

Optik

Fö
2000

Preis: 50kr

Sidor: 1-50 1/2

OPTIK

①

"Lära om ljus" (1934)
synligt ljus + UV + IR (Nu)

Lös: Beskrivningar

- | | | | | |
|---|----------|---|-----------------------------|--------------------|
| ① | Stråle | → | rätlinjig utbredning | } geometrisk optik |
| ② | våg | | elektromagnetisk vågrörelse | |
| ③ | partikel | | fonon | kvantfysik |

Allmän matematisk beskrivning av vågor

- Longitudinell våg

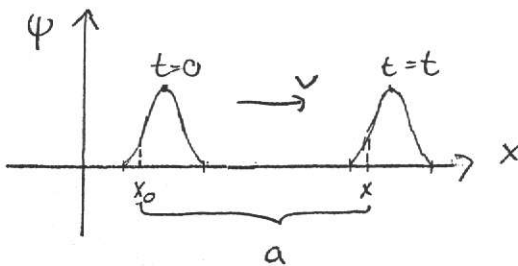


- Transversell våg



↑
↓
avvikelse från jämviktsläge

Ljus är transversella vågor



En störning (avvikelse från jämviktsläge)

$\psi = f(x)$ - avvikelse från jämviktsläget

så vid tiden t har störningen flyttat sig sträcka a . (störningen har ej deformerats - dispersionsfri utbredning)

$$\psi = f(x) = f(x_0) = f(x-a)$$

$$\text{ty } x = x_0 + a$$

Om förflyttningen sker med konstant hastighet v

$$a = v \cdot t$$

⇒

$$\boxed{\psi(x, t) = f(x - vt)}$$

Allmän form för våg som utbreder sig i positiv x -axels riktning

$$\Psi(x, t) = f(x + ut)$$

Om vågen utbreder sig i negativa x-axelns riktning

(2)

$$\Psi(x, t) = f(x - ut)$$

Antag: f är någonstans deriverbar

$$\frac{\partial \Psi}{\partial x} = \frac{d f(x - ut)}{d(x - ut)} \cdot \frac{d(x - ut)}{dx}$$

$$= f'(x - ut)$$

$$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} = f''(x - ut)$$

$$\frac{\partial \Psi}{\partial t} = \frac{d f(x - ut)}{d(x - ut)} \cdot \frac{d(x - ut)}{dt}$$

$$= -u f'(x - ut)$$

$$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial t^2} = u^2 f''(x - ut)$$

$$\Rightarrow \boxed{\frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} = \frac{1}{u^2} \frac{\partial^2 \Psi}{\partial t^2}}$$

Vågekvationen
1-dim

Allmän lösning

$$\Psi(x, t) = f(x - ut) + g(x + ut)$$

\uparrow pos. led \uparrow neg. led

• Superposition

$$\left. \begin{array}{l} \Psi_1 \& \Psi_2 \\ \text{på samma} \\ \text{plats \& tid} \end{array} \right\} \text{ger } \Psi_1 + \Psi_2$$

HARMONISKA VÅGOR

Störningarna kan beskrivas med sinus och cosinus funktioner

$$\Psi(x, t) = a \cdot \cos(k(x - ut) - \epsilon)$$

$$= a \cos(-k(ut - x) - \epsilon)$$

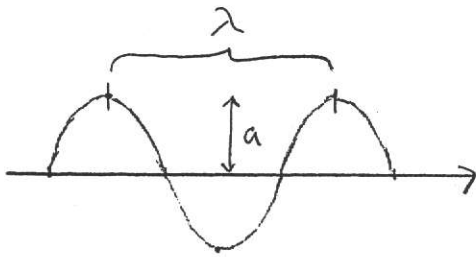
$$= a \cos(k(ut - x) + \epsilon)$$

$$\text{ty } \cos(-x) = \cos x$$

ϵ - fas konstanten (initial phase)

φ - fasen $\varphi = k(ut - x) + \epsilon$

ψ - periodisk i x och t



a - amplitud

λ - våglängd

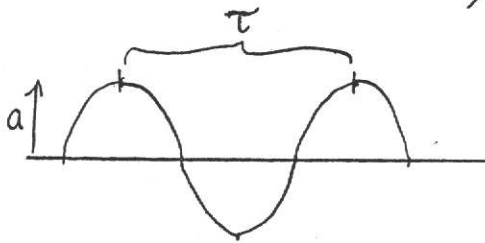
$$\lambda = \frac{2\pi}{k}$$

$$\Rightarrow k = \frac{2\pi}{\lambda}$$

cirkulära vågtalet (propagations number)

obs! $k = \frac{1}{\lambda}$

k = kappa vågtalet (wave number)



$$\tau = \frac{2\pi}{k v}$$

visas lätt

perioden (temporal period)

Yttelängd: Frekvens: $f = \frac{1}{\tau}$

Uttel frekvens: $\omega = 2\pi f$

$$\tau = \frac{2\pi}{k v} = \frac{\lambda}{v}$$

$$v = \frac{\lambda}{\tau} = \lambda f$$

$$\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{\tau} = k v$$

VÄGFAS

(antag $\epsilon = 0$)

$$\varphi = k(ut - x)$$

$$= \omega t - kx = 2\pi \left(\frac{t}{\tau} - \frac{x}{\lambda} \right) \dots \text{fler sätt finns}$$

Vanligast $\psi = a \cos((\omega t - kx) + \epsilon)$ går lika bra med

en sinus funktion

$$\psi = a \sin((\omega t - kx) + \epsilon)$$

En linjär kombination av sinus och cosinus funktioner är också lösning till vågekvationen (superpositions principen)

tex: $\psi = a e^{i[(\omega t - kx) + \epsilon]}$

$$= a \underbrace{\left(\cos[(\omega t - kx) + \epsilon] + i \sin[(\omega t - kx) + \epsilon] \right)}_{\text{reell våg}}$$

(ty $e^{i\theta} = \cos\theta + i \sin\theta$ (Euler))

är också en lösning till vågekvationen!

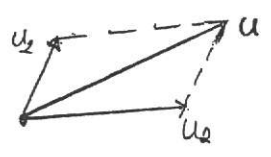
$$\psi = \underbrace{a \cdot e^{i\epsilon}}_A \cdot e^{i(\omega t - kx)}$$

A = komplex amplitud

$\psi = A e^{i(\omega t - kx)}$

viktigt uttryck för våg

Jämför växelströmslära



U-sandigram

$$\bar{u} = \bar{u}_1 + i \bar{u}_2$$

komplexa tal
jw-metoden

"Reella vågar": $\text{Re } \psi$

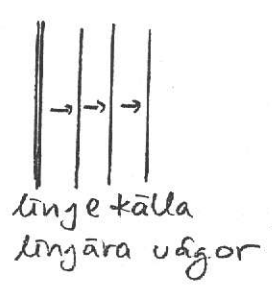
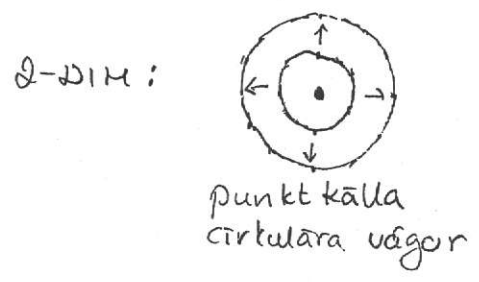
λ - våglängd

f - frekvens

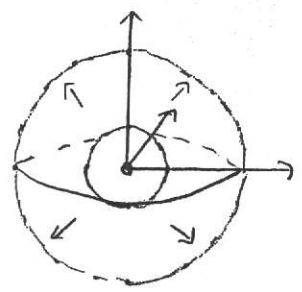
v - hastighet

$$k = \frac{2\pi}{\lambda}$$

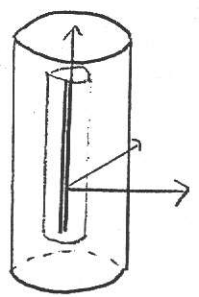
VÅGTYP kap (2.7-2.10)



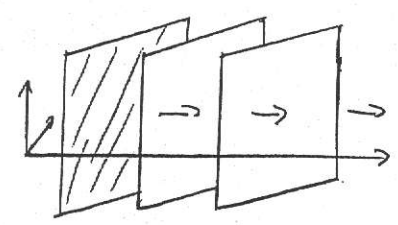
3-DIM



punktkälla
sfäriska vågor



linjekälla
cylindriska vågor



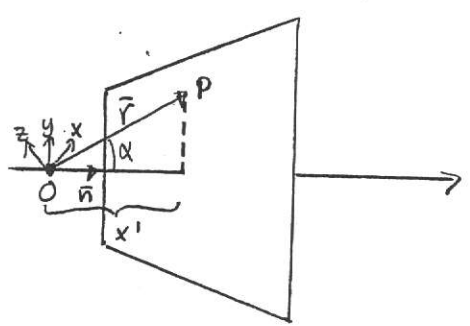
yt källa
plan vågor

VÅGOR I 3-DIM

$\Psi(x, y, z, t)$ eller $\Psi(\vec{r}, t)$

där $\vec{r} = x\hat{x} + y\hat{y} + z\hat{z}$

$\hat{x}, \hat{y}, \hat{z}$ - enhetsvektorer i
 x, y, z riktningarna



Störningen är lika stor
överallt i ett plan
vinkelrätt mot utbrednings
riktningen

\vec{n} enhetsvektor i vågens
utbrednings riktning

$\vec{n} = n_x\hat{x} + n_y\hat{y} + n_z\hat{z}$

plan vågen tecknas

$\Psi = f(\vec{n} \cdot \vec{r} - vt)$

punkten P ligger på plan vågen

$\vec{n} \cdot \vec{r} = r \cos \alpha$

$= r \cdot \underbrace{\frac{x'}{r}}_{\cos \alpha} = x'$

REPETITION

$$\Psi = f(x - vt)$$

$$\Psi = a \cos(\omega t - kx)$$

$$\Psi = a \cos(kx - \omega t)$$

$$\Psi = A e^{i(\omega t - kx)}$$

vågor som går i


positiva x-axelns riktning

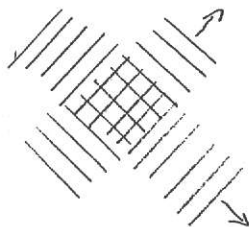
 $\Psi = a \cos(\omega t + kx)$ går i motsatt riktningVÄGKVAATIONEN

1-dim:
$$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \Psi}{\partial t^2}$$

3-dim: Plan våg:
$$\Psi = f(\vec{n} \cdot \vec{r} - vt)$$

KARAKTERISTISKT FÖR VÅGOR

- 1) Om jämlikheten störs så sprider sig störningen 
- 2) Utbredningen sker utan att mediet som helhet rör sig
- 3) Vågor transporterar energi
- 4) Vågor kan gå runt hörn - tala över murar
- optisk-diffraction
- 5) Vågor från två storkällor kan gå igenom varandra utan att påverka varandra

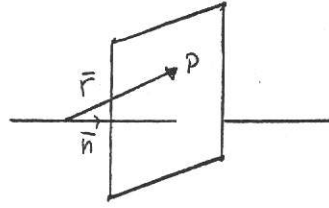


interferens där de korsar varandra men oförändrade efteråt

PLAN VÄG

7

$$\Psi = f(\bar{n}\bar{r} - ut)$$



$$\bar{r} = x\hat{x} + y\hat{y} + z\hat{z}$$

$$\bar{n} = n_x\hat{x} + n_y\hat{y} + n_z\hat{z}$$

$$\Rightarrow \Psi = f(\underbrace{n_x x + n_y y + n_z z - ut}_u) = f(u)$$

$$\frac{\partial \Psi}{\partial x} = \frac{\partial \Psi}{\partial u} \frac{\partial u}{\partial x} = n_x \Psi'(u)$$

$$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} = n_x^2 \Psi''(u)$$

$$\frac{\partial \Psi}{\partial y} = n_y \Psi'(u)$$

$$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial y^2} = n_y^2 \Psi''(u)$$

$$\frac{\partial \Psi}{\partial z} = n_z \Psi'(u)$$

$$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial z^2} = n_z^2 \Psi''(u)$$

$$\frac{\partial \Psi}{\partial t} = -u \Psi'(u)$$

$$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial t^2} = u^2 \Psi''(u)$$

$$\Rightarrow \frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial z^2} = \underbrace{(n_x^2 + n_y^2 + n_z^2)}_{=1} \Psi''(u)$$

ty: $|\bar{n}| = \sqrt{n_x^2 + n_y^2 + n_z^2} = 1$ enhetsvektorn

$$\Rightarrow \boxed{\frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial z^2} = \frac{1}{u^2} \frac{\partial^2 \Psi}{\partial t^2}}$$

Vågelkvationen i 3-dim

HARMONISK PLAN VÄG

$$\Psi = a \cos(k(ut - n_x x - n_y y - n_z z) + \epsilon)$$

Inför: $\bar{k} = k\bar{n}$ vågvektorn

$$k_x = k n_x \quad \text{osv}$$

$$\Rightarrow \boxed{\Psi = a \cos(\omega t - \bar{k}\bar{r} + \epsilon)}$$

Plan vågen i harmoniskt form

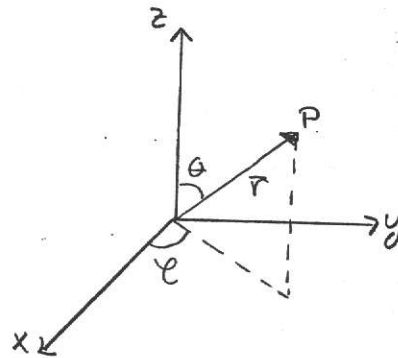
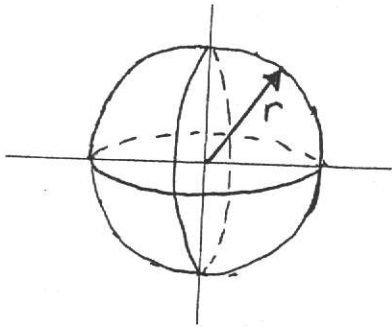
eller

$$\psi = \frac{ae^{i(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r})}}{e}$$

A - komplex amplitud

(8)

SFÄRISKA VÄGOR



Laplace operatorn: (sfäriska koordinater)

$$\nabla^2 = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sin \theta \frac{\partial}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{r^2 \sin^2 \theta} \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2}$$

$$\begin{cases} x = r \sin \theta \cos \varphi \\ y = r \sin \theta \sin \varphi \\ z = r \cos \theta \end{cases}$$

sfärisk våg = oberoende av θ & φ
 störningen lika stor
 överallt på sfärens yta

$$\psi(\vec{r}) = \psi(r) \quad \text{ej beroende på } \theta \text{ & } \varphi$$

$$\textcircled{1} \quad \nabla^2 \psi = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial \psi}{\partial r} \right)$$

skrivs som

$$\textcircled{2} \quad \nabla^2 \psi = \frac{1}{r} \frac{\partial^2}{\partial r^2} (r \psi)$$

BEVIS:

$$\begin{aligned} \textcircled{1} \quad \nabla^2 \psi &= \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial \psi}{\partial r} \right) \\ &= \frac{1}{r^2} \left(r^2 \frac{\partial^2 \psi}{\partial r^2} + 2r \frac{\partial \psi}{\partial r} \right) \\ &= \frac{\partial^2 \psi}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial \psi}{\partial r} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \textcircled{2} \quad \nabla^2 \psi &= \frac{1}{r} \frac{\partial^2}{\partial r^2} (r \psi) \\ &= \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(\psi + r \frac{\partial \psi}{\partial r} \right) \end{aligned}$$

$$= \frac{1}{r} \left(\frac{\partial \psi}{\partial r} + 1 \cdot \frac{\partial \psi}{\partial r} + r \frac{\partial^2 \psi}{\partial r^2} \right)$$

$$= \frac{\partial^2 \psi}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial \psi}{\partial r} \quad \text{alltså} \quad \textcircled{1} = \textcircled{2}$$

VÄG EKVAATIONEN

$$\nabla^2 \psi = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{r} \frac{\partial^2}{\partial r^2} (r \psi) = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2}$$

multiplisera med r överallt

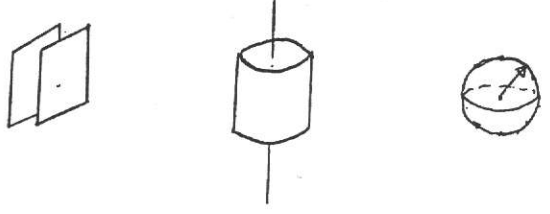
$$\frac{\partial^2}{\partial r^2} (r \psi) = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} (r \psi)$$

Samma som 1-dim vågekvation
Med vågfunktionen r · ψ

Lösningar: $r \psi = f(r - vt)$
 $\Rightarrow \psi = \frac{1}{r} f(r - vt)$

Harmonisk våg: $\psi = \frac{a_s}{r} \cos(\omega t - kr + \epsilon)$ avtar med ökande r
amp.

SAMMANFATTNING kap 2



Planå: $\psi = a \cos(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r})$

Cirkulära: $\psi = \frac{a_s}{r} \cos(\omega t - kr)$

cylindriska $\psi \approx \frac{a_s}{\sqrt{r}} \cos(\omega t - kr)$ långt från källan

eller plana: $\psi = A e^{i(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r})}$

sferiska: $\psi = \frac{a}{r} e^{i(\omega t - kr)}$

KAP 3

- 3.1 Reklam klart
- 3.2 Elektromagnetiska vågor (EM)

MAXWELLS EKVATION

$$\Rightarrow v = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}} \quad (\text{i vakuum})$$

$$\epsilon_0 = 8.85 \cdot 10^{-12} \text{ As/Vm}$$

$$\mu_0 = 4 \cdot \pi \cdot 10^{-7} \text{ Vs/Am}$$

$$\Rightarrow v = \frac{1}{\sqrt{8.85 \cdot 10^{-12} \cdot 4\pi \cdot 10^{-7}}} = 3.0 \cdot 10^8 \text{ m/s}$$

lyshastigheten i vakuum

Mer allmänt:

$$v = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \epsilon_r \mu_0 \mu_r}}$$

$\mu_r \approx 1$ för optiska material (E oviktigt i dessa sammanhang)

ϵ_r - relativa dielektricitets konstant

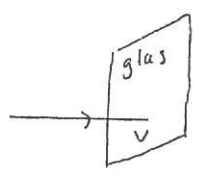
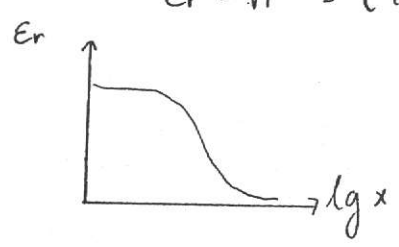
BRYTNINGS INDEX

$$n = \frac{c}{v} = \frac{\sqrt{\epsilon_0 \epsilon_r \mu_0 \mu_r}}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}} = \sqrt{\epsilon_r}$$

n, ϵ_r, v är frekvensberoende

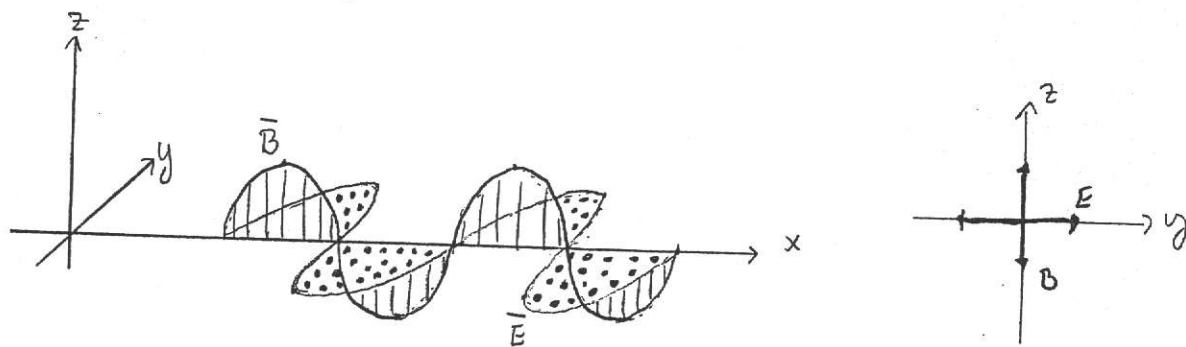
H₂O: $\epsilon_r = 81$ statisk OHZ

$\epsilon_r = n^2 = (1.33)^2 = 1.8$ för ljusfrekvenser ($\sim 10^{14}$ Hz)



EGENSKAPER HOS ELEKTROMAGNETISKA VÄGOR

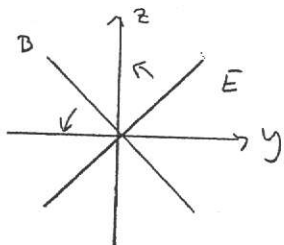
- \vec{B} och \vec{E} är vinkelräta mot varandra och utbredningsriktningen (transversell våg)
- En EM-våg består av två kopplade vågor, en elektrisk och en magnetisk. Där tex $B_z = \frac{E_y}{c}$
- $\vec{E} \times \vec{B}$ pekar i vågens utbredningsriktning
- \vec{B} och \vec{E} svänger i fas



Detta är en plan (linjär) polariserad våg, ty E ligger i ett plan (x - y planet) (som innehåller utbredningsriktningen)

POLARISATIONSPLANET - Det plan E svänger i (i fortsättningen ritas endast E)

CIRKULÄR POLARISATION



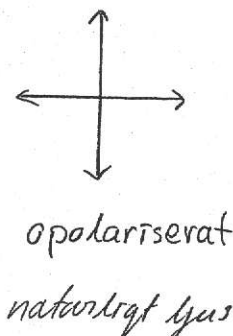
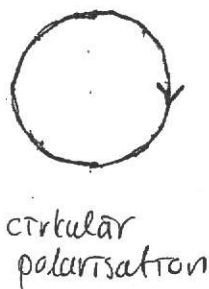
\vec{E} och \vec{B} falletet roterar

POLARISATION

föreläsning 3

17 mars-00

(12)



ENERGI OCH PÅVELSEMÄNGD

kap. 3.31 & 33.2

Energi tätheten hos elektriska fältet (energi/volyum)

$$W_E = \frac{1}{2} \vec{E} \cdot \vec{D}$$
$$= \frac{1}{2} \epsilon_0 \epsilon_r E^2$$

Energi tätheten hos magnetiska fältet

$$W_B = \frac{1}{2} \vec{B} \cdot \vec{H}$$
$$= \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{\mu_0 \mu_r} B^2$$

vågor $|\vec{B}| = \frac{|\vec{E}|}{v}$ ← fask hastighet

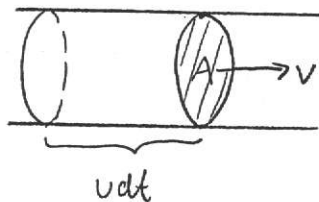
$$v = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \epsilon_r \mu_0 \mu_r}}$$
$$\Rightarrow W_B = \frac{1}{2 \mu_0 \mu_r} \cdot \frac{E^2}{v^2}$$
$$= \frac{\epsilon_0 \epsilon_r \mu_0 \mu_r}{2 \mu_0 \mu_r} E^2 = \frac{1}{2} \epsilon_0 \epsilon_r E^2$$

Alltså $W_B = W_E$

Totalt: $W = W_E + W_B$
 $= \epsilon_0 \epsilon_r E^2$ energi/volyum

IRRADIANCE - Intensitet

- ett mått på den energi som passerar en areaenhet på en tidsenhet



Energien transporteras med hastigheten v
På tiden dt så flyttar sig vägen sträckan $v dt$

Volymen $v dt \cdot A$ passerar ett tvärsnitt
på tiden dt

Energien i volymen: $v dt \cdot A \cdot w$

$$\Rightarrow I = \frac{v dt \cdot A \cdot w}{A \cdot dt}$$

$$= v w$$

$$= \epsilon_0 \epsilon_r E^2 \cdot v$$

$$\text{Men } B = \frac{E}{v}$$

$$H = \frac{1}{\mu_0 \mu_r} B = \frac{1}{\mu_0 \mu_r} \frac{E}{v}$$

$$\Rightarrow E = \mu_0 \mu_r v \cdot H$$

$$I = \epsilon_0 \epsilon_r \mu_0 \mu_r v H E v$$

$H =$ magnetiserande fältet

$$\text{med } v = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \epsilon_r \mu_0 \mu_r}}$$

$$\Rightarrow v^2 = \frac{1}{\epsilon_0 \epsilon_r \mu_0 \mu_r}$$

$$\Rightarrow I = E \cdot H$$

POYN TINGS VEKTOR

$$\vec{S} = \vec{E} \times \vec{H}$$

visar vilket håll som strålningen går

$$\vec{E} \perp \vec{H} \Rightarrow |\vec{E} \times \vec{H}| = E \cdot H \cdot \sin 90^\circ = E \cdot H = I$$

så absolutvärdet på poyntings vektor är utensiteten.

Hecht: $I = \langle |\vec{S}| \rangle$

\vec{S} pekar i utbredningsriktningen

Fälten varierar med tiden ($\sim 10^{14}$ Hz)

Medelvärdes bilden!

macelvärdet $\langle I \rangle = \epsilon_0 \epsilon_r v \langle E^2 \rangle$

Om vågen är planpolariserad harmonisk

$$E = E_0 \cos \omega t$$

↑
amp

$$\langle E^2 \rangle = \frac{1}{T} \int_0^T E_0^2 \cos^2 \omega t \cdot dt = \frac{1}{2} E_0^2$$

$$\langle I \rangle = \epsilon_0 \cdot \epsilon_r \cdot v \cdot \frac{1}{2} E_0^2$$

↑ ↑
n² c/n

$$= \frac{1}{2} \epsilon_0 n c E_0^2$$

OBS! $\langle I \rangle$ proportionell mot (amplituden)² gäller alla vågrörelser
proportionell mot n · (amplituden)² gäller EM-vågor

Med \vec{I} menar man (allmänhet $\langle I \rangle$).

FOTONER

kap 3.3.3

Energj: $E = h\nu = h \cdot f$ $h = \text{Plancks konstant}$

Rörelsemängd: $p = \frac{h}{\lambda} = \hbar k$

$$\hbar = \frac{h}{2\pi}$$

STRÄLNINGSTRYCKET

EM-vågor transporterar också rörelsemängd.

Vi får också ett strålningstryck

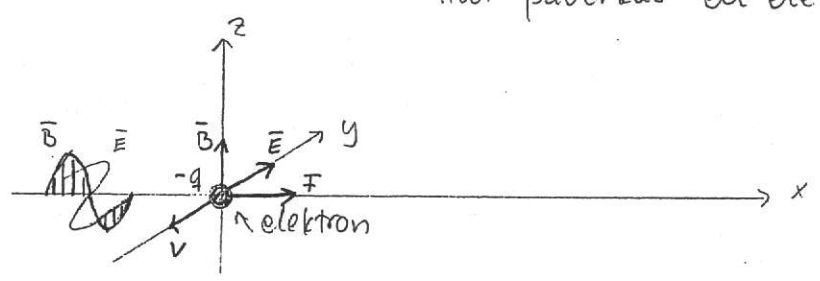
(Ex. blytt på plåt)

Solens strålnings tryck på jorden

$$\sim 5 \cdot 10^{-6} \text{ N/m}^2$$

Spectral fall: Planpolariserad våg faller in längs x-axeln

Hur påverkas en elektron?



