud i P

$$\frac{A_r}{A} = \frac{\sin \frac{N\delta}{2}}{\sin \frac{\delta}{2}}$$

I ~ amplitud²

$\frac{I_r}{I_0}$ = intensitet för en källa

$$\boxed{\frac{I_r}{I_0} = \left(\frac{\sin \frac{N\delta}{2}}{\sin \frac{\delta}{2}}\right)^2}$$

När max?

då $d \sin Q = m\lambda$

- Med visardiagram!

$a_r = NA$

$\rightarrow\rightarrow\rightarrow$

a

$$\boxed{I_r = I_0 N^2}$$

⇒ L'Hospitals regel

$$\lim I_0 \left(\frac{\sin N\delta/2}{\sin \delta/2}\right) =$$

$$\lim_{\frac{\delta}{2} \to m\pi} I_0 \left(\frac{N \cos \frac{N\delta}{2}}{\cos \delta/2}\right)^2 = I_0 N^2$$

- Min då $\delta = \frac{2\pi}{N}, \frac{4\pi}{N} \ldots$

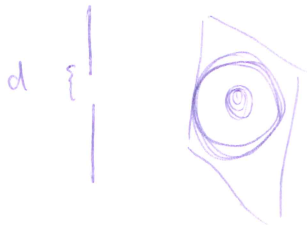
m' heltal men ∉ 0, N, 2N $\Rightarrow \frac{N\delta}{2\pi} = m'$

$\frac{2\pi}{\lambda} d \sin Q$

∴ N-1 min mellan varje huvudmax

Sekund. max: N-2

Cirkulär spalt



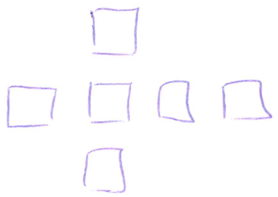
fungerar p.s.s som en lins.

Kan visas att minima

$(7:a) = \boxed{D \sin\theta_1 = 1{,}22\lambda}$

Rektangulär öppning

- addera 2 spalter.



Dubbelspalt

Från tidigare: interferens mellan spalterna

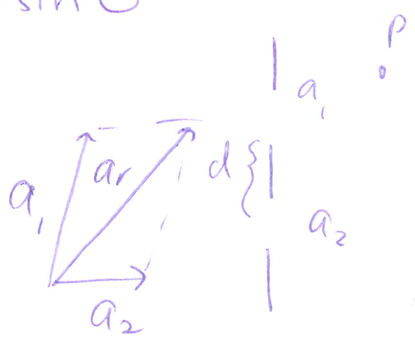
$$I_R = 4I_0\cos^2\frac{\delta}{2} \qquad \delta = \frac{2\pi yd}{\lambda L}$$

Diffraktion i varje spalt.

spalternas bredd

$$a_1 = a_{p-1} = a_0\frac{\sin\beta/2}{\beta/2} \qquad \beta = \frac{2\pi}{\lambda} b\sin\theta$$

Fasskillnaden mellan $\bar{a}_1$ och $\bar{a}_2$

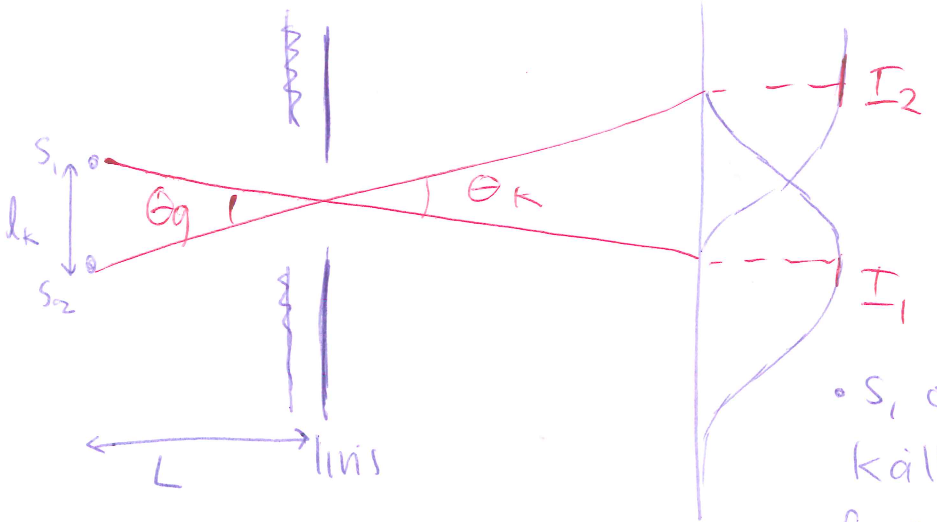


$$a_r^2 = a_1^2 + a_2^2 + 2a_1a_2\cos\delta$$

Om $a_1 = a_2 \Rightarrow a_r = 2a^n\cos\delta$

$$\Rightarrow I_R = \underbrace{4I_0\cos^2\delta}_{\text{interferens}}\underbrace{\left(\frac{\sin^2\beta/2}{\beta/2}\right)}_{\text{diffraktion}}$$