Elektronen börjar röra sig i E-fältet

$$\vec{F}_E = q \vec{E}$$

med hastigheten v och då har vi en laddning som rör sig.

Då påverkas den av magnetiska krafter

$$\vec{F}_B = -q \vec{v} \times \vec{B}$$

pekar i x-axelns riktning

F_B ger strålningstrycket

RELATIVISTISK HÄRLEDNING

Energin: $W = (p^2 c^2 - m_0^2 c^4)^{1/2}$

fotoner $m_0 = 0$

$$\Rightarrow W = \sqrt{p^2 c^2} = pc$$

$$\Rightarrow p = \frac{W}{c}$$

$$I = \frac{W}{a \cdot t} \quad \frac{\text{energi}}{\text{area} \cdot \text{tid}}$$

$$p = \frac{W}{c} = \frac{I \cdot a \cdot t}{c}$$

$$F = \frac{dp}{dt} = \frac{d}{dt} \left(\frac{I a t}{c} \right) = \frac{I \cdot a}{c}$$

strålnings trycket

$$\boxed{\frac{F}{A} = \frac{I}{c}}$$

ELEKTROMAGNETISK STRÅLNING

kap 3.4

Notera ekv. 3.57

dipolstrålning $I \sim \omega^4$ kraftigt frekvensberoende

LJUS I MATERIA

kap 3.5

$$n = \frac{c}{v} \approx \sqrt{\epsilon_r}$$

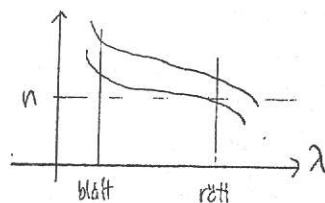
Göm ej att $n(\omega)$ är frekvensberoende!



frekvensen ändras inte

DISPERSION

Beskriver $n(\omega)$ frekvensberoende



normal dispersion

ELEKTROMAGNETISKT SPEKTRUM

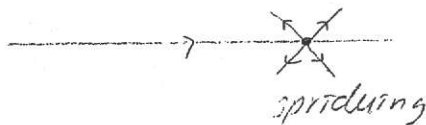
kap 3.6

(17)

bra att ha koll på
ungefär vilken frekvens
färgerna har

RAYLEIGH SPRIDNING

kap 4.2



Rayleigh spridning - spridning mot små
partiklar ($< \lambda$)

Spridningen är frekvensberoende

$$I \sim (4 \cdot 2\pi)^4 = \omega^4 \quad (\text{jmf etv. 3.57})$$

alltså $I \sim \frac{1}{\lambda^4}$

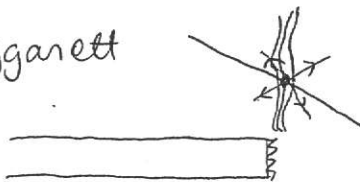
Ex $\frac{\lambda_{\text{rött}}}{\lambda_{\text{blått}}} = 1.8$

$$\frac{I_{\text{rött}}}{I_{\text{blått}}} = \frac{\lambda_{\text{blått}}^4}{\lambda_{\text{rött}}^4} \approx 0.1$$

$\Rightarrow I_{\text{blått}} \approx 10 \cdot I_{\text{rött}}$

"Blått sprids mer än rött"

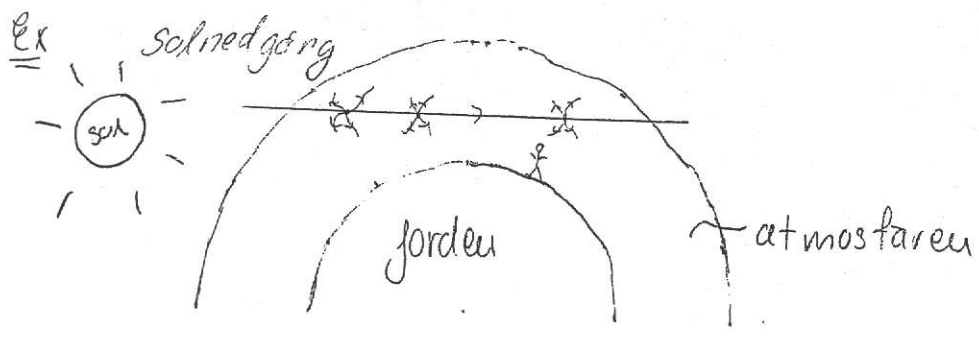
Ex cigganett



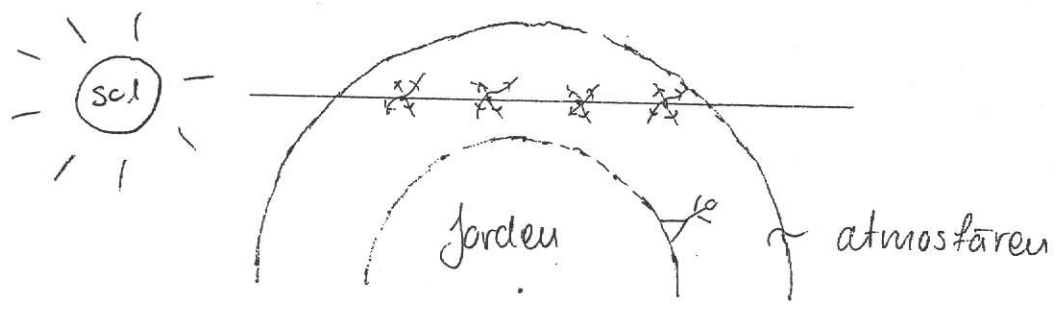
röken ser blå ut. Varför?

Blått ljus sprids mest, små partiklar i röken
Stora partiklar ($> \lambda$) sprider allt ljus lika
mycket, mycket frekvensberoende

\Rightarrow ser vitt ut (utavdädd rök)



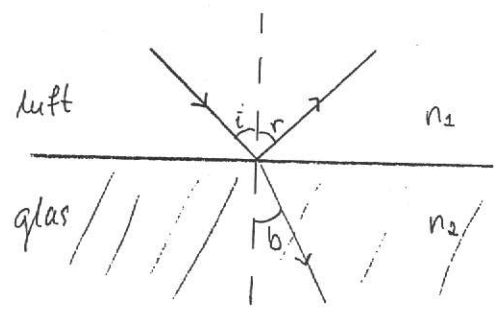
Blått ljus sprids mest, därför kan en observatör på jorden se himlen som blå



Blått ljus sprids först osv ner till gult ljus. När ljuset hunnit fram till observatören är det bara rött kvar, pga spridningen => solnedgången röd och gul pga luftföroreningar har det norra halvklotet vackrare solnedgång ännu mer rött.

REFLEKTION OCH BRYTNING

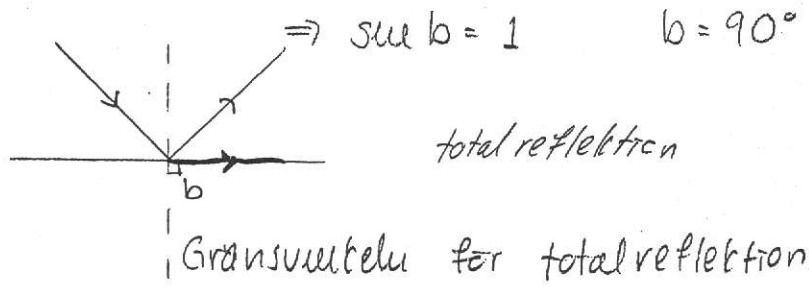
kap 4.3 & 4.4



- 3 LAGAR:
- ① Infallande, reflekterad och bruten stråle ligger i ett plan - infallsplanet
 - ② $i = r$
 - ③ $n_1 \sin i = n_2 \sin b$ brytningslagen - Snells lag

Specialt fall:

$$\text{Om } \sin i = \frac{n_2}{n_1}$$



OBS! λ och v beror av n

$$\left. \begin{array}{l} \text{I ett medium } \lambda_m = \frac{v_m}{f} \\ \text{vakuum } \lambda_0 = \frac{c}{f} \end{array} \right\} \lambda_m = \frac{v_m \lambda_0}{c} = \frac{\lambda_0}{n}$$

f beror ej på vilket medium vi är i



Våg: $E = E_0 e^{i(\omega t - kx)}$

dar $k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{\lambda_0} \cdot n$

alltså: $E = E_0 e^{i(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda_0} n x)}$

k i vakuum = k_0

$= E_0 e^{i(\omega t - k_0 n x)}$

$n x$ = optisk våglängd

x = geometrisk våglängd

Använd optisk våglängd vid beräkningar!

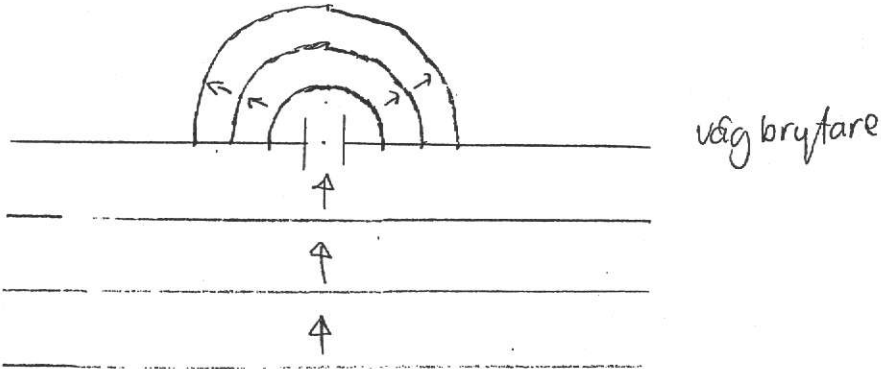
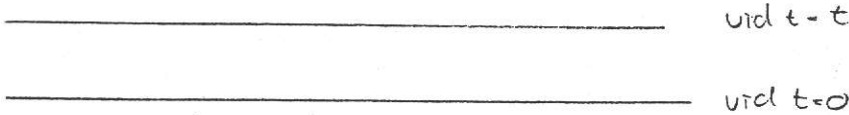
HUYGENS PRINCIP

kap 4, 2

föreläsning 4

20 mars 06

20



Varje punkt som träffas av vågen blir centrum för en sekundär våg

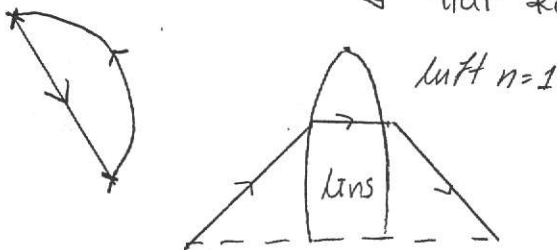
Tangentytan till de sekundära vågorna ger vågfronter vid ett senare tillfälle

FERMATS PRINCIP

kap 4, 5

Den väg som ljuset får mellan två punkter är den som → "tar kortast tid"

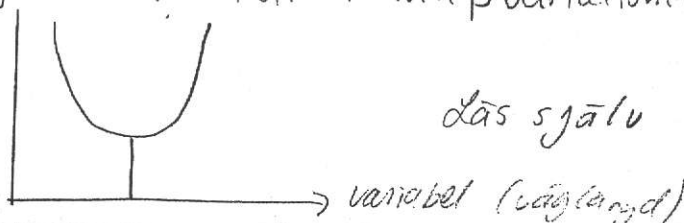
↘ "tar kortast optiska väg"



Modern form:

En ljusstråle mellan två punkter går den optiska våglängden ($n \cdot x$) som är stationär w.r.p. variationen av våglängden

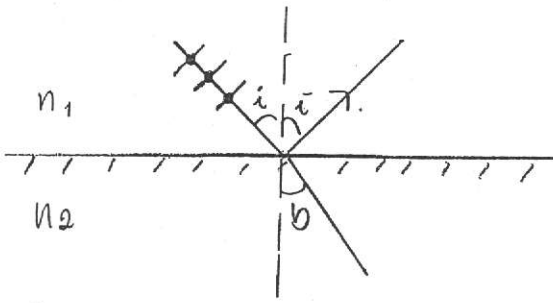
optisk
våglängd
opt.



FRENELS FORMEL

kap 4.6

(21)

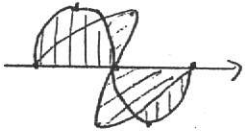


- E_{\perp}
- | E_{\parallel}

Brytnings lag: en ger riktningen

$$n_1 \sin i = n_2 \sin b$$

Frenels formler: Ger intensitet och polarisation
 \vec{E} och \vec{B} delas upp i komponenter
 \parallel och \perp mot infalls planet



Gamla beteckningar

$$E_{\perp} = E_s \quad \uparrow \text{senkrecht (vinkelrätt)}$$

$$E_{\parallel} = E_p \quad \uparrow \text{parallell}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{E_{or \parallel}}{E_{oi \parallel}} = \frac{\tan(i-b)}{\tan(i+b)} = r_{\parallel} \\ \frac{E_{or \perp}}{E_{oi \perp}} = -\frac{\sin(i-b)}{\sin(i+b)} = r_{\perp} \end{array} \right. \quad \left. \begin{array}{l} \uparrow \text{reflektions koefficient} \\ \text{Reflekterat} \end{array} \right.$$

i = infallande
 r = reflekterande
 o = amplitud

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{E_{ob \parallel}}{E_{oi \parallel}} = \frac{2 \sin b \cos i}{\sin(i+b) \cos(i-b)} = t_{\parallel} \\ \frac{E_{ob \perp}}{E_{oi \perp}} = \frac{2 \sin b \cos i}{\sin(i+b)} = t_{\perp} \end{array} \right. \quad \left. \begin{array}{l} \uparrow \text{transmissions koefficient} \\ \text{Transmitterat} \end{array} \right.$$

b = bryten, transmitterad stråle

o Special fall

① umkehrfall unfall

$$\bar{i} = 0$$

Snells lag: $n_1 \sin i = n_2 \sin b$

$$\Rightarrow b = 0$$

Läßt $i \rightarrow 0$

$\sin i \approx i$ dann $i \approx b$ um i ar uttet

Snells lag: $n_1 \bar{i} = n_2 b$

$$\bar{i} = \frac{n_2 b}{n_1}$$

$$\Rightarrow \boxed{\frac{E_{or\parallel}}{E_{ob\parallel}}} = \frac{\bar{i} - b}{\bar{i} + b} = \frac{\frac{n_2 b}{n_1} - b}{\frac{n_2 b}{n_1} + b} = \boxed{\frac{n_2 - n_1}{n_2 + n_1}}$$

$$\boxed{\frac{E_{or\perp}}{E_{ob\perp}}} = - \frac{\bar{i} - b}{\bar{i} + b} = \boxed{- \frac{n_2 - n_1}{n_2 + n_1}}$$

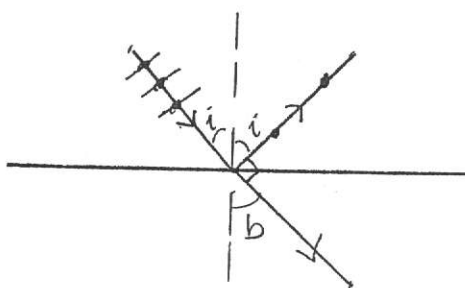
GBS! $I \sim n(\text{amplitude})^2$

$$\frac{I_r}{I_i} = \left(\frac{E_{or\parallel}}{E_{oi\parallel}} \right)^2 = \left(\frac{E_{or\perp}}{E_{oi\perp}} \right)^2 = \left(\frac{n_2 - n_1}{n_2 + n_1} \right)^2$$

Für Glas $n = 1.5 \Rightarrow \frac{I_r}{I_i} = 0.04 \quad 4\%$

diamant $n = 2.4 \Rightarrow \frac{I_r}{I_i} = 0.17 \quad 17\%$

② $\bar{i} + b = 90^\circ$



reflektierte strale \perp
mit brechene strale

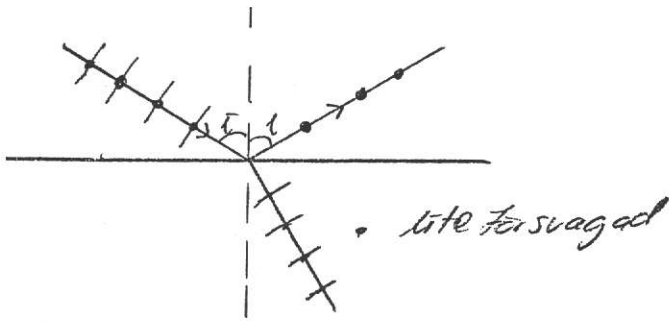
$$\frac{E_{or//}}{E_{oi//}} = \frac{\tan(i-b)}{\tan(i+b)}$$

$$= \frac{\cos(\overbrace{i+b}^{90^\circ})}{\underbrace{\sin(i+b)}_{90^\circ}} \cdot \tan(i-b)$$

$$= 0$$

$$\frac{E_{or\perp}}{E_{oi\perp}} = - \frac{\sin(i-b)}{\sin(i+b)} = -\sin(i-b)$$

Alltså E_{\parallel} mycket reflekteras
 \Rightarrow den reflekterade strålen är
 plumpolariserad



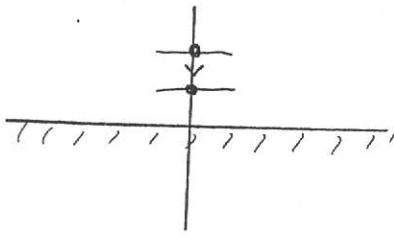
Brewsters lag: $n_1 \sin i = n_2 \sin b$

$$b = \frac{\pi}{2} - i$$

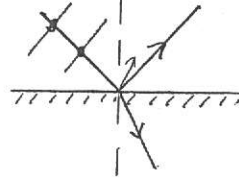
$$\Rightarrow n_1 \sin i = n_2 \sin \left(\frac{\pi}{2} - i \right)$$

$$= n_2 \cos i$$

$$\Rightarrow \tan i = \frac{n_2}{n_1}$$

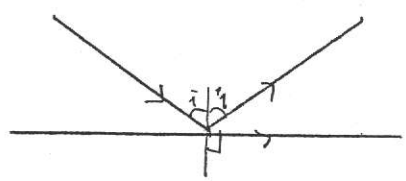


\perp och // -tvärdryga



$$\frac{I_r}{I_i} = \left(\frac{n_2 - n_1}{n_2 + n_1} \right)^2$$

③ TOTAL REFLEKTION



$b = 90^\circ$

$$\frac{E_{or \parallel}}{E_{oi \parallel}} = \frac{\tan(\tau - b)}{\tan(\tau + b)}$$

$$= \frac{\sin 2i - \sin 2b}{\sin 2i + \sin 2b}$$

180°

$$= \frac{\sin 2i}{\sin 2i} = 1$$

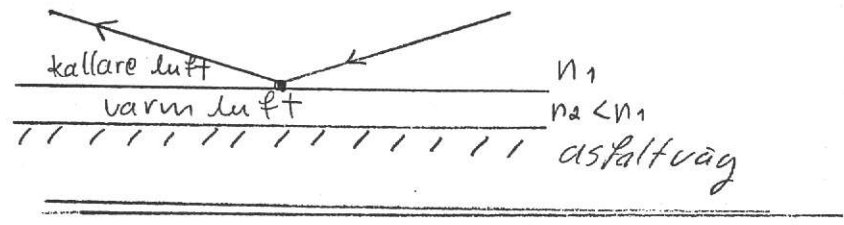
$$\frac{E_{or \perp}}{E_{oi \perp}} = - \frac{\sin(\tau - b)}{\sin(\tau + b)}$$

$$= - \frac{\sin \tau \cos b - \cos \tau \sin b}{\sin \tau \cos b + \cos \tau \sin b}$$

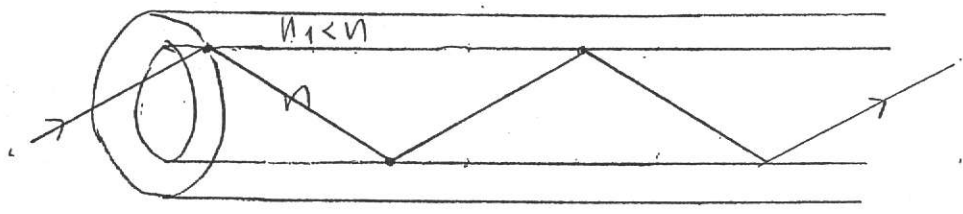
$$= \left\{ \begin{array}{l} \sin b = 1 \\ \cos b = 0 \end{array} \right\}$$

$$= - \frac{-\cos \tau}{\cos \tau} = 1 \quad \text{total reflektion}$$

Ex:



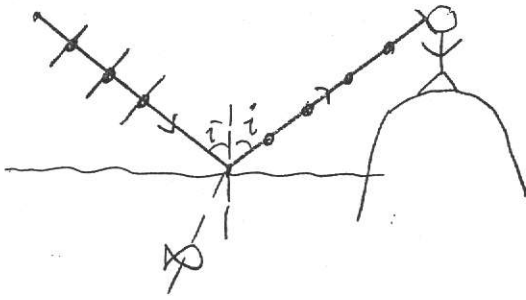
OPTISK FIBER



REFLEKTANS R

$$R_{\parallel} = r_{\parallel}^2 = \frac{I_{r \parallel}}{I_{i \parallel}}$$

$$R_{\perp} = r_{\perp}^2 = \frac{I_{r \perp}}{I_{i \perp}}$$



Brewsters lag:

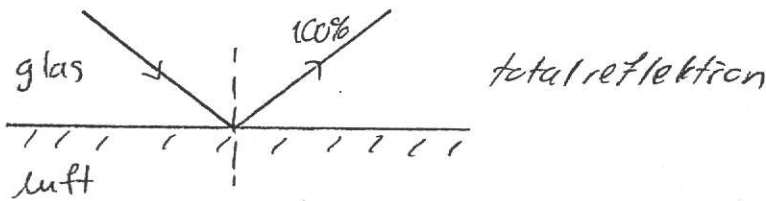
$$\tan i = \frac{n_2}{n_1} = \frac{1.33}{1}$$

$$i = 53^\circ$$

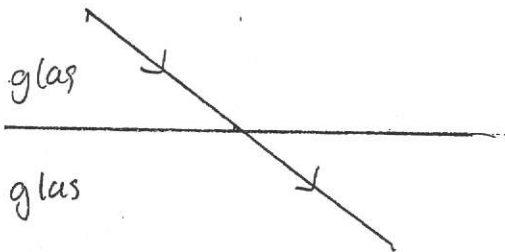
EVANESCENT WAVE

kap 9.7.1

"försvinnande våg"



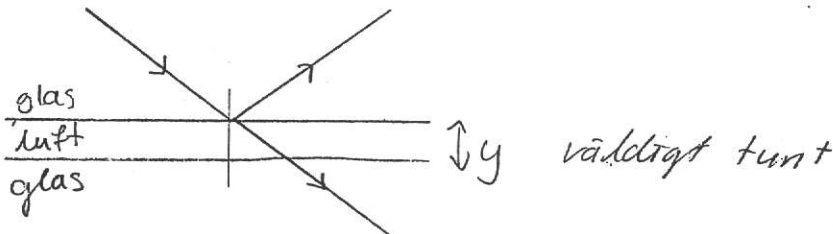
totalreflektion



ingen "gräns"

100% transmission

Såra på glaset mycket lite



evanescent wave

Med litet luftgap fås både reflekterad och transmitterad stråle

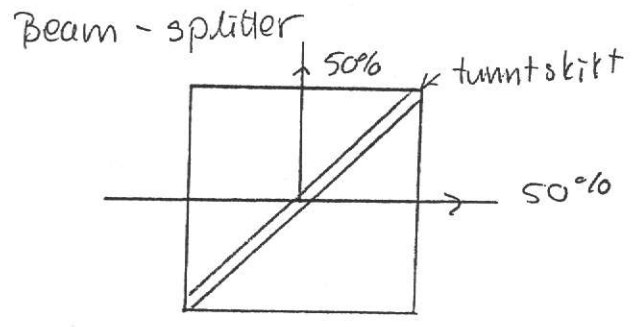
FTIR - Åustrerad total vågreflektion

Påminner om tunnning (kvantmekanisk)

Den evanescenta vågens amplitud avtar exponentiellt i det tunnare mediet

$$E \sim e^{-\alpha y}$$

läs själv



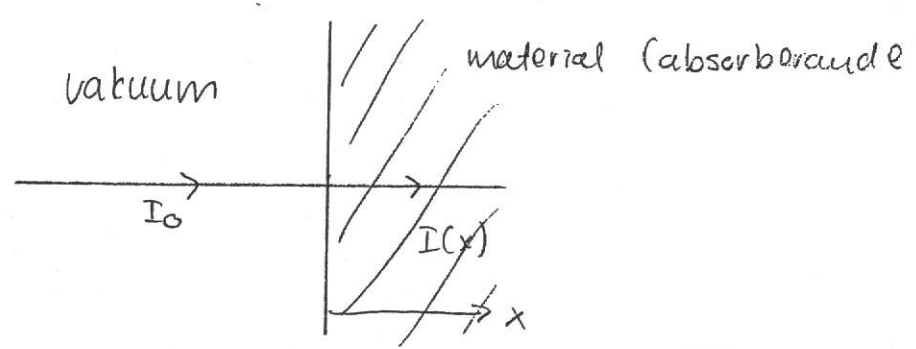
OPTISKA EGENSKAPER HOS METALLER

Fria elektroner

Hög absorption

Hög reflektans

ABSORPTION



Experimentellt: $I(x) = I_0 e^{-\alpha x}$

α -absorptions koeff.

ex: En planpolariserad EM-våg

$$E_z = E_0 e^{i(\omega t - kx)}$$

$$= E_0 e^{i\omega(t - \frac{x}{v})}$$

$$= \left\{ n = \frac{c}{v} \right\}$$

$$= E_0 e^{i\omega(t - \frac{n}{c} x)}$$

nx - optisk väg

Absorption - I avtar

(27)

⇒ amplituden E_0 avtar

$$I = I_0 e^{-\alpha x} \sim (\text{amplituden})^2 \\ = E_0^2 e^{-\alpha x}$$

$$\Rightarrow E_2 = \underbrace{E_0 e^{-\alpha x}}_{\text{ny amplitud}} e^{i\omega(t - \frac{n}{c}x)}$$

ny amplitud
som är avtagande
för växande x

$$= E_0 e^{i\omega\left(t - \frac{n}{c}x - \frac{\alpha x}{\omega}\right)}$$

$$= E_0 e^{i\omega\left(t - \frac{n}{c}x + \frac{\alpha c}{2i\omega} \cdot \frac{i}{c}x\right)}$$

$$= E_0 e^{i\omega\left(t - \frac{n - \frac{i\alpha c}{\omega}}{c}x\right)}$$

komplext brytningsindex

$$\tilde{n} = n - \frac{i\alpha c}{\omega}$$

ABSORPTION

föreläsning 5

$\Rightarrow n$ blir komplext

$$\hat{n} = n_r + i n_i$$

↑ ↑
real imag

$$\hat{n} = n - i \frac{\alpha c}{\omega}$$

Om $n_i \neq 0 \rightarrow$ absorption

REFLEKTION

från en metall

Antag \perp utfall från luft till metall

$$R = \frac{I_r}{I_i} = \left(\frac{\hat{n}-1}{\hat{n}+1} \right) \left(\frac{\hat{n}-1}{\hat{n}+1} \right)^* \leftarrow \begin{array}{l} \text{komplex} \\ \text{konjugat} \end{array}$$

$$= r \cdot r^*$$

där $\hat{n} = n_r - i n_i$

metaller absorberar starkt -

alltså n komplext

$$\Rightarrow R = \left(\frac{n_r - i n_i - 1}{n_r - i n_i + 1} \right) \left(\frac{n_r + i n_i - 1}{n_r + i n_i + 1} \right)$$

$$= \frac{(n_r - 1)^2 + n_i^2 + \cancel{(n_r - 1) i n_i} - \cancel{(n_r - 1) i n_i}}{(n_r + 1)^2 + n_i^2 + \cancel{(n_r - 1) i n_i} - \cancel{(n_r - 1) i n_i}}$$

Om $n_i \gg n_r$

$$\Rightarrow R \rightarrow 1$$

100% reflektans

kap 4.9-4.11 läs själva

SUMMERING KAP 4

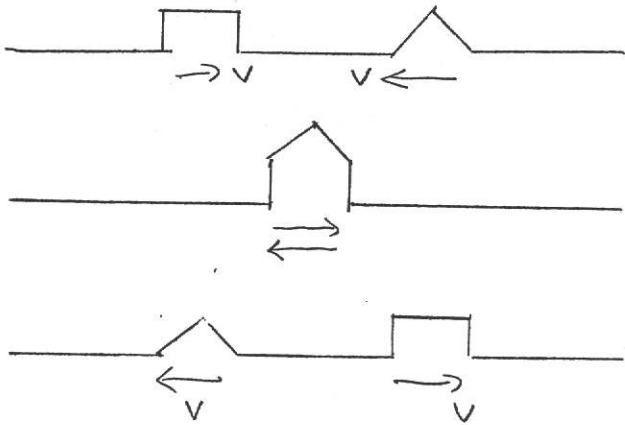
Brytningslagen - ger strålens riktning

Fresnels formler - ger utlösningen och polarisation

SUPERPOSITION

29

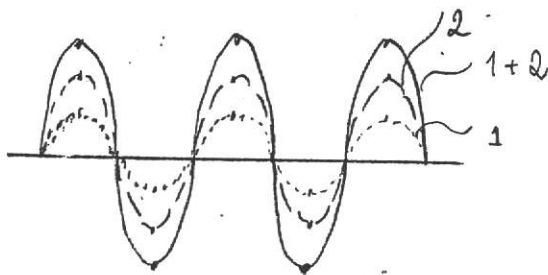
Att addera vågor



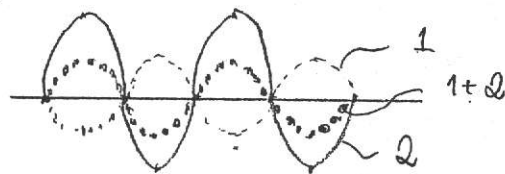
Superpositionsprincipen

Om två eller flera vågor passerar
en punkt adderas störningarna

INTERFERENS



konstruktiv interferens



destruktiv interferens

Superposition av vågor med samma frekvens

$$\begin{cases} E_1 = E_{01} \sin(\omega t - kr_1 + \epsilon_1) \\ E_2 = E_{02} \sin(\omega t - kr_2 + \epsilon_2) \end{cases}$$

r - avståndet från resp. källa

Tidsberoendet i en punkt i rummet

$$E_1 = E_{01} \sin(\omega t - \alpha_1)$$

$$E_2 = E_{02} \sin(\omega t + \alpha_2)$$

där $\alpha_1 = -kr_1 + \epsilon_1$

$$\alpha_2 = -kr_2 + \epsilon_2$$

addera!

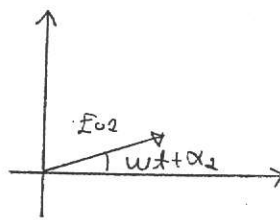
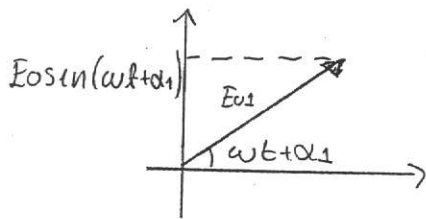
$$E = E_1 + E_2$$

3 metoder:

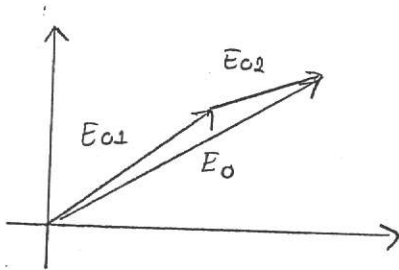
- 1) Algebraiska metoden
 - 2) Visar diagram
 - 3) Komplexa metoden
- } Beträma

o Visar diagram

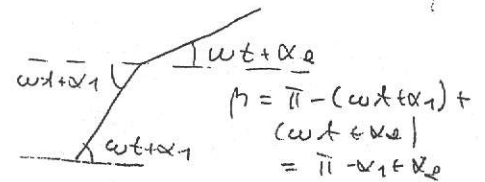
Rita E1 och E2 som visare



addera vektorieelt



cosinus teoremet



$$E_0^2 = E_{01}^2 + E_{02}^2 - 2 E_{01} E_{02} \cos(\pi - \alpha_1 + \alpha_2)$$

$$\cos(\alpha_2 - \alpha_1)$$

ty: $\cos(\pi + \alpha) = -\cos \alpha$

$$\Rightarrow E_0^2 = E_{01}^2 + E_{02}^2 + 2 E_{01} E_{02} \cos(\alpha_2 - \alpha_1)$$

$$\Rightarrow \boxed{I = I_1 + I_2 + 2 \sqrt{E_{01} E_{02} \cos(\alpha_2 - \alpha_1)}}$$

interferens termen

ofta: $\alpha_2 - \alpha_1 = \delta$ fas skillnaden

Alltså: $\delta = \alpha_2 - \alpha_1$

$$= -kr_2 + \epsilon_2 - (-kr_1 - \epsilon_1)$$

där $k = \frac{2\pi}{\lambda}$

$$\Rightarrow \delta = \frac{2\pi}{\lambda} (r_2 - r_1) + \epsilon_2 - \epsilon_1$$

Om $\epsilon_1 = \epsilon_2$ i fas

$$\delta = \frac{2\pi}{\lambda} (r_1 - r_2)$$

$$= \frac{2\pi}{\lambda_0} n (-r_2 - r_1)$$

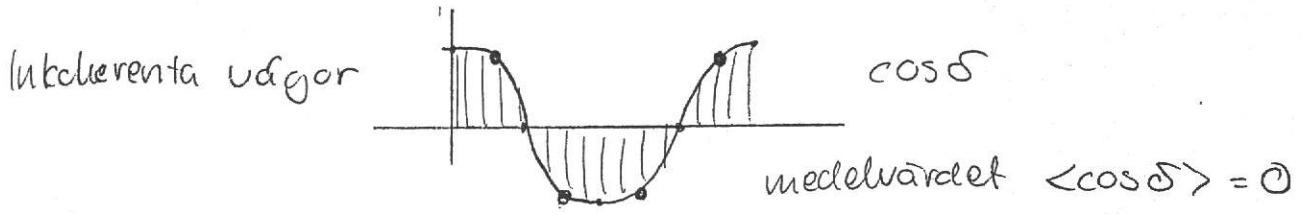
↑
vakuum

optisk vägskillnad

$$I = I_1 + I_2 + 2 \sqrt{I_1 I_2} \cos \delta$$

Kohärenta vågor: $\delta = \text{konstant i tiden}$

Inkohärenta vågor: δ varierar slumpvis i tiden



$$\Rightarrow I = I_1 + I_2$$

KOMPLEXA METODEN

$$\tilde{E}_1 = E_{01} e^{i(\omega t + \alpha_1)} = \underbrace{E_{01}}_{E_{01}} e^{i\alpha_1} e^{i\omega t}$$

$$\tilde{E}_2 = E_{02} e^{i(\omega t + \alpha_2)} = E_{02} e^{i\omega t}$$

totalt: $\tilde{E} = \tilde{E}_1 + \tilde{E}_2$

$$= \underbrace{(E_{01} + E_{02})}_{\tilde{E}_0} e^{i\omega t}$$

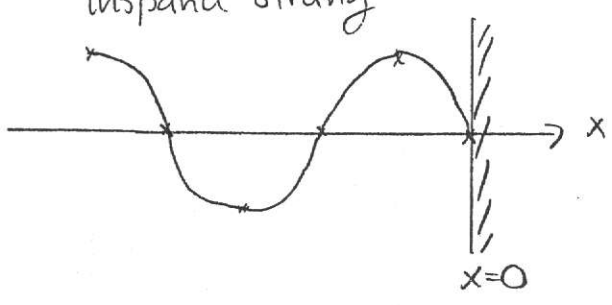
$I \sim |\tilde{E}_0|^2$ se resultat

$$\Rightarrow I = I_1 + I_2 + 2 \sqrt{I_1 I_2} \cos \delta$$

STÅENDE VÅGOR

kap 7.14

inspänd sträng



infällande våg:

$$\psi_i = a_i \cos(\omega t - kx)$$

$$\psi_r = a_r \cos(\omega t + kx + \epsilon) \text{ reflekterad}$$

Resulterande våg $\psi = \psi_i + \psi_r$

Randvillkor: $x=0, \psi=0$ för alla t

$$\psi_{x=0} = a_1 \cos \omega t + a_2 \cos(\omega t + \epsilon) = 0$$

$$a_1 \cos \omega t = -a_2 \cos(\omega t + \epsilon) \quad \text{for all } t$$

$\Rightarrow a_1 = a_2$ amplituderna alltid positiva

$$\Rightarrow \cos \omega t = -\cos(\omega t + \epsilon) \quad \left\{ \cos(\alpha + \pi) = -\cos \alpha \right\}$$

$$\Rightarrow \epsilon = \pi$$

Det sker ett fas stift på

π rad vid reflektion

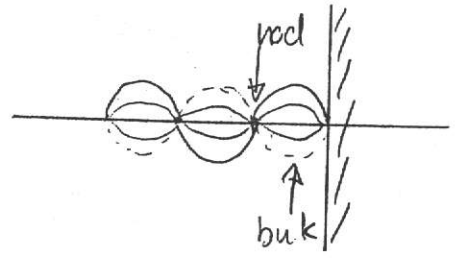
$$\Rightarrow \psi = a \cos(\omega t - kx) + a \cos(\omega t + kx + \pi)$$

$$= a \cos(\omega t - kx) - a \cos(\omega t - kx)$$

$$= \left\{ \begin{array}{l} \cos \alpha - \cos \beta = -2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \cdot \sin \frac{\alpha - \beta}{2} \\ \sin(-kx) = -\sin kx \end{array} \right\}$$

$$\Rightarrow \psi = 2a \sin \omega t \sin kx$$

separat tids & rumsberoende



ADDERA VÄGOR MED OLIKA FREKVENSS

2 harmoniska vågor - samma amplitud
nästan samma frekvens

$$f \pm \frac{\Delta f}{2} \quad f = \frac{\Delta f}{2} \quad \Rightarrow \text{se nedåt}$$

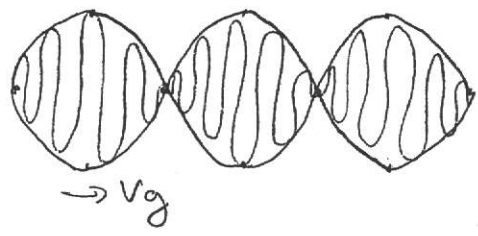
$$\psi = \underbrace{2a \cos \left(\frac{\Delta \omega t}{2} - \frac{\Delta k x}{2} \right)}_{\text{"amplituden"}} \cos(\omega t - kx)$$

In (amplituden)² beror på x och t
sk svävningar, beats (vacker bild i höret)

GRUPPHASTIGHET

kap 7.2.2

Svänging:



$\frac{2\pi \cdot \lambda}{3\pi \cdot \lambda} = \frac{2}{3}$

~~~~~  $\rightarrow v$