Rayleighs kriterium för upplösning



- Intensiteten från källa 1& 2

- S_1 och S_2 syns som 2 källor då 1:a diff.min från 1:a källan sammanfaller med huvudmaxima från den 2:a källan

- Vinkelupplösning

  $\Theta g = \Theta_K \approx 1{,}22\lambda$

- Längdupplösning

  $\frac{\Theta g}{2} \approx \tan\frac{\Theta g}{2} = \frac{l_K}{2L} \Rightarrow l_K = \frac{1{,}22\lambda L}{D}$

  Villkor för 1:a diff.min $D\sin\Theta = 1{,}22\lambda$
  Små vinklar $\sin\Theta \approx \tan\Theta \approx \Theta$

För att få "bra" upplösning anv. liten λ $\quad l_K \sim \lambda$

19/2 Fresneldiffraktion

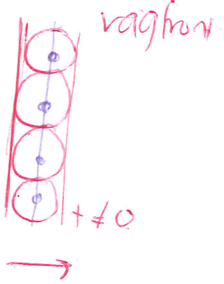
små avstånd → sfäriska vågor

- Huygens princip för att få fram vågfronter vid t≠0

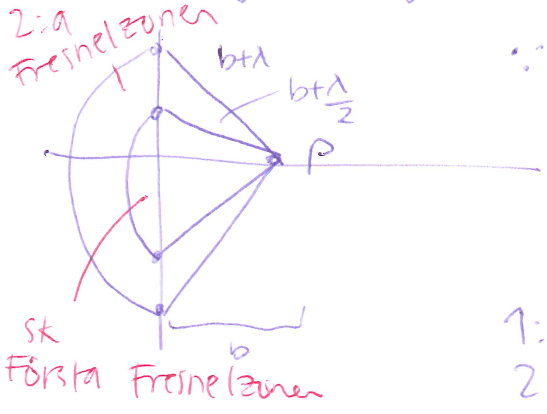
Korrektionen av Huygens konstruktionen behövs

⇒ inför korrektionsfaktor $K(\Theta) = \frac{1}{2}(1+\cos\Theta)$

vinkel mellan vågens utbredn. riktning & observationspunkt



- Antag en våg i riktn. mot pkt P

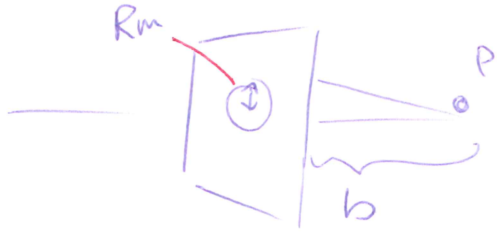


∴ Alla vågor från 1:a Fresnelzonen har samma fas i P.

vågor från 2:a zonen kommer till P motfas jfr med de från 1:a zonen

1:a amplituda, a_1
2:a —ıı— a_2

Antag ett cirkulärt hinder



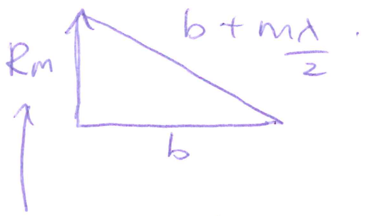
① Antag att R_m sådant att bara 1:a zonen ryms i den

$\leftrightarrow a_p = a_1 \leftrightarrow I_p \propto a_1^2$

② Antag R_m sådan att 2 zoner genom $\Rightarrow$

$a_p = a_1 - a_2 \approx 0$ - mörkt i mitten.

Om källan långt borta: $\Rightarrow$ en plan våg = infallande våg



ytterradie på m:te Fresnelzonen, $R_m = f(b, \lambda)$?

$R_m^2 = \left(b + \frac{m\lambda}{2}\right)^2 - b^2$

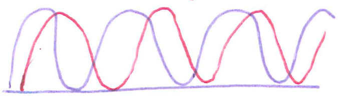
$\therefore \boxed{R_m = \sqrt{mb\lambda}}$ Fresnelzonernas radie.

Babinet

Två "böjningshinder" komplementära om det ena hindrets genomskinliga delar motsvaras av ogenomskinliga delar hos den andra.

Interferensmönster: likadana

→ en tråd ger samma mönster som en (enkelspalt) öppning med samma diameter



Intensitets fransar från olika punkter på källan

Visibiliteten $V = \dfrac{I_{max} - I_{min}}{I_{max} + I_{min}}$

~~y_0 så liten [illegible]~~

y_0 bör vara så liten som möjligt.