~~~~~  $v \rightarrow$  fashastighet

Fashastighet $v = \frac{\omega}{k}$

Grupphastighet $v_g = \frac{d\omega}{dk}$

Svängingen utbreder sig med hastigheten $\frac{\Delta\omega}{\Delta k}$

~~~~~ vågpaketet flyttar sig med grupphastigheten

Bra att ha i b!

$$v_g = \frac{d\omega}{dk} = \frac{d(kv)}{dk} = v + k \frac{dv}{dk}$$

$$\frac{dv}{dk} = \frac{dv}{d\lambda} \frac{d\lambda}{dk}$$

$$= \frac{dv}{d\lambda} \cdot \frac{d}{dk} \left( \frac{2\pi}{k} \right) = - \frac{dv}{d\lambda} \cdot \frac{2\pi}{k^2}$$

$$v_g = v - \frac{2\pi}{k} \frac{dv}{d\lambda}$$

$$= v - \lambda \frac{dv}{d\lambda}$$

$$v_g = v - \lambda \frac{dv}{d\lambda}$$

- { Fourierserien
- { Fourierintegraler

SUMMERING KAP 7

föreläsning 6

27 mars - 00

$$I = I_1 + I_2 + 2 \sqrt{I_1 \cdot I_2} \cos \delta$$

Samma fas

$$\delta = \frac{2\pi}{\lambda_0} n (r_1 - r_2)$$

optisk vägskilnad

TRE METODER

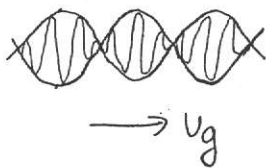
- 1) Algebraiskt
- 2) Ursar diagram
- 3) Komplexa metoden

Olika faser:

$$\Psi = 2a \cos \left( \frac{\Delta \omega}{2} t - \frac{\Delta k}{2} x \right) \cos (\omega t - kx)$$

"amplituden"

och  $x$  beror på



$$v_g = \frac{d\omega}{dk}$$

FOURIER SERIER

(Periodisk störning) kap 7.3

$$\Psi(x) = a_0 + \sum_{m=1}^{\infty} a_m \cos(mkx) + \sum_{m=1}^{\infty} b_m \sin(mkx)$$



ICKE PERIODISK STÖRNING

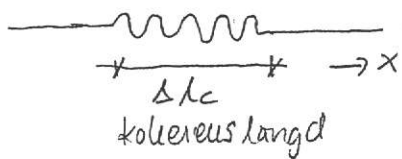
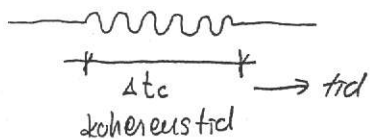
kap 7.4



$$\Psi(x) = \frac{1}{\pi} \left[ \int_0^{\infty} A(k) \cos(kx) dk + \int_0^{\infty} B(k) \sin(kx) dk \right]$$

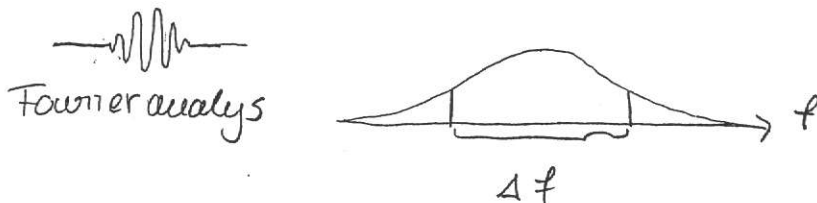
där  $A(k) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x) \sin(kx) dx$   
 $\vdots$

VÄGOR



- Ex Sollys  $\Delta lc \sim 900 \text{ nm}$   
 Itg-lampa  $\sim 0.3 \text{ mm}$   
 He-Ne laser  $\sim 200 \text{ m}$

Puls

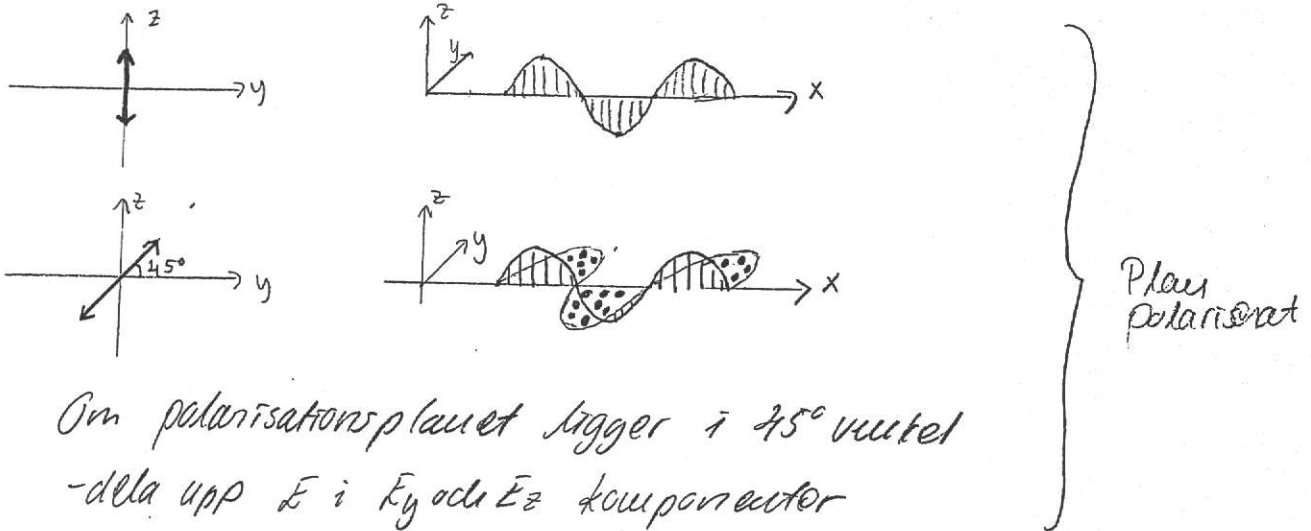


$\Delta f$  - bandbredd (bredd på halva höjden)

$\Delta f \approx \frac{1}{\Delta tc}$

$\Delta lc = v \cdot \Delta tc$

POLARISATION kap 8

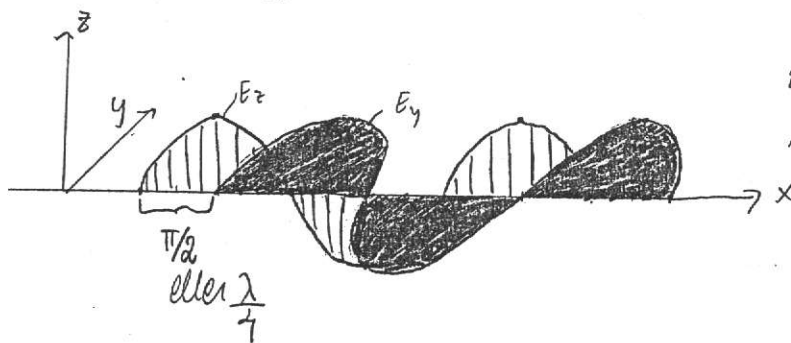


Om polarisationsplanet ligger i 45° vinkel -dela upp  $E$  i  $E_y$  och  $E_z$  komponenter

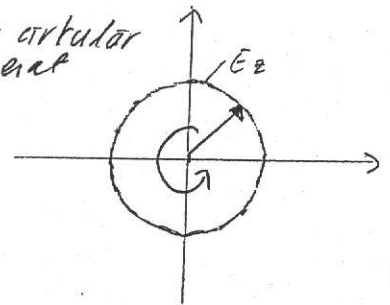
$E_z$  och  $E_y$  är i fas

1 fas  $E_y - E_z = 0$

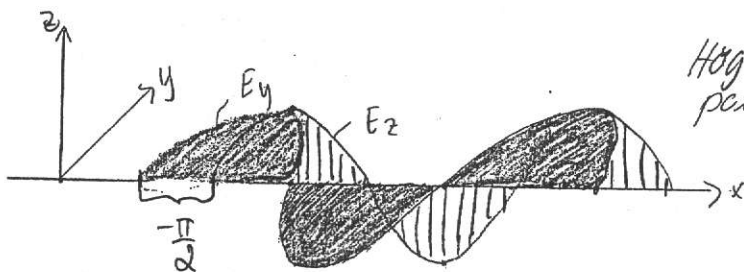
Om  $E_y - E_z = \frac{\pi}{2}$



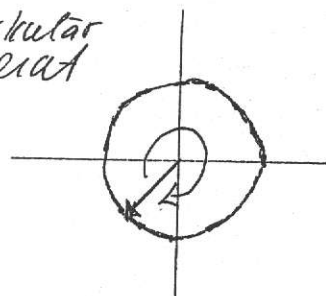
Vänster cirkulär polariserat



Om  $E_y - E_z = -\frac{\pi}{2}$



Höger cirkulär polariserat



Allmänt

$$E_y = E_{0y} \cos(\omega t - kx + \epsilon_y)$$

$$E_z = E_{0z} \cos(\omega t - kx + \epsilon_z)$$

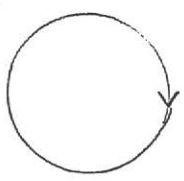
Om cirkulär polariserat (vänster)

$$\begin{cases} E_{0y} = E_{0z} \\ E_y - E_z = \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

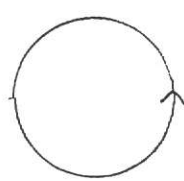
SYMBOLISKT



exempel på plan (linjär) polariserat "P"



Höger "R"



Vänster "L"

cirkulär polariserade

ELLIPTISK POLARISATION

tex om  $E_y - E_z \neq n \cdot \frac{\pi}{2}$  (n heltal)

eller om  $E_{0y} \neq E_{0z}$  och  $E_y - E_z \neq n \cdot \pi$

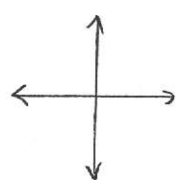
symboliskt:



elliptisk polariserat "E"

OPOLARISERAT LJUS

symboliskt



Godtycklig superposition av planpolariserat ljus med godtycklig fasskillnad

POLARISATORER

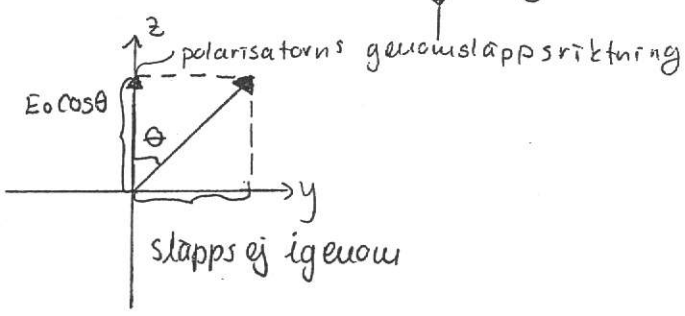
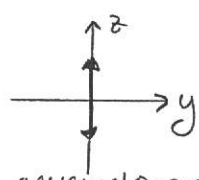
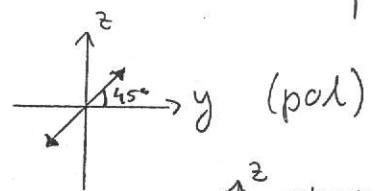
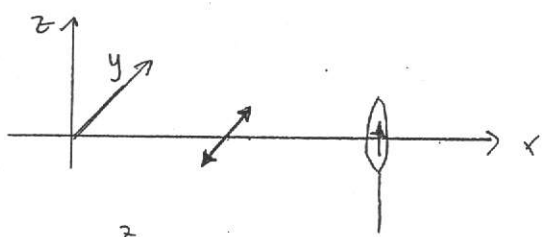
kap 8.2

(Ljus) polarisator - tillverkar planpolariserat ljus

analysator - analyserar om infallande ljus är planpolariserat

- Ljus polarisation
- 1) Diffraction
  - 2) Reflektion (Brewsters lag)
  - 3) Dubbelbrytning
  - 4) Spridning

MALUS LAG



$I \sim (\text{amplituden})^2 = E^2 \cos^2 \theta$

$I = I_0 \cos^2 \theta$  Malus lag

$I_0 = \text{maximala intensitet}$

DIKROISM

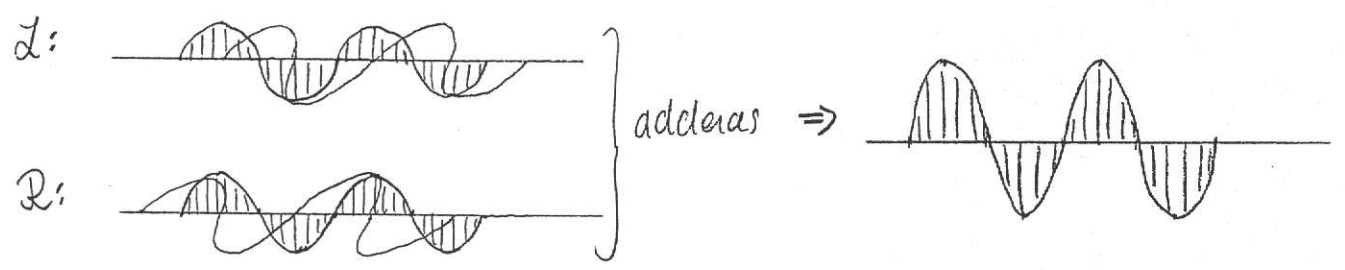
kap 8.3

$\epsilon$ -fältets två komponenter absorberas helt  
Den andra bana delvis

Läs i Hocket

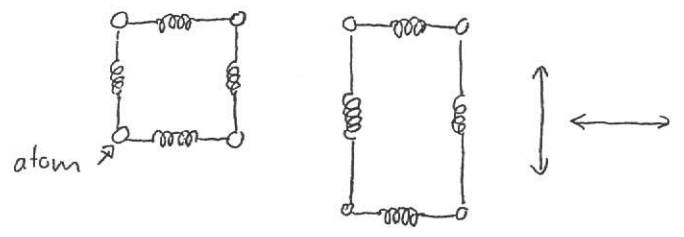
TIPS!

cirkulär polariserat =  $\sum$  (två linjärpolariserade vågor med  
fasskillnad  $\pm \frac{\pi}{2}$  och samma amplitud)  
linjärpolariserat =  $\sum$  (två cirkulär polariserade, en L och en R



DUBBELBRYTNING

kap 8.4



Vissa kristaller

Kalkspat (CaCO3)

Kvarts

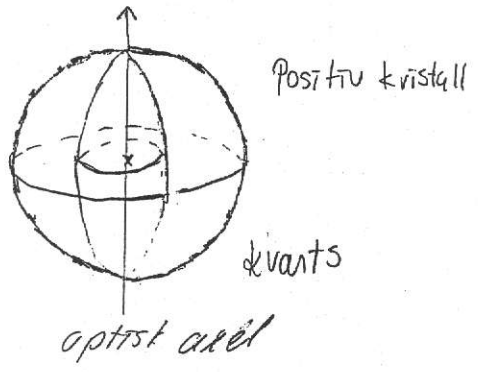
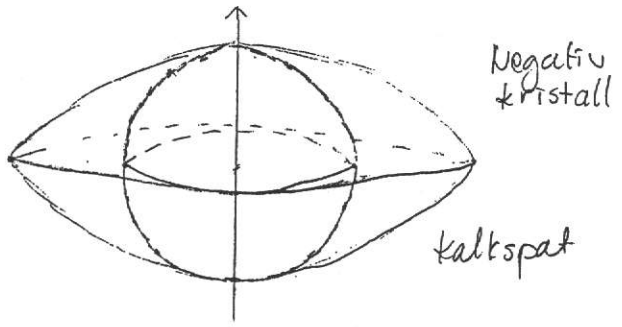
Dubbelbrytning-materialen kan två olika brytningsindex  
beroende på riktning



FRESNELS METOD

Guttag att en källa finns iuti ett dubbelbrytande material

Tva vagnfronter bildas, en star och en rotationsellips



optisk axel = symmetriaxel  
(rotationsymmetri)

Vagnfronten visar hur langt en vagn har utbrett sig pa en viss tid

=> Amplituden till vagnfronten ~ utbredningshastigheten

ORDINAR STRALE

$$v_o = \frac{c}{n_o}$$

"of ej nell"

O-vagen har denna hastighet i alla rittningar

EXTRA ORDINAR STRALE

Hastighet  $v_{eo}$  beror pa rittningen

$$(v_{eo})_{\perp} = \frac{c}{n_{eo}}$$

vinkelrat mot optiska axeln

$$(v_{eo})_{\parallel} = \frac{c}{n_o}$$

parallellt med den optiska axeln

ORDINAR STRALE

$\vec{E} \perp$  planet genom stralen och optiska axeln

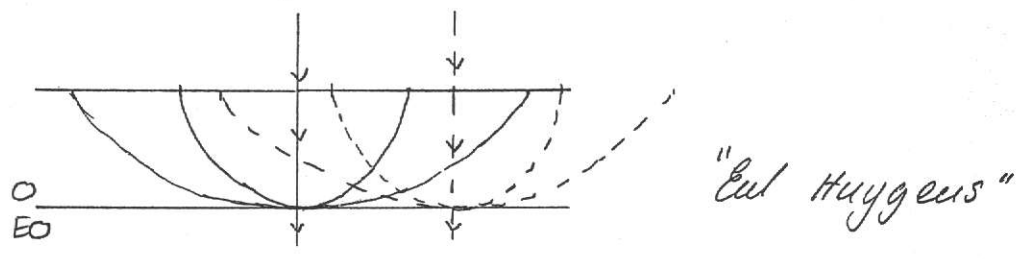
# EXTRA ORDINÄR STRÅLE

alltså:

- 1) O och EO strålarna är plumpolariserade  $\perp$  varandra varandra
- 2) O strålen följer brytningslagen  
EO strålen tycks inte göra det

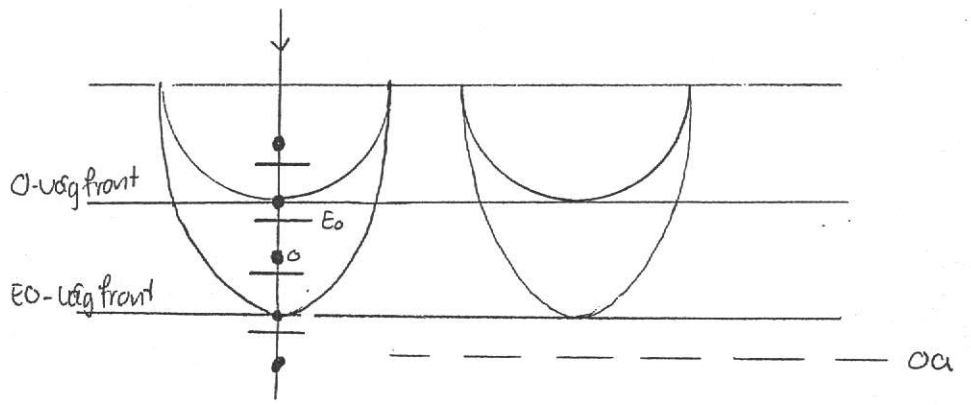
## SPECIALFALL

- 1 Strålen är parallell med den optiska axeln



Ingen dubbelbrytning  $v_o = v_{eo}$

- 2) Strålen är vinkelrät mot den optiska axeln

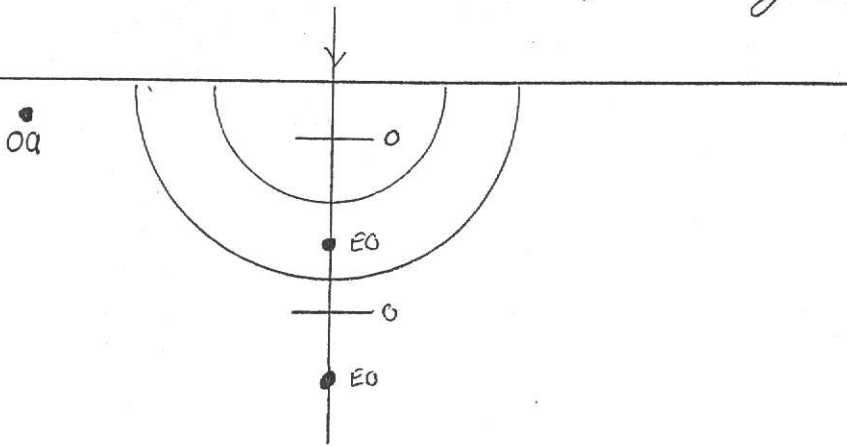


O och OE strålarna har samma riktning, men olika hastighet

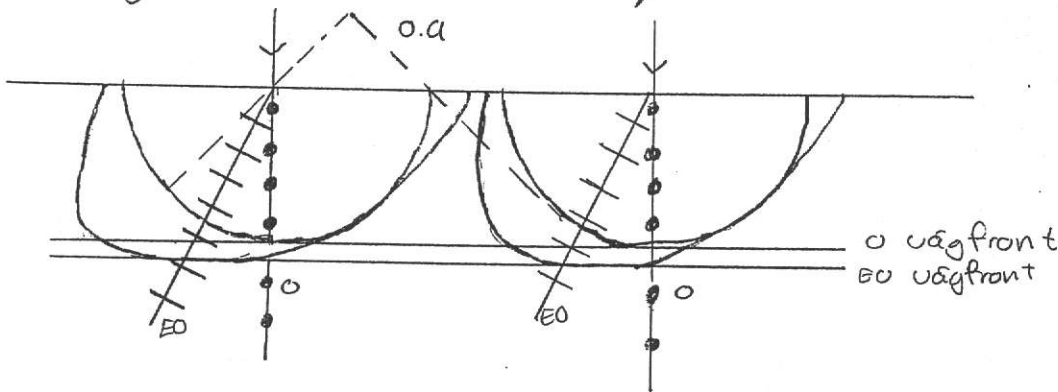
$$v_{eo} > v_o$$

$$n_{eo} < n_o$$

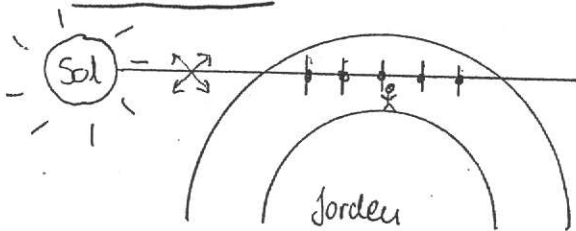
Fönts. 3)



Även här går o och EO stråle i samma riktning men med olika hastighet



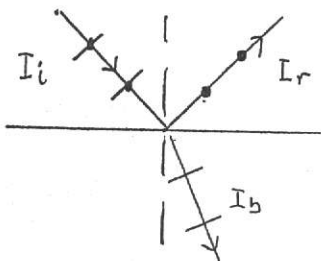
SPRIDNING



Om ljuset observeras så att observationsriktningen är  $\perp$  mot solstrålarna så är det spridda ljuset linjärpolariserat

POLARISATION VID REFLEKTION

kap 8.6



Notera;  $I_r = I_{r||} + I_{r\perp} = 2I_{r||}$

↑  
↑  
utgå urd  
opolariserat ljus in

$$R = \frac{I_r}{I_i} = \frac{I_{r||} + I_{r\perp}}{I_{i||} + I_{i\perp}} = \frac{I_{r||} + I_{i\perp}}{2I_{i||}}$$

$$\left. \begin{aligned} R_{\parallel} &= \frac{I_{r\parallel}}{I_{t\parallel}} \\ R_{\perp} &= \frac{I_{r\perp}}{I_{t\perp}} \end{aligned} \right\} R = \frac{R_{\parallel} + R_{\perp}}{2}$$

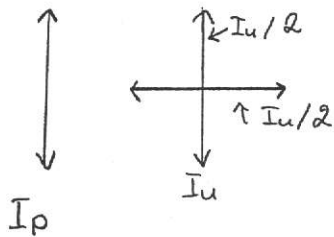
Polarisationsgrad  $V$

Def:  $V = \frac{I_p}{I_p + I_u}$

$I_p = I$  för polariserat ljus

$I_u = I$  för opolariserat ljus

Ex Ringer polariserat + opolariserat ljus blandat



Om vi sätter en analysator i ljuset, vi får

$I_{max}$  och  $I_{min}$

$$I_{max} = I_p + \frac{I_u}{2}$$

$$I_{min} = \frac{I_u}{2}$$

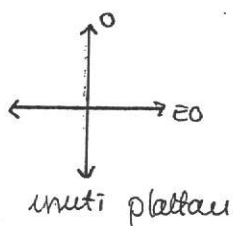
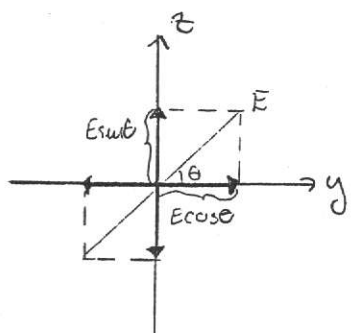
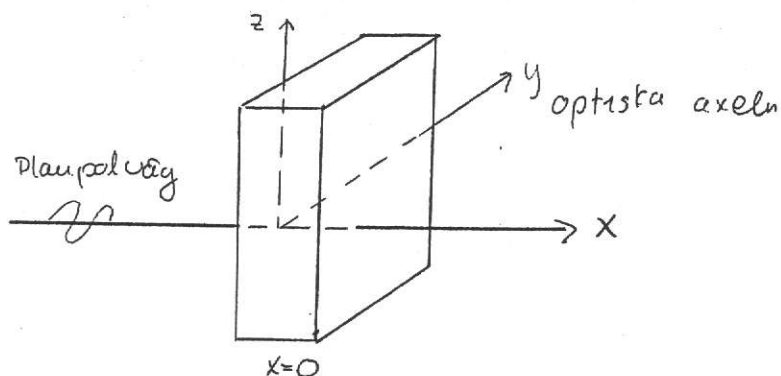
Men  $I_{max} - I_{min} = I_p$

$$I_{max} + I_{min} = I_p + I_u$$

$$V = \frac{I_p}{I_p + I_u} = \frac{I_{max} - I_{min}}{I_{max} + I_{min}}$$

RETARDATION PLATTOR

kap 8.7



Dela upp infallande ljus i  $E_y$  och  $E_z$

$$\begin{cases} E_y = E_0 \cos \theta \cos \omega t \\ E_z = E_0 \sin \theta \cos \omega t \end{cases} \quad (\text{för } x=0)$$

När strålarna träffar plattan delas den upp i en ordinär och en extra ordinär stråle (spectral fall 2)

O-stråle har hastighet  $v_0 = \frac{c}{n_0}$

EO-stråle har hastighet  $v_{EO} = \frac{c}{n_{EO}}$

När strålarna kommer ut ur plattan

$$E_y = E_0 \cos \theta \cos(\omega t - k_{EO} d)$$

$$E_z = E_0 \sin \theta \cos(\omega t - k_{EO} d)$$

där  $k_{EO} = \frac{\omega}{v_{EO}} = \frac{\omega n_{EO}}{c} = k n_{EO}$

pss  $k_0 = n_0 k$

FASSTILLNAD

$$-k_{e0} d + k_{o0} d = -k_{ne0} d + k_{no} d$$

$$= k(n_o - n_{e0}) d$$

$$= \frac{2\pi}{\lambda} (n_o - n_{e0}) d = \epsilon_y - \epsilon_z$$

Etter plattan sammanfaller strålarne till en väg, p.g.a fasstillnaden så får vi linjärpolarisation

Om  $\epsilon_y - \epsilon_z = l\pi$  ( $l = \text{heltal}$ )

annars elliptisk eller cirkulärpolarisation

Om  $\epsilon_y - \epsilon_z = m \frac{\pi}{2}$  ( $m = \text{udda heltal}$ )

$$\Rightarrow \frac{2\pi}{\lambda} (n_o - n_{e0}) d = \frac{m\pi}{2}$$

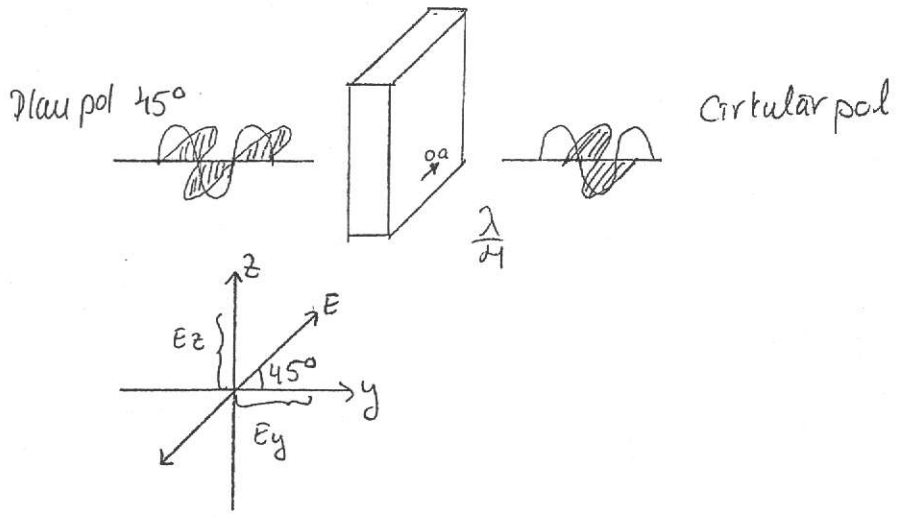
$$\Rightarrow d = \frac{\lambda}{4} m \frac{1}{(n_o - n_{e0})}$$

dvs vi kan få cirkulärpolarisation om  $d$  uppfyller detta villkor. En sådan kallas  $\frac{\lambda}{4}$ -platta.

för kvarts -  $SiO_2$

kvarts -  $\frac{1}{4}$

TILVERKNING AV CIRKULÄRPOLARISERAT LJUS



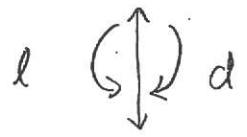
Läs själv kompensatorer

circulär polarisation kap 8.8

ultraviolett ljus kap 8.9

optisk aktivitet kap 8.10

I ett optiskt aktivt material vrids polarisationsplanet hos en plan polariserad väg



Titta in mot källan

d - dextro höger vridande

l - levo vänster vridande

Ex Kvarter (både l och d)

Socker höger

Aminosyror vänster

Två brytningsindex

$n_L$  - för vänster cirkulär polariserat ljus

$n_R$  - för höger cirkulär polariserat ljus

Se det utfallande planpolariserade ljuset

som summan av en vänster och en höger cirkulärpolariserad väg

INDUCERAD DUBBELBRYTNING kap 8.11

Läs själv

MATEMATISK BESTÄMMNING AV POLARISATION

• JONES VEKTORER

$$E = \begin{pmatrix} E_x \\ E_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} E_{0x} e^{i\varphi_x} \\ E_{0y} e^{i\varphi_y} \end{pmatrix}$$

Ty  $E = E_0 e^{i \frac{(kz - \omega t + \epsilon)}{c}}$

Horisontell P

$$E_h = \begin{pmatrix} E_{0x} e^{i\varphi_x} \\ 0 \end{pmatrix}$$

Vertikal P

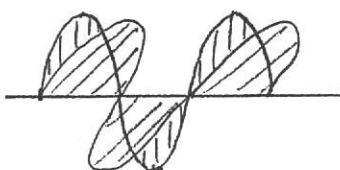
$$E_v = \begin{pmatrix} 0 \\ E_{0y} e^{i\varphi_y} \end{pmatrix}$$

Summan

$$\begin{pmatrix} E_{0x} e^{i\varphi_x} \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ E_{0y} e^{i\varphi_y} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} E_{0x} e^{i\varphi_x} \\ E_{0y} e^{i\varphi_y} \end{pmatrix} =$$

$$\{ E_{0x} = E_{0y} \text{ samma amplitud } \varphi_x = \varphi_y \}$$

$$= E_{0x} e^{i\varphi_x} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$



↙ Plaupol 45° vinkel



Ofta normaliserar man

$$\begin{pmatrix} E_{0x} e^{iE_0 x} \\ E_{0y} e^{iE_0 y} \end{pmatrix} \text{ dela med } \sqrt{2} E_{0x} e^{iE_0 x}$$

$$\Rightarrow \begin{pmatrix} 1/\sqrt{2} \\ 1/\sqrt{2} \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Varför?

Jo summan av kvadraten på elementen = 1

$$P_h = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$P_v = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$P_{\text{norm}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

# JONESVEKTORER

kap 8.12.2

49  
Föreläsning 8

3 april 00

font s.

$$E = \begin{pmatrix} E_x \\ E_y \end{pmatrix} \quad \text{ex } \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} \quad \text{linjär polariserad } 45^\circ$$

Höger cirkulär polariserad

$$\bar{E}_2 = \begin{pmatrix} E_0 e^{i e_x} \\ E_0 e^{i(e_x - \pi/2)} \end{pmatrix} \quad \text{samma amplitud}$$

$\frac{\pi}{2} \uparrow$   
 $\frac{\lambda}{4}$

$$\bar{E}_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ e^{-i\pi/2} \end{pmatrix} \quad (\text{dela med } E_0 e^{i e_x})$$

$$\bar{E}_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ -i \end{pmatrix} \quad \text{ty } e^{-i\pi/2} = \cos \frac{\pi}{2} - i \sin \frac{\pi}{2} = -i$$

Normaliserad:

$$\bar{E}_2 = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ -i \end{pmatrix} \quad \text{höger cirkulär polariserad}$$

$$\text{pss } \bar{E}_2 = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ i \end{pmatrix} \quad \text{vänster cirkulär polariserad}$$

Ex 2+2

$$\begin{aligned} \bar{E}_2 + \bar{E}_2 &= \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1+1 \\ -i+i \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \end{pmatrix} \\ &= \frac{2}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \text{P plan polariserad} \end{aligned}$$

$$\text{E elliptisk polariserad} \quad \text{ex. } \frac{1}{\sqrt{5}} \begin{pmatrix} 2 \\ -i \end{pmatrix}$$

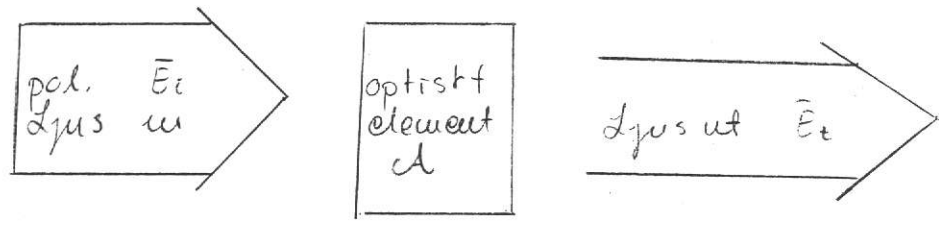
Optik

Fö  
2000

Sidor: 51-101 2/2

# JONES MATRISER

kap 8.12.3



$$\bar{E}_t = A \bar{E}_i$$

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix} \text{ Jones matrix}$$

du s

$$\begin{cases} E_{tx} = a_{11} E_{ix} + a_{12} E_{iy} \\ E_{ty} = a_{21} E_{ix} + a_{22} E_{iy} \end{cases}$$

Polarisator (horisontell)

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \longleftrightarrow$$

Polarisator vertikal

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \updownarrow$$

Polarisator (45°)

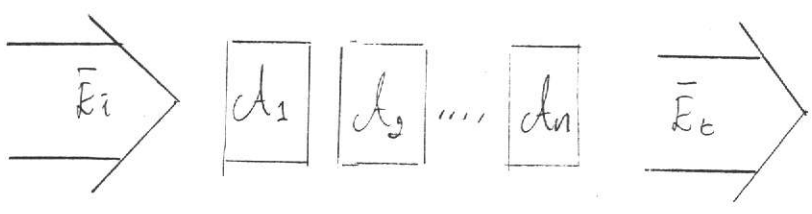
$$\frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \nearrow$$

$\frac{\lambda}{4}$ -platta

$$e^{i\frac{\pi}{4}} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -i \end{pmatrix} \text{ snabbare axeln vertikalt}$$

eller

$$e^{i\frac{\pi}{4}} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & i \end{pmatrix} \text{ snabbare axeln horisontellt}$$



$$\bar{E}_t = (A_n \dots A_2 A_1) \bar{E}_i \quad \text{OBS! ordningen}$$

# GEOMETRISK OPTIK

Heftet 5 & 6

- ① Strålen - utbreder sig rätlinjigt
- ② Strålgången är omvändbar



- ③ Brytnings lager och reflektions lager bestämmer riktningen.

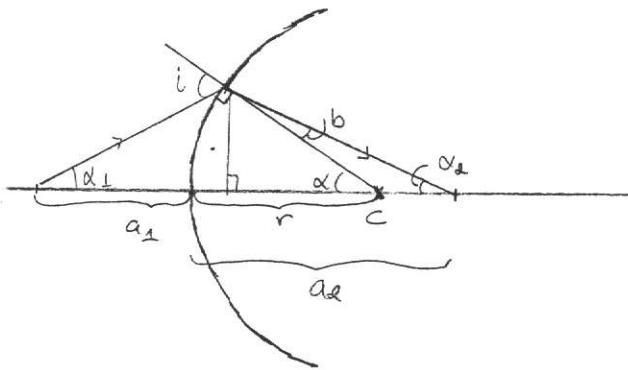
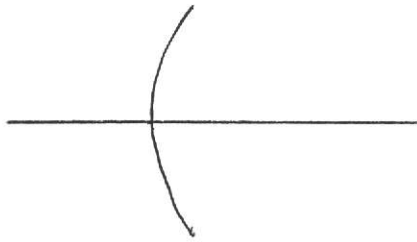
## LINSER kap 5.2

5.2.1 Asteroiska ytor

lös själva

5.2.2 sfäriska ytor

## BRYTNING I SFÄRISK YTA



Strålen går från objekt-  
rymd till bildrymd

$$180^\circ - x = i$$

$$x = (\alpha_1 + \alpha)$$

$$180^\circ - 180^\circ + \alpha_1 + \alpha = \alpha_1 + \alpha = i$$

$$\alpha = b + \alpha_2 \Rightarrow b = \alpha - \alpha_2$$

Brytnings lager

$$n_1 \sin i = n_2 \sin b$$

Antag små vinklar

$$\sin \theta \approx \theta$$

$$n_1 \cdot i = n_2 \cdot b$$

$$\Rightarrow n_1(\alpha_1 + \alpha) = n_2(\alpha - \alpha_2)$$

Un fig:  $\frac{h}{a_1} \approx \tan \alpha_1 \approx \alpha_1$

pga små vinklar

$$\frac{h}{a_2} \approx \tan \alpha_2 \approx \alpha_2$$

$$\frac{h}{r} \approx \tan \alpha \approx \alpha$$

$$\Rightarrow n_1 \left( \frac{h}{a_1} + \frac{h}{r} \right) = n_2 \left( \frac{h}{r} - \frac{h}{a_2} \right)$$

$$\frac{n_1}{a_1} + \frac{n_1}{r} = \frac{n_2}{r} - \frac{n_2}{a_2}$$

oku 5.9  
Hodit

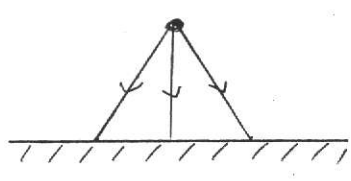
$$\boxed{\frac{n_1}{a_1} + \frac{n_2}{a_2} = \frac{n_2 - n_1}{r}}$$

Descartes formel  
for brytning i sfarisk gfa

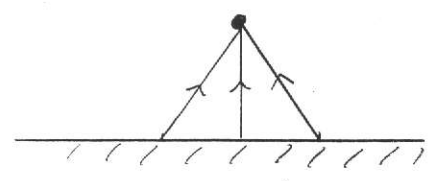
Gäller generellt med följande teckenregler

|                | objekts<br>rymd | bild<br>rymd |
|----------------|-----------------|--------------|
| r              | -               | +            |
| a <sub>1</sub> | +               | -            |
| a <sub>2</sub> | -               | +            |

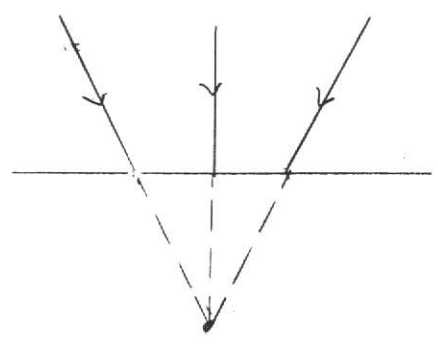
Reellt föremål



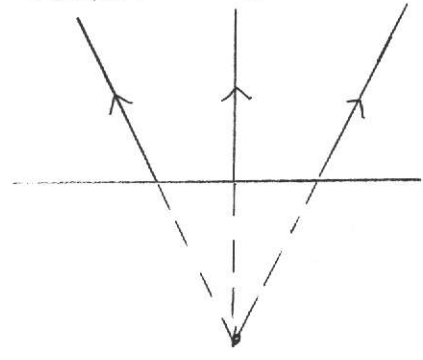
Reell bild



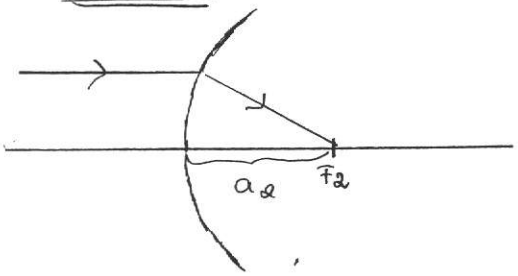
Vertuellt föremål



Vertuellt bild



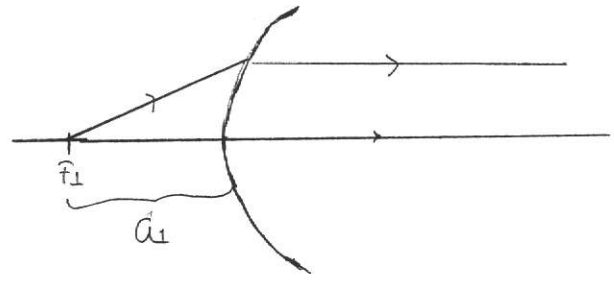
Fokus



$$\frac{n_2}{a_2} = \frac{n_2 - n_1}{r}$$

$$\Rightarrow a_2 = \frac{n_2 r}{n_2 - n_1} = f_2$$

( $f_i$ )  
↑ image

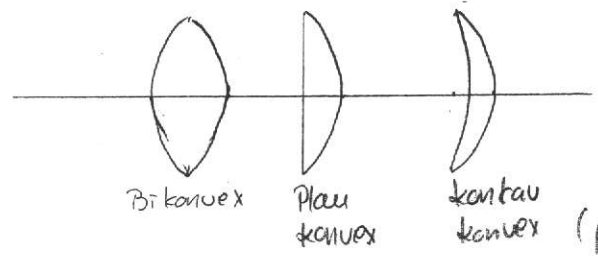


$$\frac{n_1}{a_1} = \frac{n_2 - n_1}{r}$$

$$\Rightarrow a_1 = f_1$$

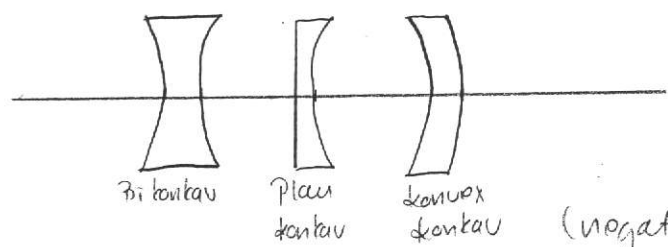
$$= \frac{r \cdot n_1}{n_2 - n_1}$$

LINSE



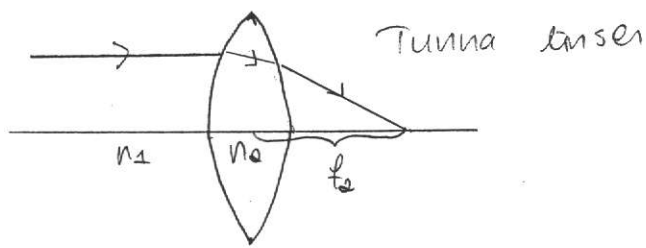
Positiv lenser tjock på mitten

Bikonvex Plan konvex konkav konvex (positiv meniskt)



Negativ lenser smal på mitten

Bikonkav Plan konkav konvex konkav (negativ meniskt)



Tunna linsen

Descartes formel för brytning i sfäriskt gfa & ggr

$$\frac{1}{f_2} = \left( \frac{n_2 - n_1}{n_1} \right) \left( \frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} \right) = \left( \frac{n_2}{n_1} - 1 \right) \left( \frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} \right)$$

Linsmaterekvationen

Det kan visas att  $f_1 = f_2 = f$  här

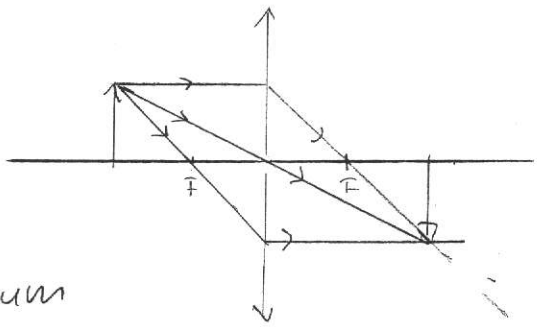
Teckenregel

|     |           |           |
|-----|-----------|-----------|
|     | pos. lins | neg. lins |
| $f$ | +         | -         |

$v_{\pm}$  och  $r_{\pm}$  är positiva om de ligger i glaset  
(Båda positiva om b konvex lins)

KONSTRUKTION AV STRÅLGÅNG

- 1) Infallande stråle  
parallell med axeln  
- bryts till linseu) fokus



- 2) Stråle genom optiska centrum  
- går obruten igenom

- 3) Infallande stråle genom (näst) fokus  $\Rightarrow$  focus - bryts axeln

Lätt att visa

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2}$$

Linsformeln

$$M = \frac{a_2}{a_1}$$

liten apparatur

Förstoring

(transversella beror avståndet till hålet)

DIPTOTER

$$\text{Dioptri} = \frac{1}{f \text{ i meter}} = \text{D}$$

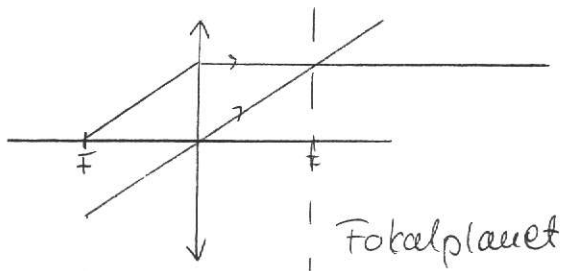
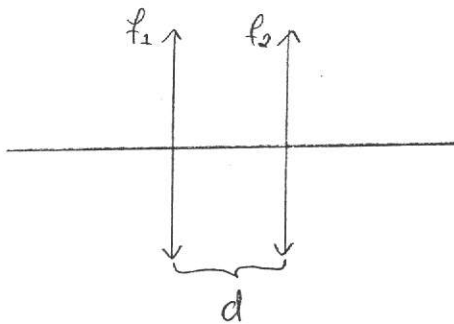
brytningsstyrka

ex  $f = +50 \text{ cm}$

$$p = \frac{1}{0.5} = 2 \text{D}$$

↑  
dioptrier



LINSYSTEM

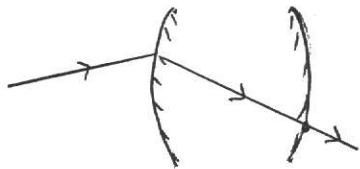
Två linser tätt ihop:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2}$$

SAMMANFATTNING

Geometrisk optik

Föreläsning 9 5 april 00



$$\frac{n_1}{a_1} + \frac{n_2}{a_2} = \frac{n_2 - n_1}{r}$$

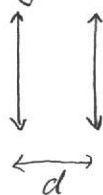
Tunna linser:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2}$$

$$\frac{1}{f} = \left( \frac{n_2}{n_1} - 1 \right) \left( \frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} \right)$$

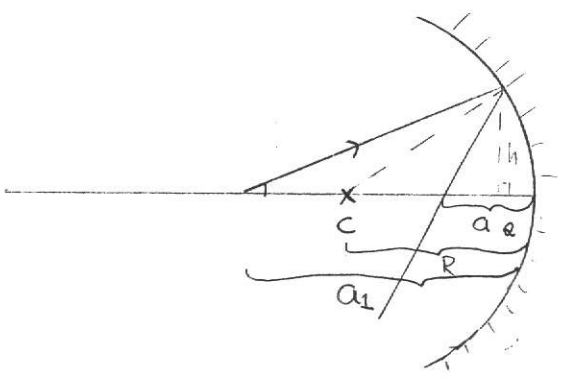
$$M = -\frac{a_2}{a_1}$$

Lins system:

Om  $d \rightarrow 0$  linserna tätt ihop

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2}$$

SFÄRISKA SPEGLAR



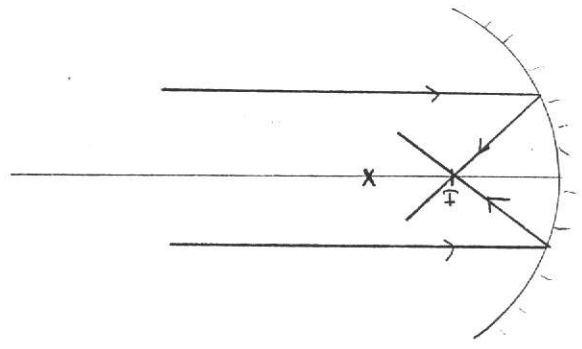
D.s.s som för linseu

$$\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} = \frac{2}{R} = \frac{1}{f}$$

↑ föremålets      ↑ bildens

$$f = \frac{R}{2}$$

företsätter små vinklar - paraxiala strålar

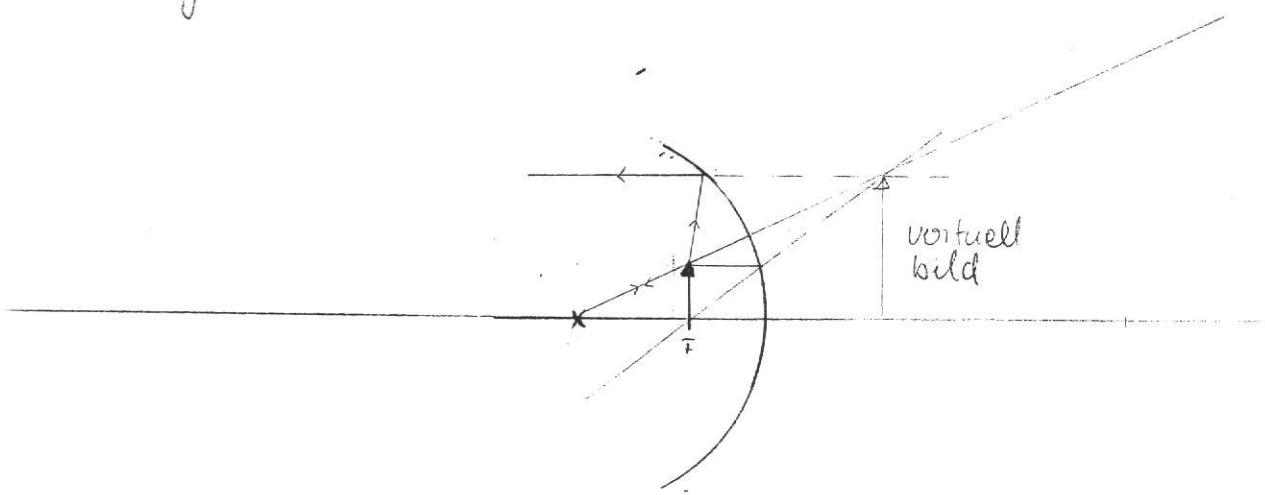


Tecken tabell:

|                | +              | -                 |
|----------------|----------------|-------------------|
| Radie R        | konkav spegel  | konvex spegel     |
| f              | konkav         | konvex            |
| a <sub>1</sub> | reellt föremål | virtuellt föremål |
| a <sub>2</sub> | reell bild     | virtuellt bild    |

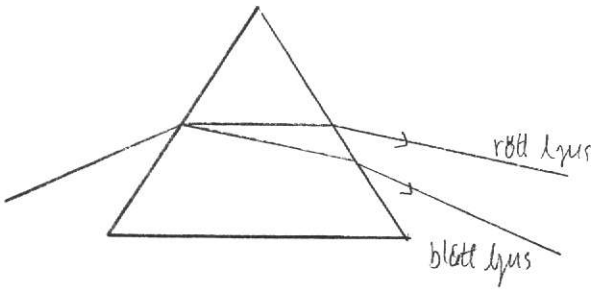
$M = -\frac{a_2}{a_1}$  förstoring

- 1) stråle // axeln går till/från focus
- 2) stråle genom C vänder
- 3) stråle genom F - ut// axeln



PRISMA

kap 5.5



blått ljus böjs av  
mer än rött ljus

FIBER kap 5.6

OPTISKA SYSTEM

} Lös själv

LINSE

kap 6.3

MONOKROMATISKT

Sferisk aberration

Coma - komet liknande

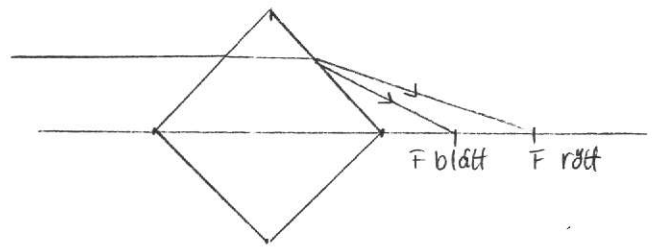
Bildfälskrökning

Distorsion (skarp men deformerad)

Astigmatism (fusen är inte brännvidd i  
horisontalt och vertikalt  
plan)

FÄRG FEL

kromatisk aberration



korrigeras med  
lenskombinationer

TILLBAKABlick

Matematiska metoder:  $\psi = a \cos(\omega t - kx)$

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2}$$

EM-utgör:

$$v = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \epsilon_r \mu_0 \mu_r}}$$

$$n = \frac{c}{v} \approx \sqrt{\epsilon_r}$$

$$I = \frac{1}{2} \epsilon_0 c n E_0^2$$

↑      ↑  
OBS!    (amplitude)<sup>2</sup>

Frenels lagar  
Brytningslagen (Snell) } riktning, utlösni tot och polarisation

Brewsters lag  
Total reflektion

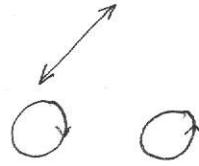
POLARISATION

Plan polariserat

P

Höger-vänster cirkulärt

R L



Elliptiskt

E



Opolar

Opol



Malus lag:  $I = I_0 \cos^2 \theta$

$\frac{\lambda}{4}$ -platta:  $d = \frac{m\lambda}{4(n_o - n_e)}$

SUPERPOSITION

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 \cdot I_2} \cos \delta$$

INTERFERENS

kap 9

ultigt tidigare:

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 \cdot I_2} \cos \delta$$

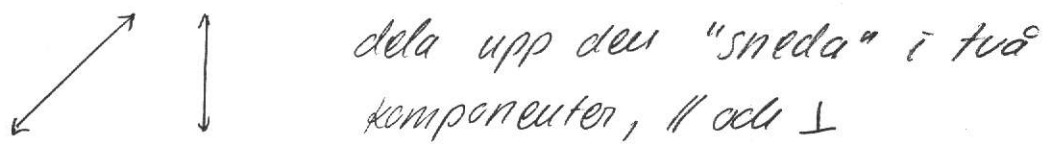
interferens termen

Villkor för interferens: vågorna skall vara koherenta  
samma frekvens  
konstant fas skillnad } stabila

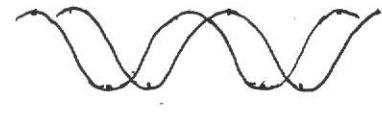
# FRESNEL - ARAGOS LAGAR

Ytterligare villkor för interferens:

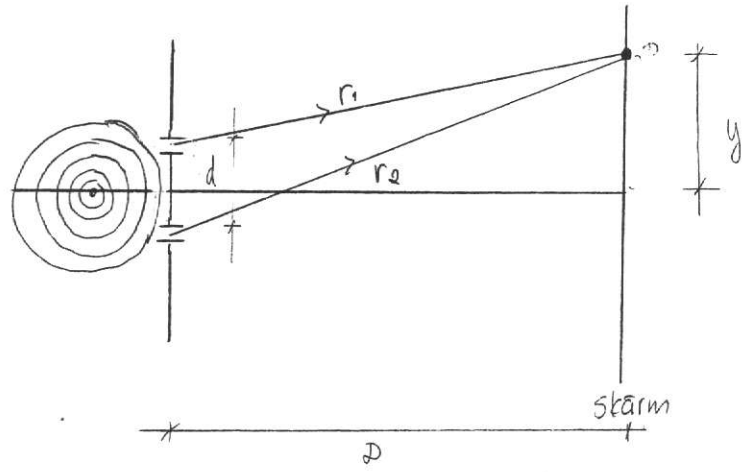
Planpolariserade vågor



den andra - de parallella delarna interfererar



# YOUNGS DUBBELSPALT kap 9.3



Geometrisk vägskillnad  $r_2 - r_1$

optisk vägskillnad  $n(r_2 - r_1)$

Fasskillnad  $\delta = k_m (r_2 - r_1)$

↑  
i detta medium

$$\Rightarrow \delta = \frac{2\pi}{\lambda_m} (r_2 - r_1) = \frac{2\pi}{\lambda} n (r_2 - r_1)$$

↑  
i vakuum

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 \cdot I_2} \cos \delta$$

Antag  $n=1$  (luft)

Antag  $n=1$  (luft)

$$\delta = \frac{2\pi}{\lambda} (r_2 - r_1)$$

$$\begin{cases} r_1^2 = D^2 + (y - \frac{d}{2})^2 \\ r_2^2 = D^2 + (y + \frac{d}{2})^2 \end{cases}$$

pythagoras sats

$$\begin{aligned} r_2^2 - r_1^2 &= \cancel{D^2} + \cancel{y^2} + \frac{d^2}{4} + yd - \cancel{D^2} - \cancel{y^2} + \frac{d^2}{4} + yd \\ &= 2yd \end{aligned}$$

$$r_2^2 - r_1^2 = (r_2 - r_1) \underbrace{(r_2 + r_1)}_{\approx 2D} = 2yd$$

om  $D \gg d$  &  $y$  litet

$$r_2 - r_1 = \frac{2yd}{2D} = \frac{yd}{D}$$

$$\Rightarrow \delta = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot \frac{yd}{D}$$

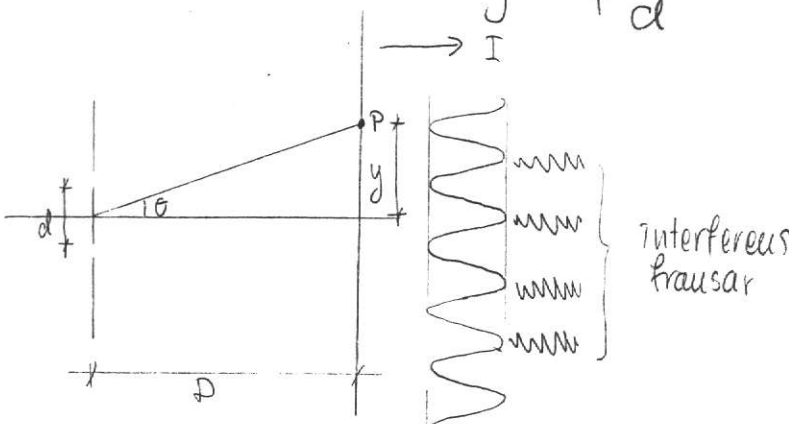
Interferenstermen  $2\sqrt{I_1 I_2} \cos \delta$  har

Max och min

Max då:  $\delta = p \cdot 2\pi$   $p$  - heltal

$$\delta = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot \frac{yd}{D} = p \cdot 2\pi$$

$$y = \frac{p\lambda D}{d}$$



små vinklar  $\theta \approx \sin \theta \approx \tan \theta$

$$= \frac{y}{D}$$

$$\sin \theta \approx \frac{p\lambda}{d}$$

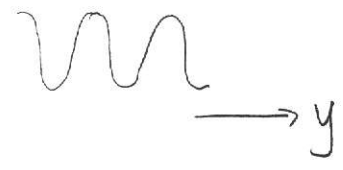
eller  $d \sin \theta = p\lambda$  Max

$$\boxed{d \sin \theta = p\lambda} \quad \text{Max}$$

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 \cdot I_2} \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda} \cdot \frac{yd}{D}\right)$$

$$I_{max} = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 \cdot I_2}$$

$$I_{min} = I_1 + I_2 - 2\sqrt{I_1 \cdot I_2}$$



VISIBILITET (V)

$$V = \frac{I_{max} - I_{min}}{I_{max} + I_{min}}$$

störst kontrast:  $V = 1$       då är  $I_{min} = 0$   
( $I_1 = I_2$ )

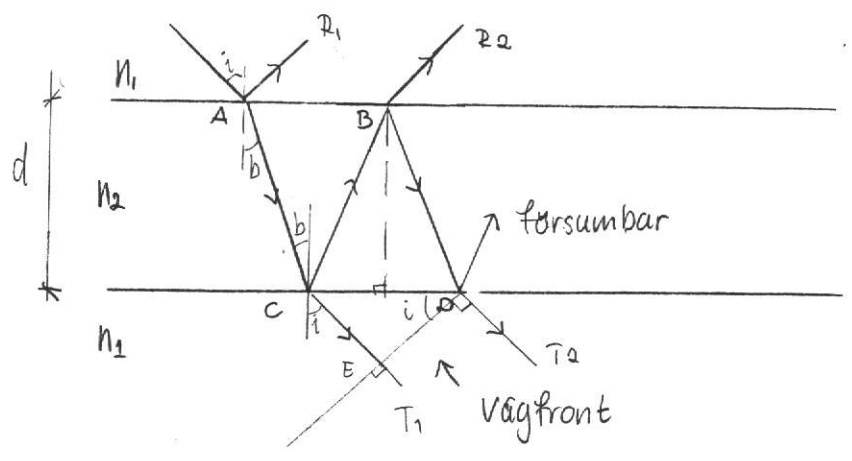
LLOYDS SPEGEL

Fresnels speglar

Fresnels biprisma

las själv

TVA STRÅLE INTERFERENS I TUNNA SKIKT kap 9.4.1



$$n_1 \sin i = n_2 \sin b$$

TRANSMISSION

Vägskillnad stråle  $T_1$  och  $T_2$

- $\left\{ \begin{array}{l} T_2 \text{ går sträckan } CB\bar{D} \text{ (med } n_2) \\ T_1 \text{ går sträckan } C\bar{E} \text{ (med } n_1) \end{array} \right.$

för att ha vågfronten

$$CB = \frac{d}{\cos b} = BD$$

$$\Rightarrow CBD = \frac{2d}{\cos b}$$

$$CE = CD \sin i$$

$$CD = 2d \tan b$$

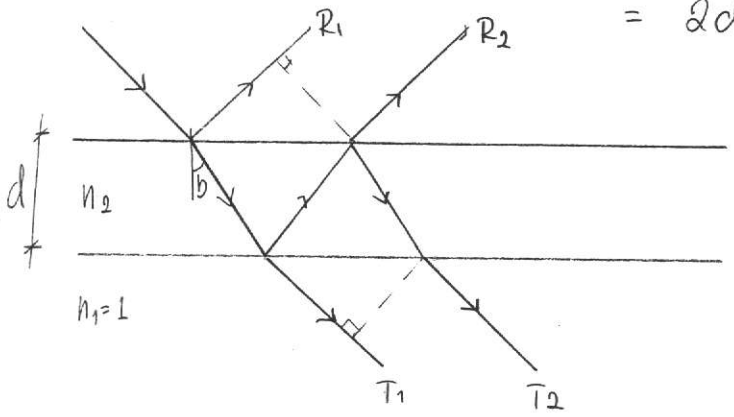
$$\Rightarrow CE = 2d \tan b \cdot \sin i$$

$$\text{Optisk vägskillnad: } \Delta k = n_2 \frac{2d}{\cos b} - (2d \tan b \cdot \sin i) n_1$$

$$= \frac{2d}{\cos b} (n_2 - n_1 \sin b \sin i)$$

$$\{n_1 \sin i = n_2 \sin b\} = \frac{2d}{\cos b} (n_2 - n_2 \sin^2 b)$$

$$= 2d n_2 \cos b$$



$$\delta = \frac{2\pi}{\lambda} 2d n_2 \cos b$$

Max:  $\delta = 2\pi p$   $p$  - heltal

$$\frac{2\pi}{\lambda} 2d n_2 \cos b = 2\pi p$$

$$\boxed{2d n_2 \cos b = p \lambda}$$

Max transmission

Min:  $\infty$

$$\delta = (2p+1)\pi$$
  $p$  - heltal

$$\frac{2\pi}{\lambda} \cdot 2d n_2 \cos b = (2p+1)\pi$$

$$\boxed{2d n_2 \cos b = (p + \frac{1}{2}) \lambda}$$

Min transmission



# REFLEKTION

$$\delta = \frac{2\pi}{\lambda} 2d n_2 \cos b + \pi$$

↑  
reflektion mot tätare medium

Max:

$$\delta = 2\pi p$$

$$\Rightarrow \frac{2\pi}{\lambda} 2d n_2 \cos b + \pi = 2\pi p$$

$$\Rightarrow \boxed{2d n_2 \cos b = (p - \frac{1}{2})\lambda}$$

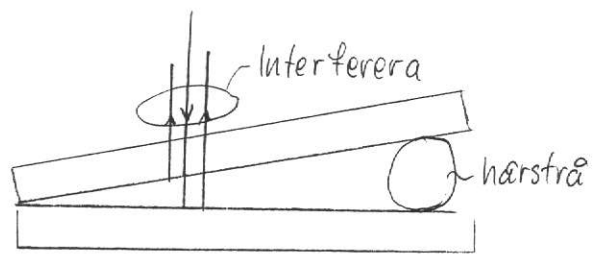
Max reflektion

p = s

$$\boxed{2d n_2 \cos b = p\lambda}$$

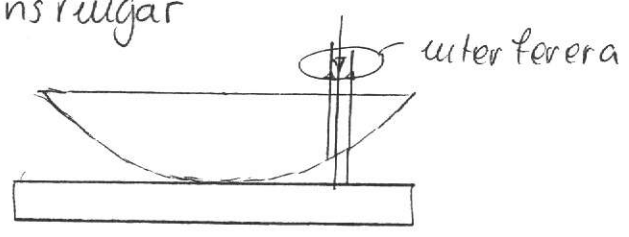
Min reflektion

Ex



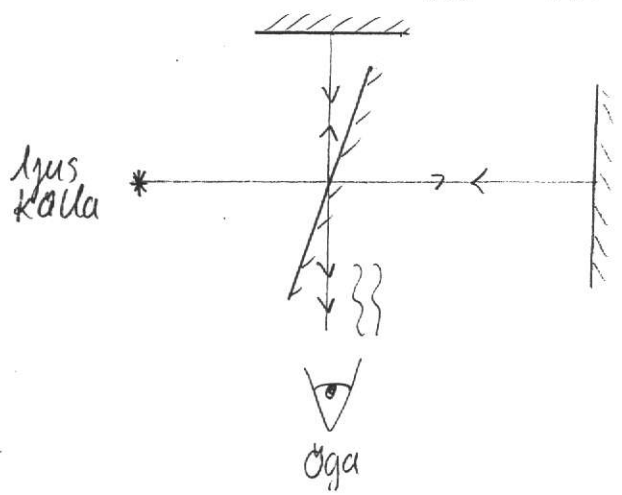
Ex

Newton's ringer



# INTERFEROMETER

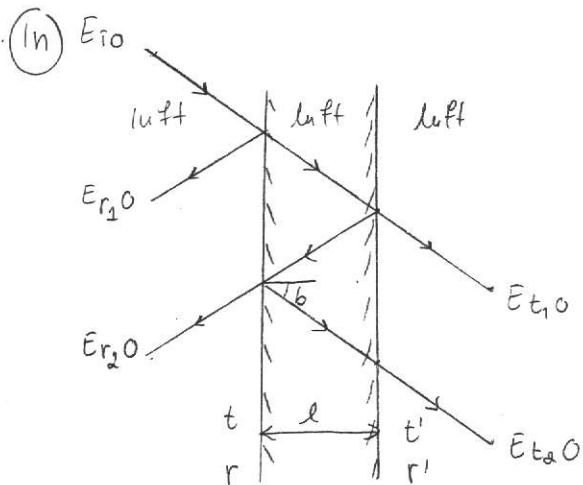
Michelson - interferometern



Andra interferometrar  
läs själva  
kap 9.5 läs själva

# FLERSTRÅLE INTERFERENS

kap 9.6



Två tunna reflekterande  
filmvar

Hög reflektans

Vi måste räkna ut alla strålar

Reflektans  $R = r^2$

Antag  $R + T = 1$  (ingen absorption)

$$T = 1 - R$$

Första transmitterade strålen:

antag  $r = r'$   
 $t = t'$

$$E_{t10} = E_{i0} \sqrt{T} \cdot \sqrt{T}$$

$$= E_{i0} \cdot T$$

$$E_{t20} = E_{i0} \sqrt{T} \cdot \sqrt{T} \cdot \sqrt{R} \cdot \sqrt{R}$$

$$= E_{i0} T \cdot R$$

$\delta$ -fas skillnad mellan två närliggande strålar

Komplex amplitud

$$A_{t1} = T E_{i0} e^{i\varphi} \leftarrow \text{antag}$$

$$A_{t2} = T \cdot R \cdot E_{i0} e^{i(\varphi - \delta)}$$

⋮

total komplex amplitud

$$A = T E_{i0} \cdot e^{i\varphi} + T R E_{i0} e^{i(\varphi - \delta)} + \dots$$

$$= T E_{i0} e^{i\varphi} \left( 1 + R e^{-i\delta} + R^2 e^{-i2\delta} + \dots \right)$$

geometrisk serie

$$\left. \begin{aligned}
 & t_1 + t_1 k + t_1 k^2 + \dots \\
 & \sum = \frac{t_1}{1-k} \\
 & \text{Her } t_1 = 1 \\
 & \quad k = Re^{-i\delta}
 \end{aligned} \right\} \begin{aligned}
 & \text{konvergent om} \\
 & |k| < 1 \\
 & R < 1 \quad \text{OK!}
 \end{aligned}$$

$$= T \cdot E_{i0} e^{i\varphi} \left( \frac{1}{1 - Re^{-i\delta}} \right)$$

$I \sim (\text{amplituden})^2$

$$\begin{aligned}
 \frac{I_t}{I_r} &= \frac{A \cdot A^*}{E_{i0}^2} \\
 &= \frac{T^2 e^{i\varphi} \cdot e^{-i\delta}}{(1 - Re^{-i\delta})(1 - Re^{i\delta})} \\
 &= \frac{T^2}{1 - Re^{-i\delta} - Re^{i\delta} + R^2 \underbrace{e^{-i\delta} e^{i\delta}}_{=1}} \\
 &= \frac{T^2}{1 - R(e^{-i\delta} + e^{i\delta}) + R^2} \\
 &= \frac{T^2}{1 - R(\cos\delta - i\sin\delta + \cos\delta + i\sin\delta) + R^2} \\
 &= \frac{T^2}{1 - 2R\cos\delta + R^2} = \left\{ \cos\delta = 1 - 2\sin^2\left(\frac{\delta}{2}\right) \right\}
 \end{aligned}$$

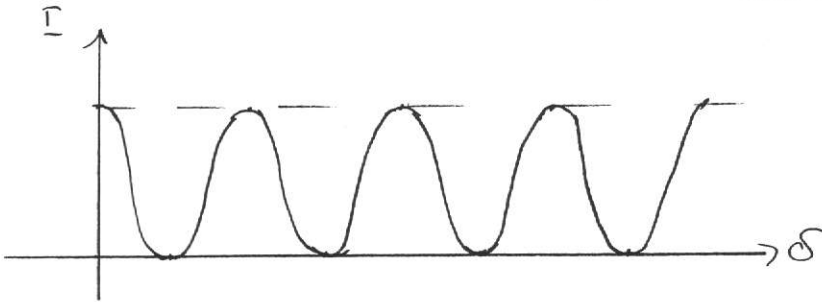
$$\begin{aligned}
 \frac{I_t}{I_r} &= \frac{T^2}{1 + 2R + 4R\sin^2\left(\frac{\delta}{2}\right) + R^2} \\
 &= \frac{T^2}{(1-R)^2 \left( 1 + \frac{4R}{(1-R)^2} \sin^2\left(\frac{\delta}{2}\right) \right)} = \left\{ \text{Om } T+R=1 \right\}
 \end{aligned}$$

$$\frac{I_t}{I_r} = \frac{1}{1 + \frac{4R}{(1-R)^2} \sin^2\left(\frac{\delta}{2}\right)}$$

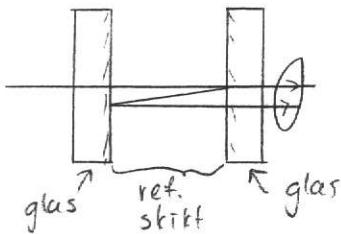
Airy-funktion

$$\delta = \frac{2\pi}{\lambda} 2 \cdot n \cdot d \cdot \cos \theta + 2\theta$$

↑  
2 ref met medel



### Fabry - Perot interferometer



Def:

$$F = \frac{4R}{(1-R)^2}$$

Finessefaktor

$$T = \frac{I_t}{I_i} = \frac{1}{1 + F \sin^2\left(\frac{\delta}{2}\right)} = \mathcal{A}$$

Ex R = 0.90

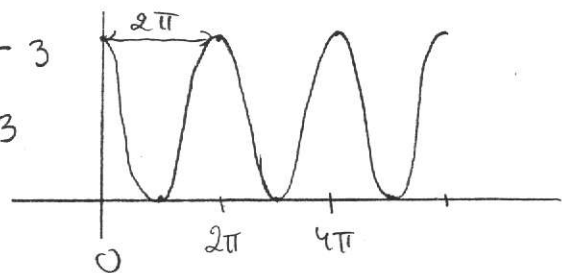
$$F = \frac{4R}{(1-R)^2} = 360$$

$$T = \frac{1}{1 + F \sin^2\left(\frac{\delta}{2}\right)}$$

Max:  $\sin\left(\frac{\delta}{2}\right) = 0 \Rightarrow \frac{\delta}{2} = m\pi \quad m = 0, 1, 2, \dots$

Min:  $\sin\left(\frac{\delta}{2}\right) = 1 \Rightarrow \frac{\delta}{2} = \frac{\pi}{2} + m\pi \quad m = 1, 3, 5, \dots$

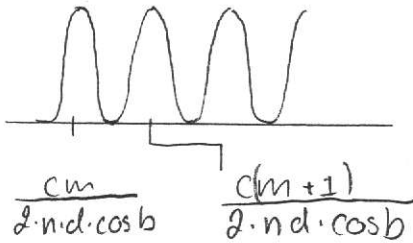
$$\Rightarrow T_{\min} = \frac{1}{1 + F} = \frac{1}{361} = 2.77 \cdot 10^{-3} = 2.8 \cdot 10^{-3}$$



Max :  $\delta = 2\pi m$  m-vertikal

$$\lambda = \frac{2n \cdot d \cdot \cos b}{m}$$

$$f = \frac{c \cdot m}{2 \cdot n \cdot d \cdot \cos b}$$



Aståndet mellan två toppar

$$\Delta f = \frac{c}{2 \cdot n \cdot d \cdot \cos b}$$

ofta:  $\perp$  infall  $b=0$

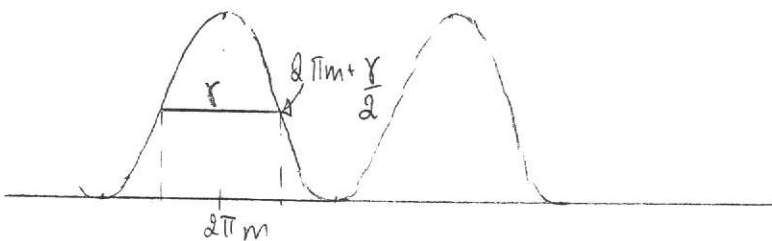
$$\Delta f = \frac{c}{2 \cdot n \cdot d} \quad \text{Free spektral range}$$

Ex

$$d = 1 \text{ cm}$$

$$n = 1.5$$

$$\Delta f = \frac{3 \cdot 10^8 \text{ m/s}}{2 \cdot 1.5 \cdot 1 \cdot 10^{-2} \text{ m}} = 1 \cdot 10^{10} \text{ Hz} = 10 \text{ GHz}$$



r - bredden på halva höjden

$$\frac{I_t}{I_i} = \frac{1}{1 + F \sin^2(\frac{\delta}{2})}$$

$$\sin^2(\frac{\delta}{2}) = \frac{1}{F} \Rightarrow \frac{\delta}{2} = \frac{2m\pi + \frac{\gamma}{2}}{2}$$

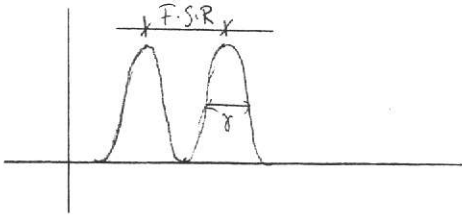
$$\text{Im } \pi + \frac{\gamma}{2} = 2 \arcsin \sqrt{\frac{1}{F}}$$

$$\gamma = 4 \arcsin \left( \frac{1}{\sqrt{F}} \right)$$

Ex

$$F = 360$$

$$\gamma = 4 \arcsin \left( \frac{1}{\sqrt{360}} \right) = 12.08$$



Def:

Finesse  $\mathcal{F}$

$$\mathcal{F} = \frac{(\Delta f)_{FSR}}{(\Delta f)_{\text{bredd}}} = \frac{2\pi}{\gamma}$$

$$= \frac{\pi}{2 \arcsin \left( \frac{1}{\sqrt{F}} \right)}$$

Om  $F$  stort  $\arcsin \left( \frac{1}{\sqrt{F}} \right) \approx \frac{1}{\sqrt{F}}$

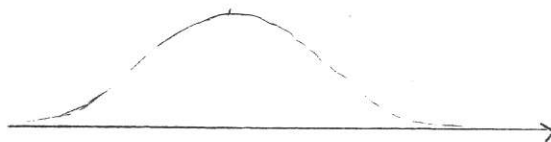
|                                                                                                          |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| $\mathcal{F} \approx \frac{\pi \sqrt{F}}{2} = \frac{\pi}{2} \frac{\sqrt{4R}}{(1-R)} = \frac{\pi R}{1-R}$ |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------|

$$\mathcal{F} \neq F$$

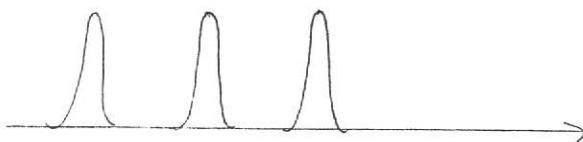
Vill ha:



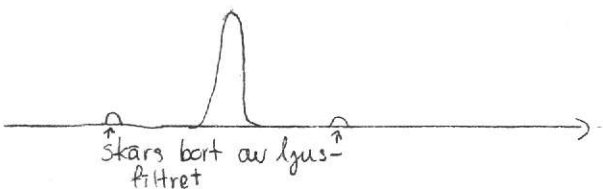
Ljus in:



lyus in



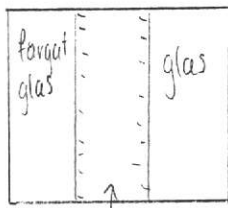
Fabry Perot



lyus ut

# Interferensfilter - en variant av Fabry-Perot

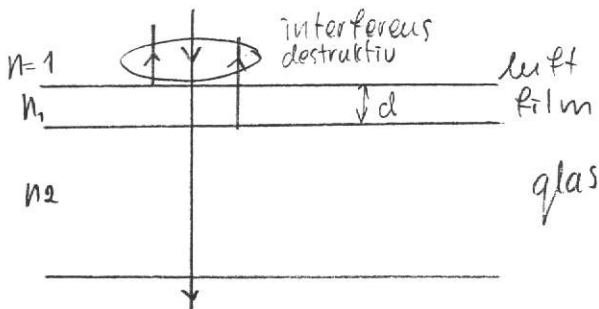
(69)



dielektriskt film

## TUNNA FILMER kap 5.7

### Antireflexbehandling kap 9.7.2



### Destruktiv interferens

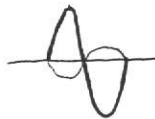
$$\delta = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot n_1 \cdot 2d$$

$$= (2p+1)\pi \quad p\text{-heltal}$$

$$n_1 \cdot d = \frac{\lambda(2p+1)}{4}$$

Mörsta tjocklek  $p=0$

$$d = \frac{\lambda}{4 \cdot n_1}$$



För total utsläckning krävs också att amplituderna är lika

Fresnels formler: ( $\perp$  utfall)

$$\frac{E_{r\perp 0}}{E_{i\perp 0}} = \frac{n_2 - n_1}{n_2 + n_1} = -\frac{E_{t\perp 0}}{E_{i\perp 0}}$$

$$\text{Uttor } I_1 = I_2$$

$$R_1 = \left( \frac{n_1 - 1}{n_1 + 1} \right)^2 \quad \text{Luft - Film}$$

$$R_2 = \left( \frac{n_2 - n_1}{n_2 + n_1} \right)^2 \quad \text{Film - Glas}$$

I = ?

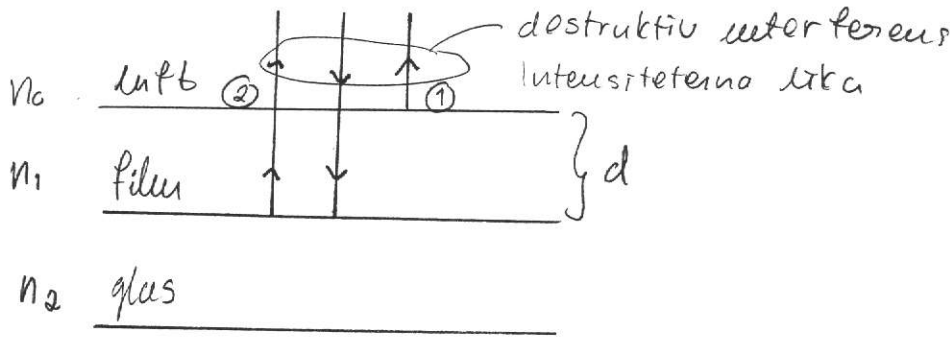


# ANTIREFLEX BEHANDLING

Fornt

3maj-00

(71)



Valigt tjuligare:  $d = \frac{\lambda}{4n_1}$  (destruktiv interferens)

$$R_1 = \left( \frac{n_1 - 1}{n_1 + 1} \right)^2$$

$$R_2 = \left( \frac{n_2 - n_1}{n_2 + n_1} \right)^2$$

Infallande intensitet  $I$

stråle 1:  $I \cdot R_1$

transmitterad stråle:  $I - I R_1 = I(1 - R_1)$

stråle 2:  $R_2 I(1 - R_1)$  eller reflektion mot glas

stråle 2:  $R_2 I(1 - R_2) - \underbrace{R_2 I(1 - R_2) R_1}_{\text{reflekteras}} =$

$$R_2 I(1 - R_1)^2 \approx R_2 I$$

$\neq$   
lite, kan försummas

Ullkor  $I_1 = I_2 \Rightarrow R_1 \approx R_2$

$$\left( \frac{n_1 - 1}{n_1 + 1} \right)^2 = \left( \frac{n_2 - n_1}{n_2 + n_1} \right)^2$$

$$\frac{n_1 - 1}{n_1 + 1} = \frac{n_2 - n_1}{n_2 + n_1}$$

$$(n_1 - 1)(n_2 + n_1) = (n_1 + 1)(n_2 - n_1)$$

$$\cancel{n_1 n_2} + n_1^2 - n_2 - \cancel{n_1} = \cancel{n_1 n_2} - \cancel{n_1^2} + n_2 - \cancel{n_1}$$

$$2n_1^2 - 2n_2 = 0$$

$$n_1^2 = n_2$$

$$n_1 = \sqrt{n_2}$$

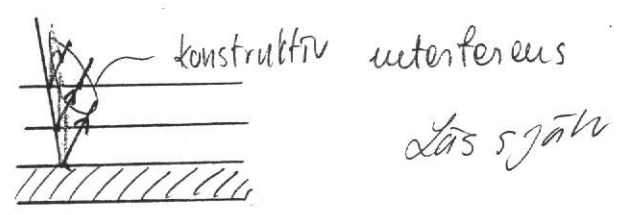
För glas  $n = 1.5$

$$\Rightarrow \sqrt{1.5} = 1.23$$

MATEMATISK BEHANDLING

kap 9.7.1

MULTILAGER kap 9.7.3



kap 9.8 läs själv

INTERFERENS

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos \delta$$

Dubbelspalt

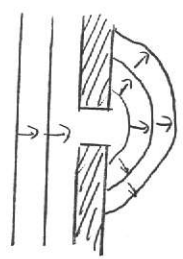
Tvåstråle

Flerstråle interferens

Interferometer

DIFFRAKTION

Begynn av ljus



# FRAUNHOFERDIFFRAKTION

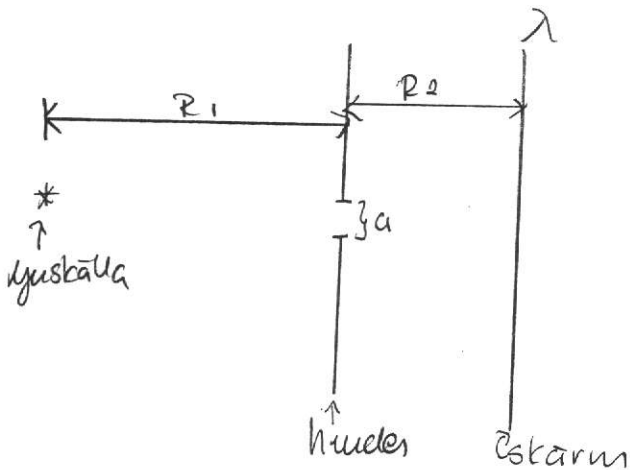
Ljuskällan och diffraktions bilden befinner sig i  $\infty$ ,  
dvs vi betraktar parallella strålar (fixas med linser + ex)

## FRESNELDIFFRAKTION

Ljuskällan och diffraktions bilden befinner  
sig på ändligt avstånd relativt  
hindret

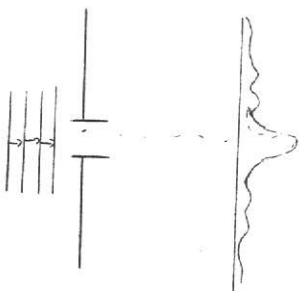
## TUMREGEL

Fraunhofer om  $R > \frac{a^2}{\lambda}$



R är det kortaste av  $R_1$  och  $R_2$

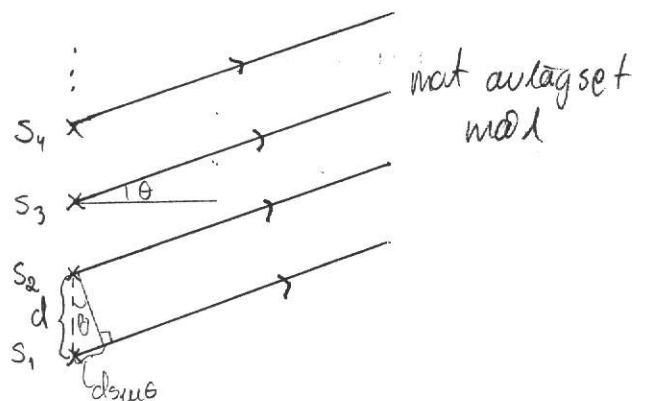
## Ettelspalt



## Interferens - många källor

Ett antal lika stora

källor  $S_1, S_2, \dots$



Antag:  $N$  källor

Studera fältet på långt avstånd från källorna

3maj-00

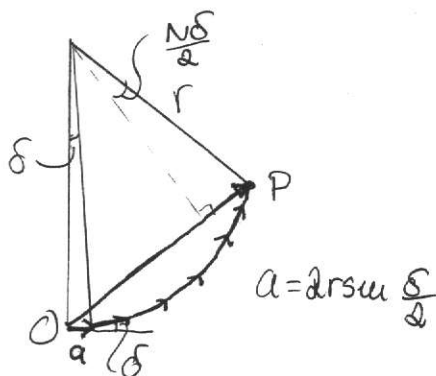
74

Fas skillnaden mellan två när liggande strålar

$$\delta = \frac{2\pi}{\lambda} ds \sin \theta$$

alla källor lika - alla amplituder,  $a$ , lika

Visar diagram



Vektorn OP ger resulterande amplitud

$$a_R = OP \\ = 2rs \sin \frac{N\delta}{2}$$

$$\frac{a_R}{a} = \frac{\sin \frac{N\delta}{2}}{\sin \frac{\delta}{2}}$$

Intensitet

$$I_R = I_0 \frac{\sin^2 \left( \frac{N\delta}{2} \right)}{\sin^2 \left( \frac{\delta}{2} \right)}$$

Intensitet för en källa

$$\text{men } \delta = \frac{2\pi d}{\lambda} \sin \theta$$

$$I_R = I_0 \frac{\sin^2 \left( \frac{N\pi d}{\lambda} \sin \theta \right)}{\sin^2 \left( \frac{\pi d}{\lambda} \sin \theta \right)}$$

Delta uttryckt har principamax för

3mög a

(75)

$$dsin\theta = p\lambda \quad p\text{-heltal}$$
$$p = 0, 1, \dots$$

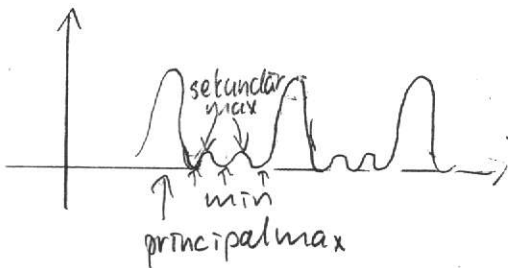
det är alla amplituder i fas tex

$$| a + a + a + a +$$

total amplitud  $N \cdot a$

total intensitet  $N^2$

tex 4 källor



$$I_R = I_0 \frac{\sin^2\left(\frac{N\delta}{2}\right)}{\sin^2\left(\frac{\delta}{2}\right)}$$

Max  $dsin\theta = p\lambda$

Min:  $\delta = \frac{2\pi}{\lambda} dsin\theta$

$$\frac{N\delta}{2\pi} = \frac{Nd \sin\theta}{\lambda} = p'$$

$p'$  heltal dock ej

$$0, N, 2N, \dots$$

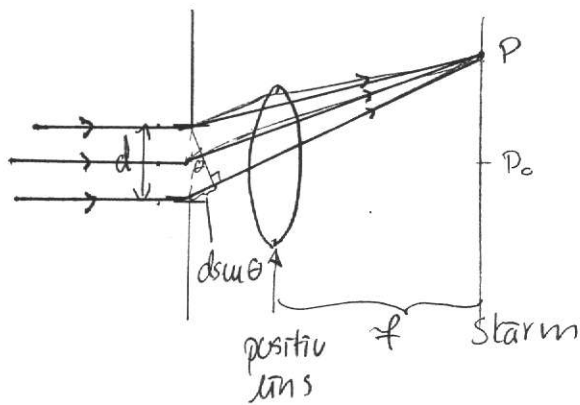
(för det har vi principalmix)

Antal sekundär max:  $N-2$

# ENKELSPALT

76

2mag-c



Delar upp öppningen i ett stort antal lika stora strimmor  
Från varje strimma går det en sekundär våg -  
sekundär vågerna interfererar

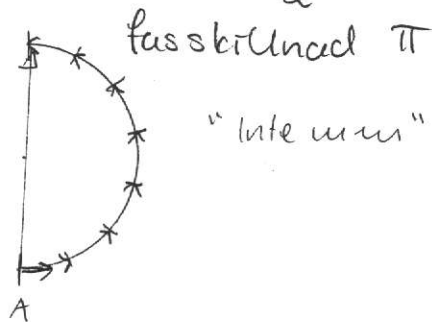
I punkten P:

1) alla sekundär vågor i fas

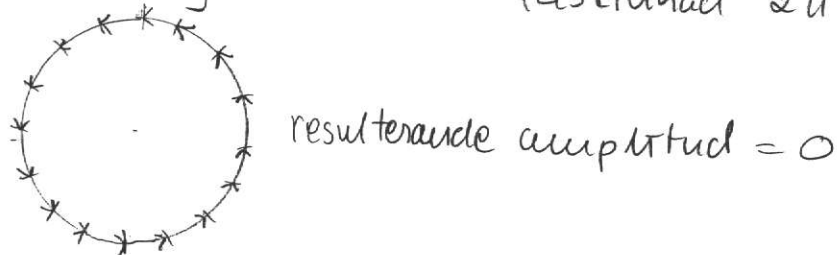
~~fas~~ Fas skillnad = 0

Max-värdet fram!

2) Om vågskillnad  $\frac{\lambda}{2}$  mellan randstrålarna



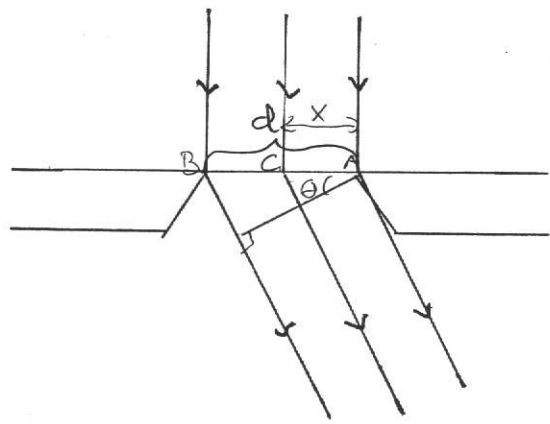
3) vågskillnad  $\lambda$  fas skillnad  $2\pi$



Minimum då vågskillnaden är  $\lambda$  mellan  
randstrålarna

$$d \sin \theta = p \lambda$$
  $p = \pm 1, \pm 2, \dots$   
 $p \neq 0$

Hur blir intensiteten

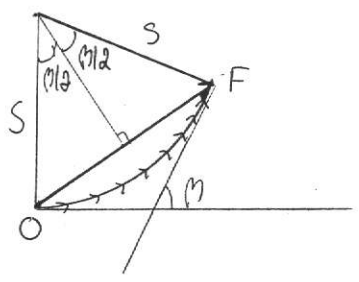


Fasstillstånd mellan A och C (77)

$$\alpha = \frac{2\pi}{\lambda} x \sin \theta$$

Fasstillstånd mellan A och B

$$\beta = \frac{2\pi}{\lambda} d \sin \theta$$



OF = amplituden i P  
=  $a_1$

$$a_1 = 2s \sin \frac{\beta}{2} = 2s \sin \frac{\pi}{\lambda} d \sin \theta$$

Inför  $a_0 =$  cirkelbågens längd

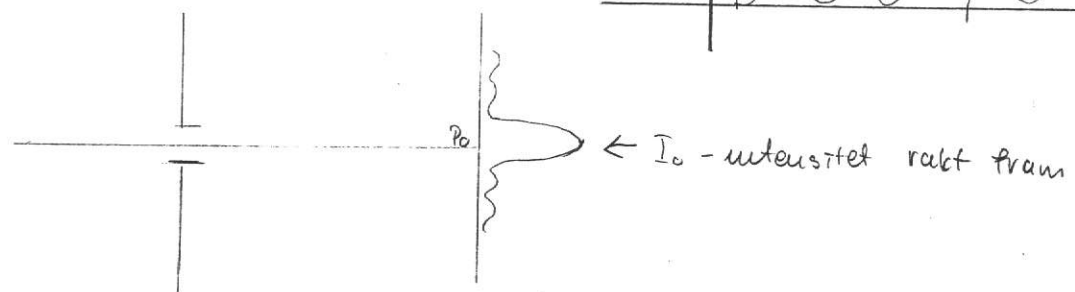
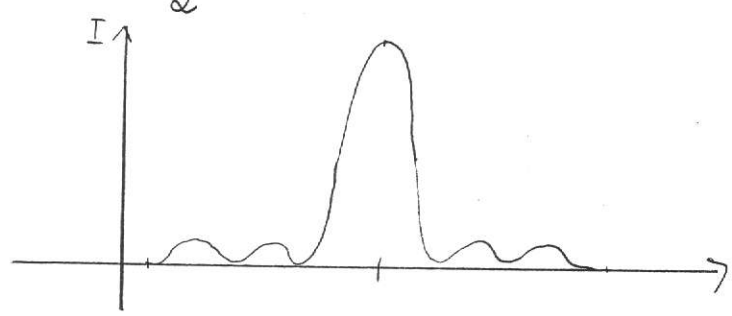
$$a_0 = \beta \cdot s$$

$$= s \cdot \frac{2\pi}{\lambda} d \sin \theta$$

$$\Rightarrow \frac{a_1}{a_0} = \frac{2s \sin(\frac{\pi}{\lambda} d \sin \theta)}{s \frac{2\pi}{\lambda} d \sin \theta} = \frac{\sin \frac{\beta}{2}}{\frac{\beta}{2}}$$

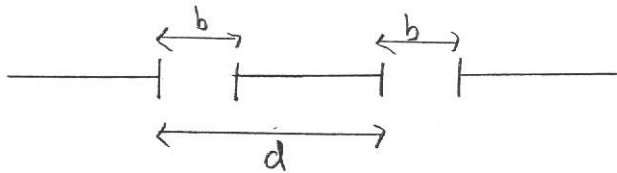
Intensitet:

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{\sin^2(\frac{\beta}{2})}{(\frac{\beta}{2})^2}$$



Min för  $\frac{\beta}{2} = p\pi \Rightarrow d \sin \theta = p\lambda$  Min diffraktion

# DUBBELSPALT



Spalt 1:  $a_1 = a_0 \frac{\sin(\beta/2)}{\beta/2}$

$$\beta = \frac{2\pi}{\lambda} b \sin \theta$$

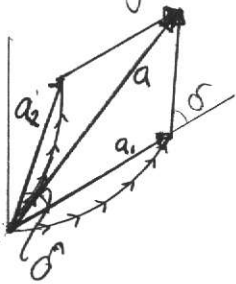
Spalt 2:  $a_2 = a_1$

ty samma spalt vidd

Men det är fas skillnad mellan dem

$$\delta = \frac{2\pi}{\lambda} d \sin \theta$$

Utstrådiagram



Cosinusteoremet

$$a^2 = a_1^2 + a_2^2 + 2a_1 a_2 \cos \delta$$

Här  $a_1 = a_2$

$$\begin{aligned} a &= \sqrt{2a_1^2 + 2a_1^2 \cos \delta} \\ &= \sqrt{2a_1^2 (1 + \cos \delta)} \\ &\quad \underbrace{2 \cos^2\left(\frac{\delta}{2}\right)} \\ &= 2 a_1 \cos\left(\frac{\delta}{2}\right) \end{aligned}$$

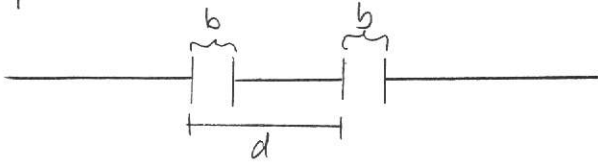
$$a = 2a_0 \frac{\sin(\beta/2)}{\beta/2} \cos(\delta/2)$$

$$I = \underbrace{4 I_{10} \cos^2(\delta/2)}_{\text{interferens}} \underbrace{\left(\frac{\sin(\beta/2)}{\beta/2}\right)^2}_{\text{diffraktion}}$$

$I_{10}$  - intensitet rakt fram för 1 spalt



Dubbel spalt

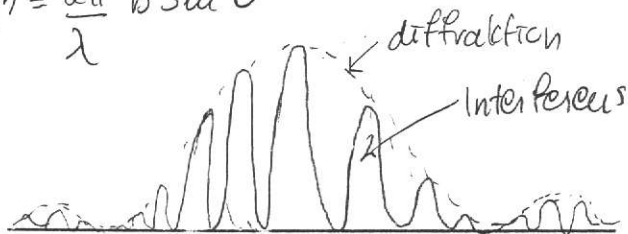


senast

$$I = \underbrace{4I_{10} \cos^2\left(\frac{\delta}{2}\right)}_{\text{interferens}} \underbrace{\left[ \frac{\text{sum}^2\left(\beta/2\right)}{\left(\frac{\beta}{2}\right)^2} \right]}_{\text{diffraktion}} \text{sum}^2\left(\frac{\beta}{2}\right)$$

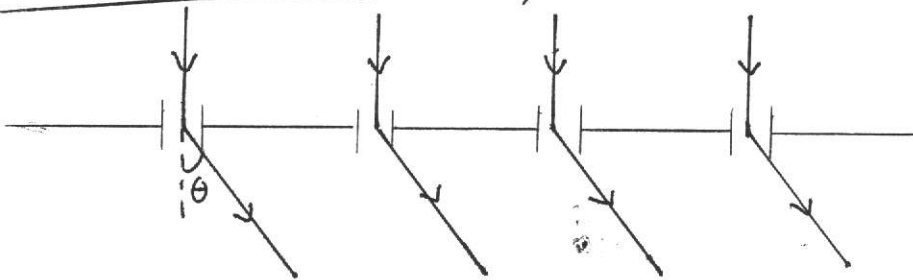
$$\delta = \frac{2\pi}{\lambda} d \sin\theta$$

$$\beta = \frac{2\pi}{\lambda} b \sin\theta$$



MANGA SPALTER

kap 10.2.3



interferens (manga källor)

$$\frac{\text{sum}^2(N\delta/2)}{\text{sum}^2(\delta/2)}$$

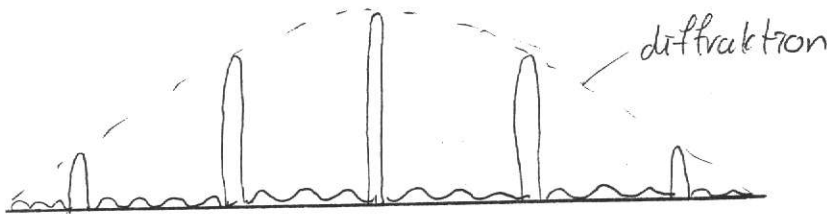
N-antal spalter

Diffraktion

$$\frac{\text{sum}^2(\beta/2)}{\left(\frac{\beta}{2}\right)^2}$$

Totala intensiteten

$$I_N = I_{I0} \frac{\text{sinc}^2(N\delta/2)}{\text{sinc}^2(\delta/2)} \cdot \frac{\text{sinc}^2(\beta/2)}{(\beta/2)^2}$$



Eckigt tredögare

$$d \sin \theta = m \lambda \quad \text{MAX}$$

↑  
ordning

REKTANGULÄR APERTUR

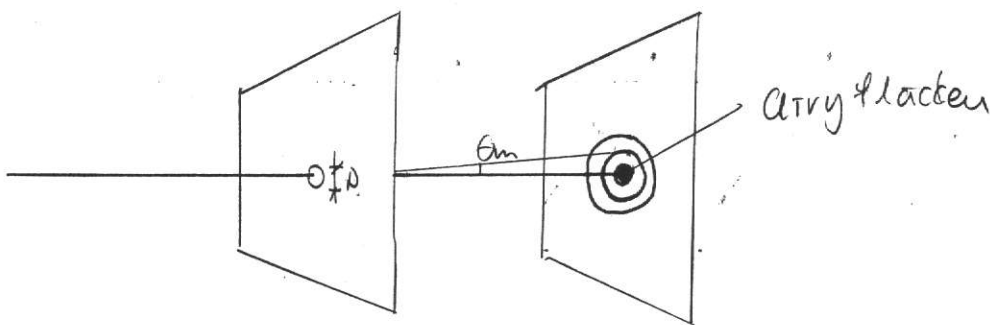
kap 10.2.4

Läs själv!

Rättiga bilder!

CIRKULÄR APERTUR

kap 10.2.5



"Knappt cetera fall"

$$\text{sinc} \theta_m = 1,22 \frac{\lambda}{D}$$

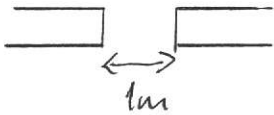
för första min



# Ex Diffraction i långt smalt fönster

Smag-00

(81)



Första min:  $b \sin \theta = \lambda$

$$\sin \theta = \frac{\lambda}{b} = \frac{5.5 \cdot 10^{-7}}{7}$$

$$\Rightarrow \theta = 3 \cdot 10^{-5} \text{ rad}$$

## UPPLÖSNING top 10.2.6

Spalt

1:a min

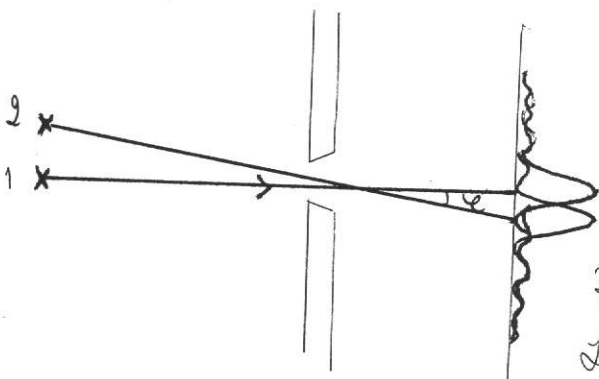
$$b \sin \theta = \lambda$$

$$b \gg \lambda$$

$$\Rightarrow \theta \text{ är litet } \sin \theta \approx \theta$$

$$\Rightarrow \boxed{\theta \approx \frac{\lambda}{b}}$$

Two punktkällor (långt bort)



$$\theta_g = \frac{\lambda}{b}$$

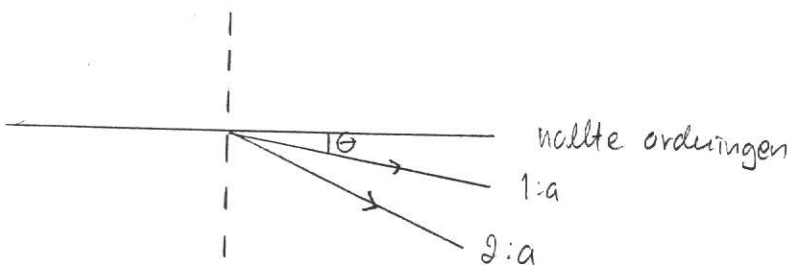
Rayleighskriterium för upplösning gränsen  
 Två punktkällor är just upplösta om centralmax  
 i det ena mönstret sammanfaller med första  
 min i den andra.

## CIRKULÄR APERTUR

$$\boxed{\theta_g = 1.22 \frac{\lambda}{D}}$$

små vinklar

## GITTERSPEKTROMETERN



$$d \sin \theta = m \lambda$$

rött belys mer än blått

def Vinkeldispersion

$$D = \frac{d\theta}{d\lambda}$$

$$d \sin \theta = m \lambda \Rightarrow d \cos \theta d\theta = m d\lambda$$

$$D = \frac{m}{d \cos \theta}$$

Upplösning förmåga

$$R = \frac{\lambda}{\Delta \lambda}$$

dar  $\Delta \lambda$  - minsta skillnad i  $\lambda$  som kan upplösas

Kan man utläsa

$$R = N \cdot m$$

↑  
antal belysta spalter

↑  
ordningen

FRESNELDIFRAKTION

kap 10.3

Skärmen och/eller källan ligger "nära" spalten/aperturen

Huygens princip



OB!! Inga vågor går bakåt

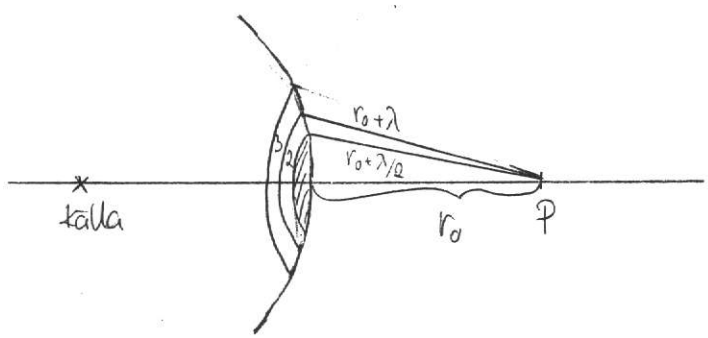
Korrektionsfaktor

$$K(\theta) = \frac{1}{2} (1 + \cos \theta)$$

Antag: Vi har en punktkälla

⇒ sfärisk våg

studera vågfronten



Välj Fresnelzoner så att varje punkt i en zon har en motsvarande punkt i närliggande zon som har motsatt fas i P.

Om zon 1 ger amplituden  $a_1$  i punkten P  
- " - 2 - " - " -  $a_2$  - " - P

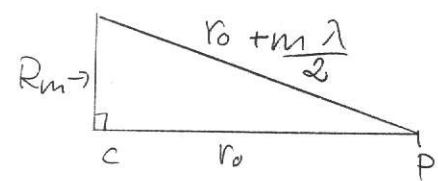
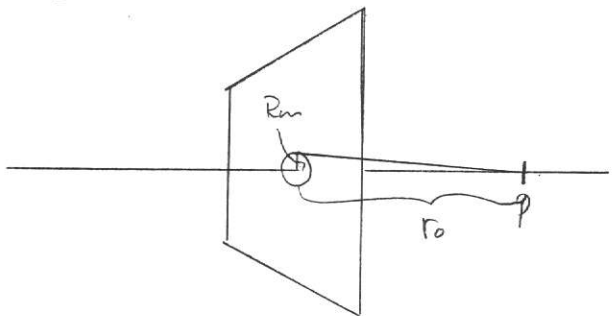
$$a = a_1 - a_2 + a_3 - a_4 + \dots$$

$$= \frac{a_1}{2} + \frac{a_1 - a_2}{2} - \frac{a_2 - a_3}{2} + \dots$$

Det kan visas att  $a_1 - a_2, a_2 - a_3$  ect, är små positiva tal

$\Rightarrow$   $a \approx \frac{a_1}{2}$  utan huden i vägen

Huden: skärm med cirkulärt hål



Autog: Ljuskällan avlägsen  $\Rightarrow$  infallsvinkeln är plan

$R_m$ -yttes radien hos  $m$ -te zonen

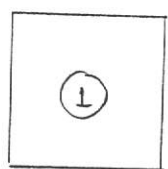
$$\underline{R_m^2} = (r_0 + \frac{m\lambda}{2})^2 - r_0^2$$

$$= \frac{m^2\lambda^2}{4} + r_0 m \lambda \approx \underline{m r_0 \lambda}$$

oftast liten

$R_m = \sqrt{m r_0 \lambda}$  Fresnel zonernas radie

Ex Om hålets radie =  $R_1$

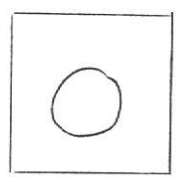


Bara zon 1 "syns"

$\Rightarrow a = a_1$  utan skärm:  $a = \frac{a_1}{2}$   
Med skärm än utan.

alltså: Med skärm  $I = 4I_0$   $I_0$  = intensitet utan skärm

Ex 2



Större hål, radie =  $R_2$

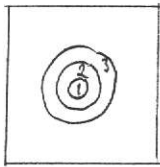
zon 1 & 2 syns

$a = a_1 - a_2 \approx 0$

Ex 3 hållets radie =  $R_3$

Smay - 00

(84)



$$a = \underbrace{a_1 - a_2 + a_3}_{\approx 0} \approx a_3$$

Fresnel teort för diffraktion 1818

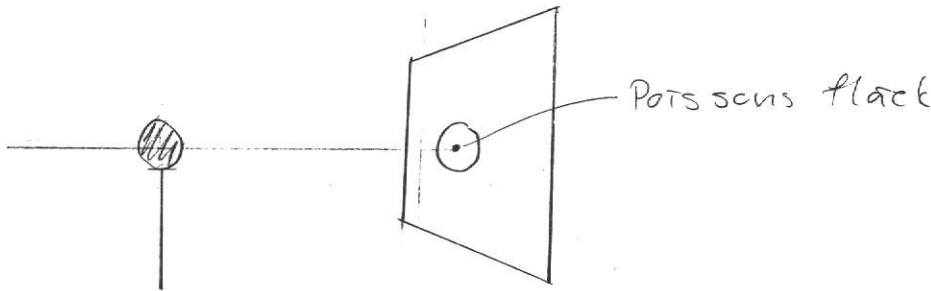
Poisson utau hinder  $a \approx \frac{a_1}{2}$

runt hinder som täcker 1:a Fresnel zonen

$$a = \frac{a_2}{2} + \frac{a_1 - a_2}{2} - \dots$$

$$= -\frac{a_2}{2} + \frac{a_2 - a_3}{2} = -\frac{a_3}{2}$$

lyst - ungefär lika  
lyst som om bara zon 1 fanns



FRESNELZONPLATTA

kap 10.3.5

blockera varannan zon

t.ex 2, 4, 6, 8, ...

$a = a_1 + a_3 + a_5 + a_7 + \dots$  kraftig förstärkning

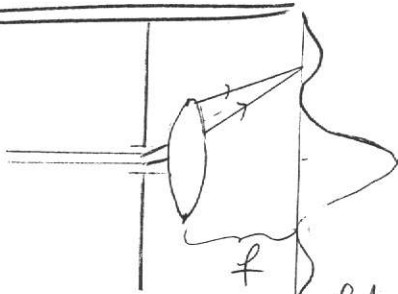
Villkor för formerna:

Visar amplitud på hållets axel

FOURIER OPTIK

kap 11

Euklispalt



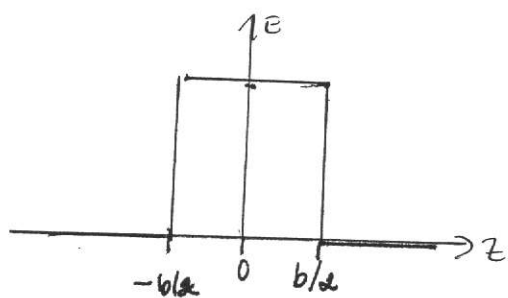
fokalplanet

transformationsplanet

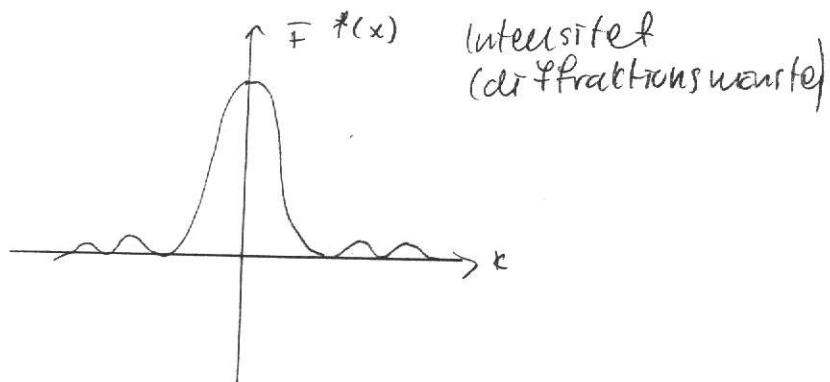
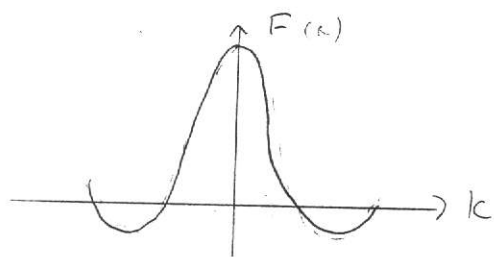
# Operatorfunktionen $A$

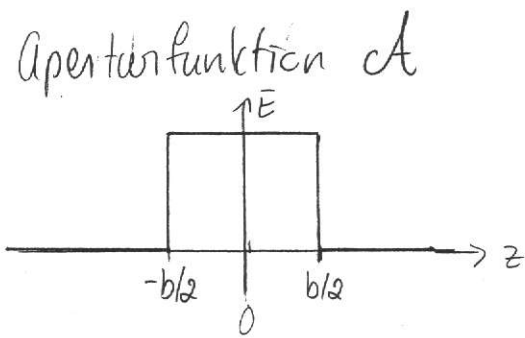
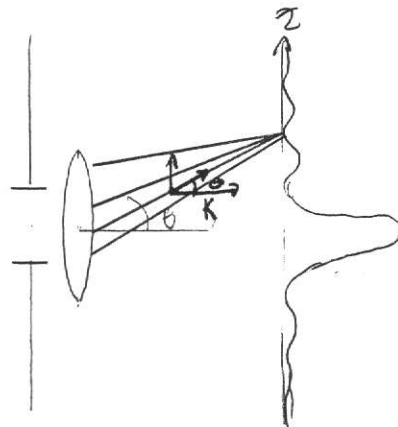
85

( $\epsilon$ -fallender operatoren)



Fourier transform





$$A = \begin{cases} A_0 & |z| < \frac{b}{2} \\ 0 & |z| > \frac{b}{2} \end{cases}$$

$$f(z) = \frac{1}{\pi} \left[ \int_0^{\infty} A(k_z) \cos k_z z \, dk + \int_0^{\infty} B(k_z) \sin k_z z \, dk \right]$$

$B(k_z) = 0$  pga symmetri

$$A(k_z) = \int_{-b/2}^{b/2} A_0 \cos k_z z \, dz = A_0 \frac{2 \sin \left( \frac{k_z \cdot b}{2} \right)}{k_z}$$

$$= A_0 \frac{b \sin \left( \frac{k_z b}{2} \right)}{\frac{k_z b}{2}} \quad \leftarrow \text{Int. } \frac{\sin x}{x}$$

$k_z = k \sin \theta$

$A(k_z) = 0$  då  $\frac{k_z b}{2} = \pi \Rightarrow k_z = \frac{2\pi}{b}$

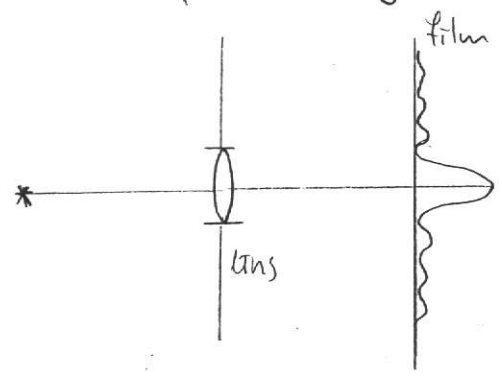
$\Rightarrow k_z \sin \theta = \frac{2\pi}{b}$

$b \sin \theta = \frac{2\pi}{k_z} = \lambda \quad \text{1:a min}$

Fältet i Fraunhoferdiffraktionsområdet  
 Fouriertransformen av fältet över aperturen

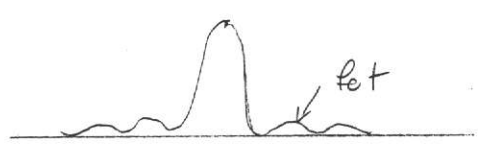


# Optiskt system :

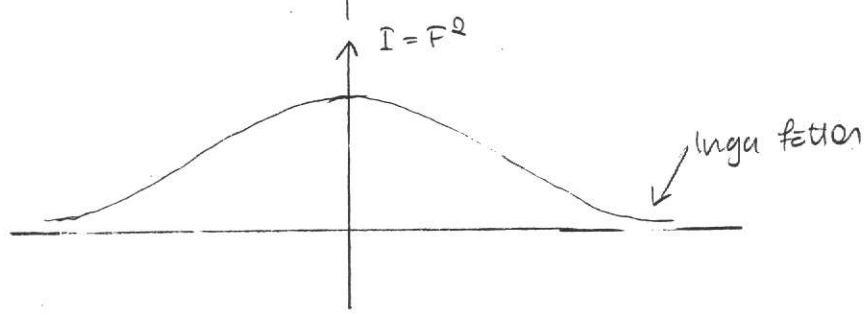
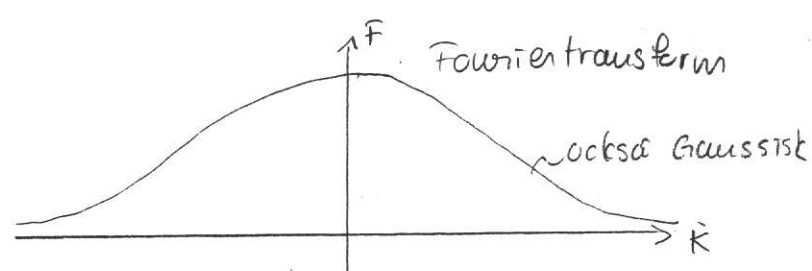
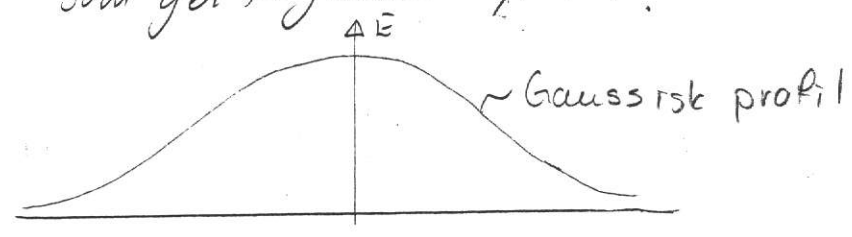


## APODISERING - avbländning

$\pi 0806 - f_{et}$



Ändra på apertur funktionen genom att  
 t. ex lägga en glasplatta (grå filter)  
 som ger följande apertur funktion



# FRESNELDIFFRAKTION

10maj-00  
88

I på en cirkulär aperturs axel

SKA KUNNA

10.3.6

10.3.7

10.3.8

10.3.9

10.3.10

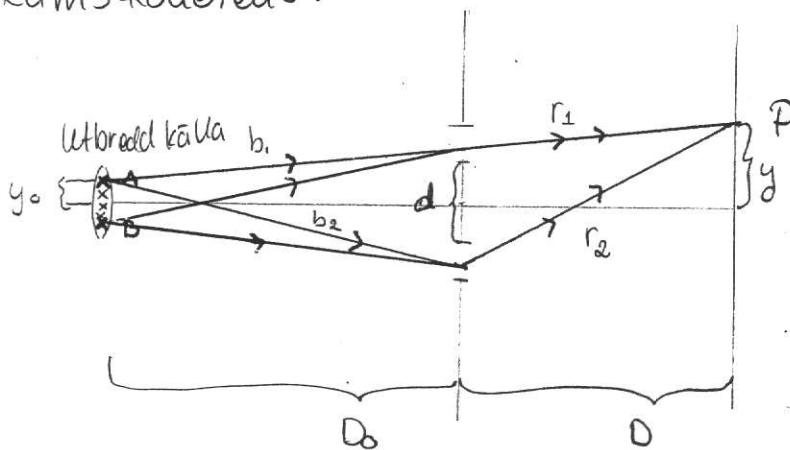
titta på  
bilderna

$$10.4 \quad K(\theta) = \frac{\cos\theta + 1}{2}$$

10.5 Las sjölu

## KÖHERENS kap 12

Rumskohärens:



Dubbel spalt  
Flera små utkoherenta  
källor

Fasstillnad i P mellan vågorna från A

$$\delta = \frac{2\pi}{\lambda} (b_2 - b_1 + r_2 - r_1)$$

Från tidigare  $r_2 - r_1 = \frac{yd}{D}$

pss  $b_2 - b_1 = \frac{y_0 d}{D_0}$

$$\delta = \frac{2\pi}{\lambda} \left( \frac{y_0 d}{D_0} + \frac{yd}{D} \right)$$

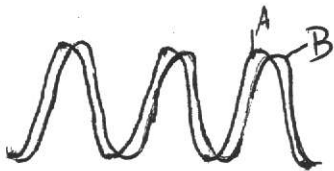
Max  $\delta = 2\pi p$   $p$ -keltä

$$\frac{2\pi}{\lambda} \left( \frac{y_0 d}{D_0} + \frac{y d}{D} \right) = 2\pi p$$

$$\frac{y d}{D} = -\frac{y_0 d}{D_0} + p\lambda$$

$$\frac{y}{D} = \frac{p\lambda}{d} - \frac{y_0}{D_0}$$

Olitka punteer i källan ga max på olika ställen på skärmen

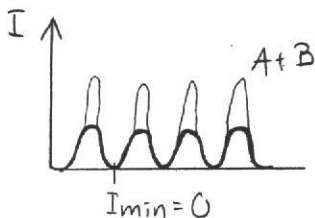


VISIBILITET kap 12.2

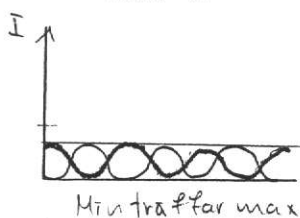
Gen interferensmönstret  $\approx$  kvalitet

def: 
$$V = \frac{I_{max} - I_{min}}{I_{max} + I_{min}}$$

Ex: två källor (utlöslanta)

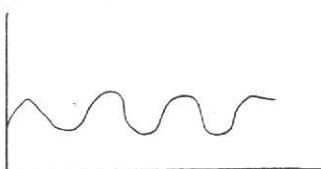


$$V = \frac{I_{max}}{I_{min}} = 1$$



$$I_{max} = I_{min} \quad V = 0$$

Omn



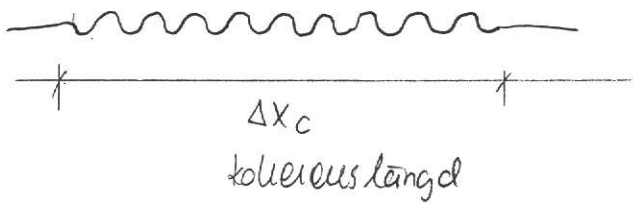
$$0 < V < 1$$

# TIDSKOHÄREN

10 maj 90

90

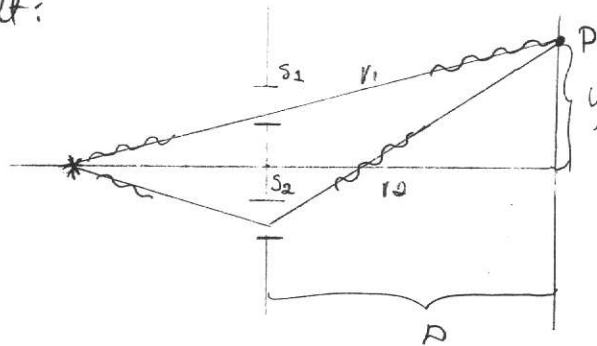
Ljuskällor sänder ut ljus som vågtåg



Tiden som det tar för vågtåget att passera

Kohärenstiden  $\Delta t_c$

Dubbelspalt:



Den ena längre väg än den andra. Kommer de fram var a en för sig blir det ingen interferens. Gäller det båda vägarna så länge som möjligt

det tar tiden  $t_1$  för vågen att gå från  $s_1$  till  $P$

— || —  $t_2$  — || —  $s_2$  — || —

Om  $t_2 - t_1 > \Delta t_c$  så kommer

ute vågorna att mötas vid  $P$

$\Rightarrow$  ingen interferens

Dubbelspalt:

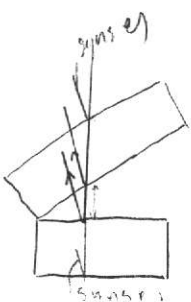
$$r_2 - r_1 = \frac{yd}{D}$$

$$t_2 - t_1 = \frac{r_2 - r_1}{c} = \frac{yd}{cD}$$

lysets hastighet

$$\text{Om } \frac{yd}{cD} > \Delta t_c$$

$$\Rightarrow y > \frac{cD \Delta t_c}{d}$$





ett långt våglängd svarar mot små  $\Delta f$   
 enligt Fouriers

( $f$  - frekvens)

$\Delta t_c \approx \frac{1}{\Delta f}$  enligt tidigare

$f = \frac{c}{\lambda}$

$\Rightarrow \Delta f = (-) c \frac{1}{\lambda^2} \Delta \lambda$

struntar i - pga praktiska skäl

ströms oftast positivt

$\Delta f = \left| -\frac{c \Delta \lambda}{\lambda^2} \right|$

$\underbrace{\Delta x_c}_{\substack{\text{koherens} \\ \text{längd}}} = c \cdot \Delta t_c = \frac{c}{\Delta f}$   
 $= \frac{c \lambda^2}{c \Delta \lambda} = \frac{\lambda^2}{\Delta \lambda}$

LASERN kap 14.2

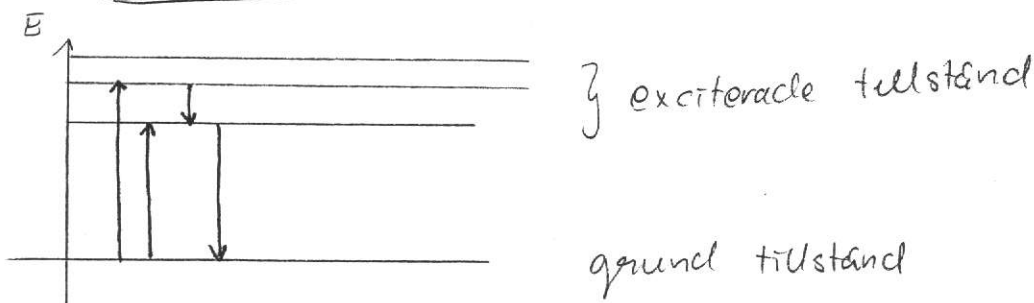
Måman 7 juli 1960

Laserlysets egenskaper:

- o stor lysstyrka
- o kvasimonokromatiskt
- o kollimerat (liten spridning av strålen)
- o koherent i tid & rum (länga våglängd)

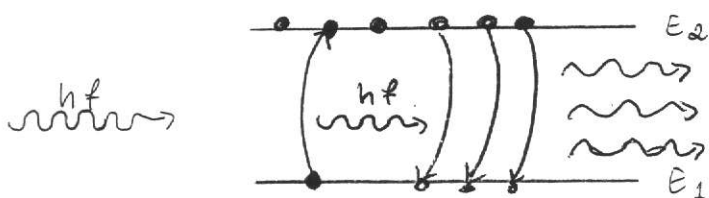
L A S E R - light amplification by stimulated emission of radiation

# ATOMERNAS ENERGINIVÅER



- 1) absorption ↑
- 2) spontan emission ↓
- 3) stimulerad emission ↓

## STIMULERAD EMISSION



Måste ha fler tillst  
dar uppe som där  
nera

Om  $E_2 - E_1 = hf$

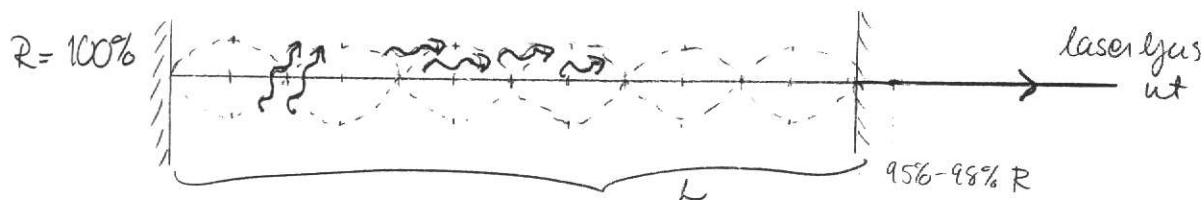
En foton in med rätt frekvens  
ger två fotoner ut, som drar med  
sig två var osv.

Fotonerna - har samma energi, riktning  
och fas.

Stimulerad emission kräver st populationsinversion,  
dvs fler tillstånd i den högre än i den lägre  
energinivån.

Man måste "pumpa upp" tillstånd till den högre nivån.  
- detta görs med elektronblix, elektrisk urladdning..

Den stimulerade emissionen sker i en laserkavität



Fotonerna som emitteras utöver spegelnormalen  
förstärks kraftigt

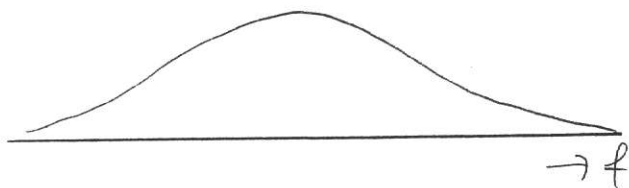
Vi får stående vågor i kavitet

$$L = m \cdot \frac{\lambda}{2} \quad m\text{-heltal}$$

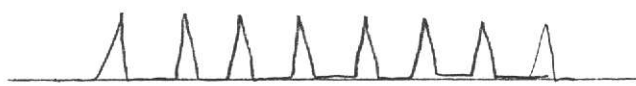
Flera  $\lambda$  och  $f$  kan uppfylla villkoret ( $m$ -stort tal)

tex  $L = m \frac{\lambda_1}{2} = (m+1) \frac{\lambda_2}{2}$

Kaviteten är en Fabry-Perot



spontan emission



Fabry-Perot villkoret  
Airy-fn:en



Output från lasern

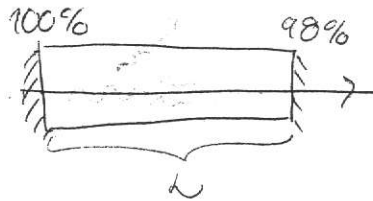
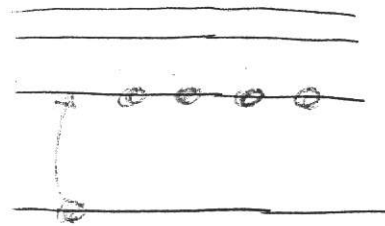
multimod - flera moder

# LASERN

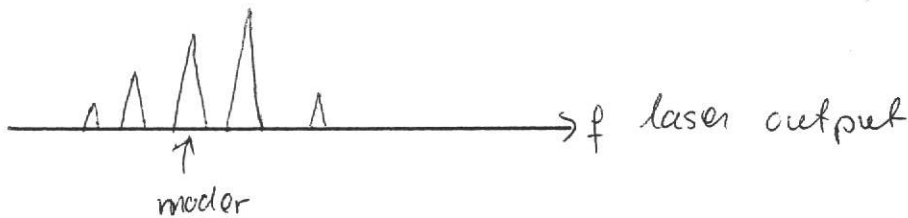
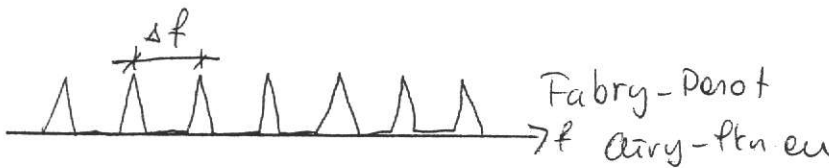
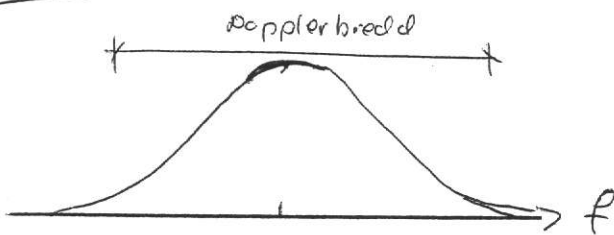
font.

(7.12.17) - 00  
94

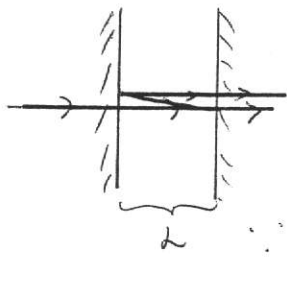
- ① Stimulorad emissioon
- ② Populatsioonsi muudatus
- ③ Laserkaviteteer
  - eu Fabry-Perot



## GASLASER



1 modor - multi mod  
eu mod - single mod



F.P

$$2L = m\lambda$$

konstruktiivne interferents

$$\lambda = \frac{2L}{m} \quad \text{liikvõrdne } \lambda$$

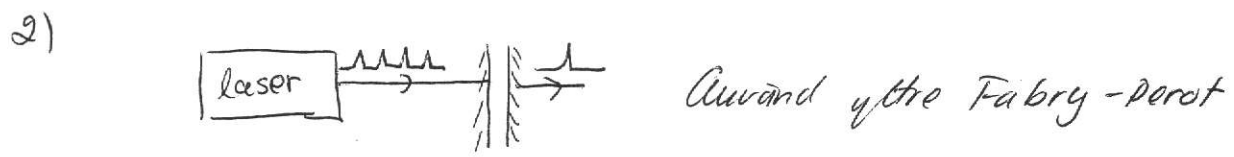
eller  $f = \frac{c}{\lambda} = \left\{ \text{arv} \approx 1 \right\} = \frac{cm}{2L}$  liikvõrdne frekvents

$$\Delta f = \frac{c}{2L} \quad \text{free spectral range}$$



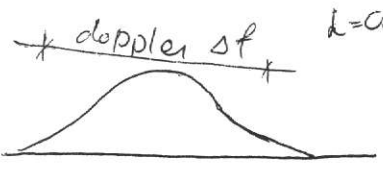
Har på single-mode?

1) Gör karaktäristiskt (opraktiskt - låg intensitet)



TYPISK GASLASER

- Argonjon laser



$\Delta f_{\text{Doppler}} \approx 3 \cdot 10^9 \text{ Hz}$



$\Delta f = \frac{c}{2L} = \frac{3 \cdot 10^8}{2 \cdot 0.5} = 3 \cdot 10^8 \text{ Hz}$

Antal modes: 10st

Kohärenslängd: Multimod  $\sim 10 \text{ cm}$   
Singlemod  $\gg 1 \text{ m}$

ty  $\Delta \nu_c = \frac{c}{\Delta f} = \frac{\lambda^2}{\Delta \lambda}$

$\Delta f \approx \frac{1}{\Delta t_c}$   $f = \frac{c}{\lambda}$

$\Delta f = -\frac{c}{\lambda^2} \Delta \lambda$

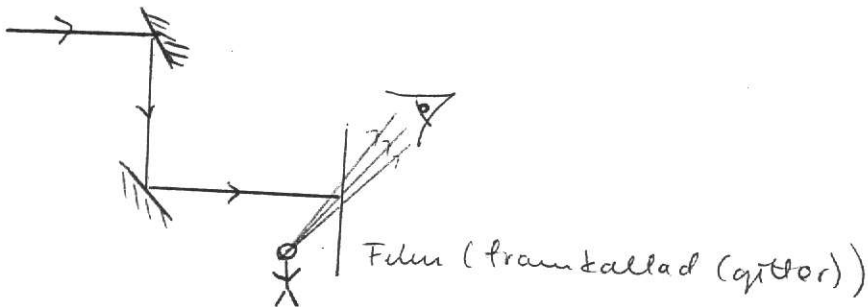
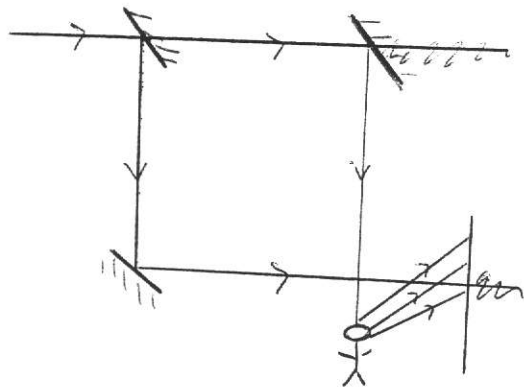
OLIKA LASERTYPER

Gas lagrar: He-Ne, Argon-jon,

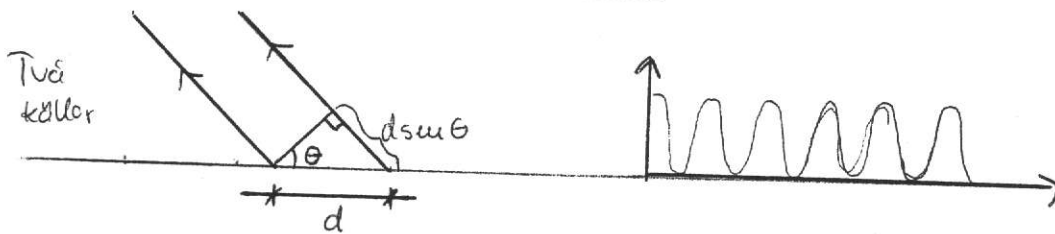
Fasta tillståndslaser: Heterotolare, rubinlaser

Vätskelaser: Färgämneslaser

Holografi

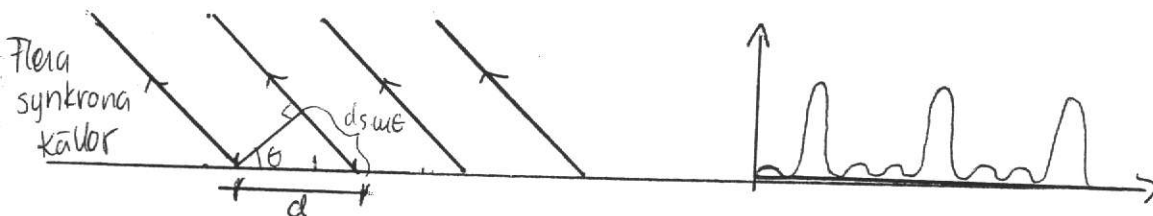


INTERFERENS



Max:  $dsin\theta = p\lambda$

$$\frac{I}{I_1} = \left( 4 \cos^2 \left( \frac{\theta}{2} \right) \right)^2$$



Principalmax:  $dsin\theta = p\lambda$

Min:  $Ndsin\theta = p'\lambda$

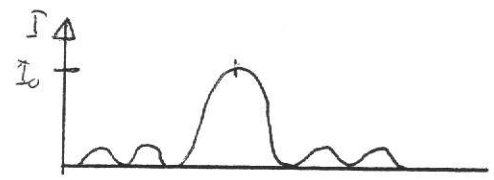
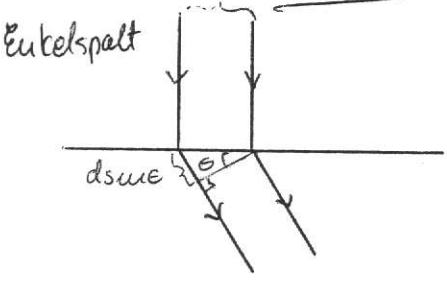
$$\frac{I}{I_1} = \left( \frac{\sin(N\frac{\delta}{2})}{\sin(\frac{\delta}{2})} \right)^2$$

$$\delta = \frac{2\pi}{\lambda} dsin\theta$$

$p'$ : heltal + 0, N, 2N, ...

$I_1$  - intensitet i källa

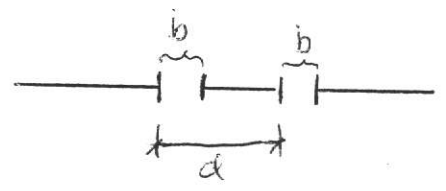
DIFFRAKTION (Fraunhofer)



Min:  $b \sin \theta = p \lambda$   
 $p$ -heltal  $\neq 0$

$$\frac{I}{I_0} = \left( \frac{\sin(\beta/2)}{\beta/2} \right)^2$$

Dubbelspalt

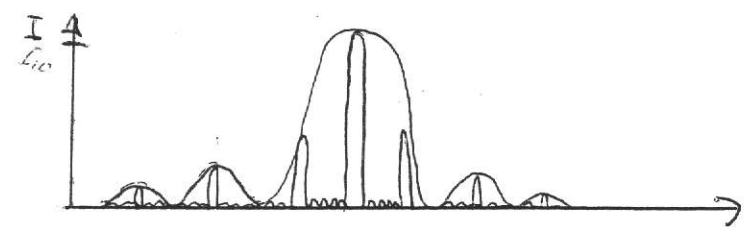
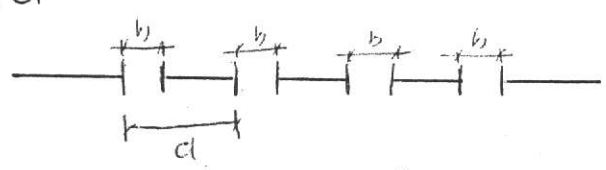


Max: se ovan (interferens)  
 Min: (diffraction) se ovan

$$\frac{I}{I_0} = 4 \cos^2\left(\frac{\delta}{2}\right) \left( \frac{\sin(\beta/2)}{\beta/2} \right)^2$$

$$\beta = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot b \sin \theta$$

Många spalter  
 Gitter



Principal (huvudmax)  
 $d \sin \theta = m \lambda$

$$\frac{I_N}{I_0} = \left( \frac{\sin(N \frac{\delta}{2})}{\sin(\frac{\delta}{2})} \right)^2 \left( \frac{\sin(\beta/2)}{\beta/2} \right)^2$$

$I_0$  - intensitet rakt fram, 1 källa

Alternativt:  $I = I_1 + I_2 + 2 \sqrt{I_1 I_2} \cos \delta$  två källor

$$\begin{aligned} \text{Om } I_1 = I_2 &\Rightarrow I = 2I_1 + 2I_1 \cos \delta \\ &= 2I_1 (1 + \cos \delta) \\ &= 4I_1 \cos^2(\delta/2) \end{aligned}$$

stämmer

Om  $N = 2$

$$\left( \frac{\sin 2(\frac{\delta}{2})}{\sin \frac{\delta}{2}} \right)^2 = \left( \frac{2 \sin \frac{\delta}{2} \cdot \cos \frac{\delta}{2}}{\sin \frac{\delta}{2}} \right)^2 = 4 \cos^2\left(\frac{\delta}{2}\right) \text{ stämmer}$$

räkna äldre texter

Ex

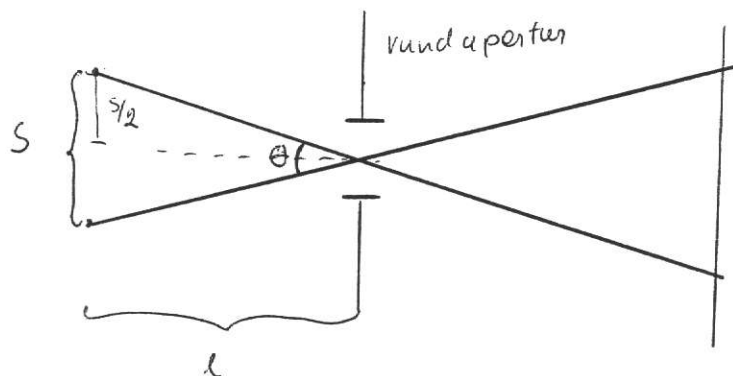
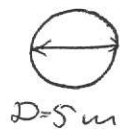
Upplösning

Fraunhofer

Horisontell vårdöretad vällan två punkter på  
månen som kan upplösas av  
Mount Palomar teleskopet

$\lambda = 550 \text{ nm}$

$l = 384 \cdot 10^3 \text{ km}$  (till månen)



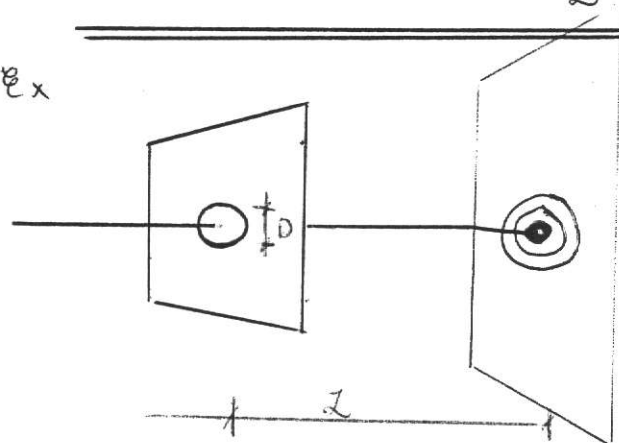
Rayleighs kriterium

$\theta = \frac{1,22 \lambda}{D}$

$\tan \frac{\theta}{2} = \frac{s/2}{2 \cdot l} \approx \frac{\theta}{2}$  små vinklar

$s = \theta \cdot l = \frac{1,22 \cdot \lambda \cdot l}{D} = \dots = 51 \text{ m}$

Ex



D = diameter

$l = 50 \text{ cm}$

$\lambda = 500 \text{ nm}$

lyst eller mörkt :

centrala



kalla x

R - den minsta av r1 & r2

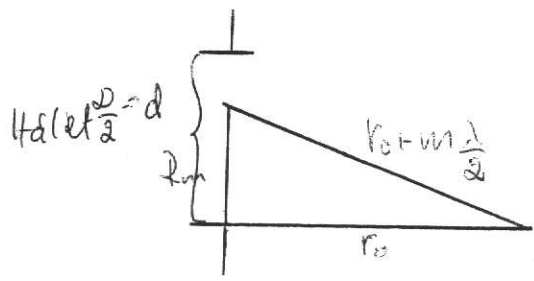
hinder skärm

Tunnregel om  $R > \frac{D^2}{\lambda}$  så har vi Fraunhofer

Vårt fall  $\frac{D^2}{\lambda} = \frac{(2 \cdot 10^{-3})^2}{500 \cdot 10^{-9}} = 8 \text{ m} > 50 \text{ cm}$

=> lite Fraunhofer utan Fresnel

Hade det varit Fraunhofer => lyst. Ty det alltid lyst i mitten



Fresnel zones radius

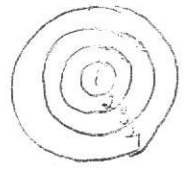
$$R_m \approx \sqrt{m \lambda r_0}$$

$$\Rightarrow m = \frac{R_m^2}{\lambda r_0} = \frac{2^2}{4 \lambda r_0}$$

$\frac{R_m}{2}$  is the radius

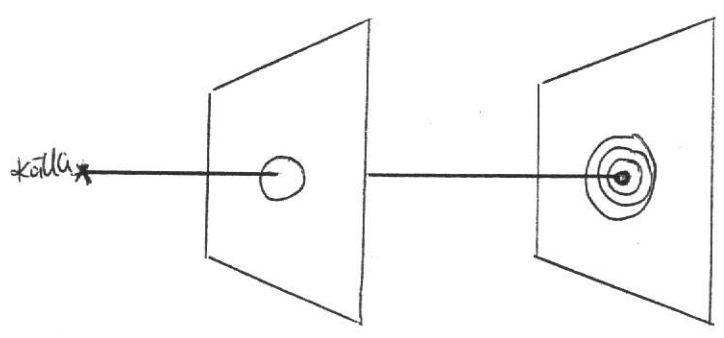
$$= \frac{(2 \cdot 10^{-3})^2}{4 \cdot 500 \cdot 10^{-9} \cdot 0.5} = 4$$

Vi har 4 zoner

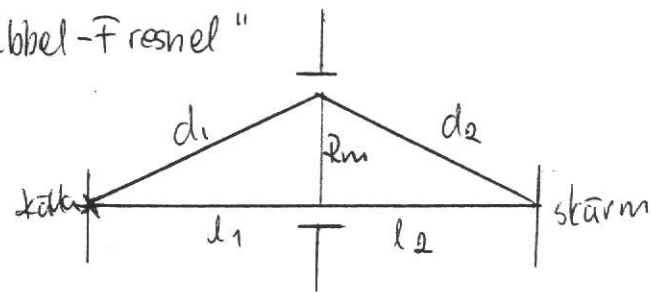


$\Rightarrow$  värt  
 ty 1 & 2 tar ut varann  
 3 & 4 - " -  
 jämnt antal  $\Rightarrow$  värt

Gemens att flytta skärmen från ceter värd  
 så kan ljuset ändras



"Dubbel-Fresnel"



$$(d_1 + d_2) - (d_1 + d_2) = \frac{m \lambda}{2} \dots$$