

# Tentamen

## ess116 Elektriska Nät och System, F2

Examinator: Ants R. Silberberg

11 april 2012 kl. 14.00-18.00 sal: V

Förfrågningar: Ankn. 1783 (Karl-Johan Fredén Jansson)  
Lösningar: Anslås torsdagen den 12 april på institutionens anslagstavla, plan 5.  
Resultat: Rapporteras in i Ladok.  
Granskning: Onsdag 25 april kl. 12.00 - 13.00 , rum 3315, på plan 3 i EDIT-huset, korridor parallell med Hörsalsvägen.  
Bedömning: En korrekt och välmotiverad lösning med ett tydligt angivet svar ger full poäng.

Hjälpmedel

- Typgodkänd miniräknare
- Beta Mathematics Handbook
- Physics Handbook
- Sammanfattning Kretselektronik (A4-häfte)

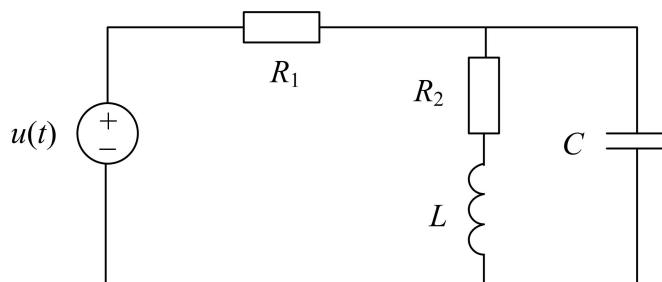
Betygsgränser (6 uppgifter om vardera 3 poäng).

<i>Poäng</i>	0-7.5	8-11.5	12-14.5	15-18
<i>Betyg</i>	U	3	4	5

Lycka till!

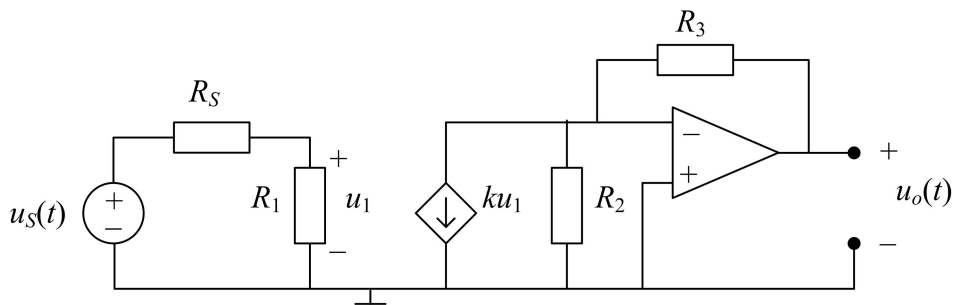
1. Betrakta växelströmskretsen i figur 1 där spänningskällan  $u(t)$  driver en krets som består av fyra kretselement ( $R_1$ ,  $R_2$ ,  $L$  och  $C$ ).
- (a) Beräkna den komplexa effekt som spänningskällan avger.
- (b) Beräkna den medeleffekt som upptas av resistansen  $R_1$ .

Antag sinusformat stationärtillstånd med  $u(t) = \sqrt{2} \cdot 120 \cos(10^3 t)$  V,  $R_1 = 1.0 \Omega$ ,  $R_2 = 5.0 \Omega$ ,  $L = 10$  mH och  $C = 0.10$  mF.



Figur 1: Växelströmskrets.

2. Utgå ifrån förstärkarkretsen i figur 2. Beräkna utspänningen  $u_o(t)$  vid tidpunkten  $t = 0.25$  s då signalen  $u_S(t) = 5.0 \sin(3t)$  mV. Antag ideal operationsförstärkare.



Figur 2: Operationsförstärkarkrets.

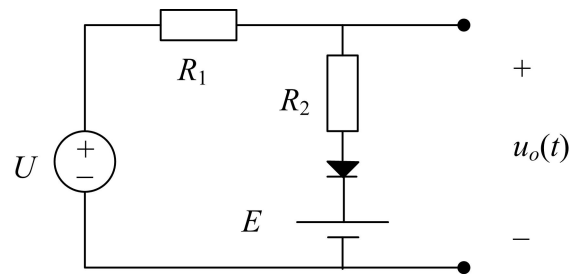
$$\begin{array}{lll}
 R_S = 0.10 \text{ k}\Omega & R_1 = 1.0 \text{ k}\Omega & k = 3.0 \cdot 10^{-3} \text{ A/V} \\
 R_2 = 3.3 \text{ k}\Omega & R_3 = 100 \text{ k}\Omega &
 \end{array}$$

3. Beräkna och gör en skiss över spänningen  $u_o(t)$  som den är markerad i figur 3 då spänningen hos källan  $U$  varierar enligt diagrammet i figur 4.  
4. Antag ideal diod.

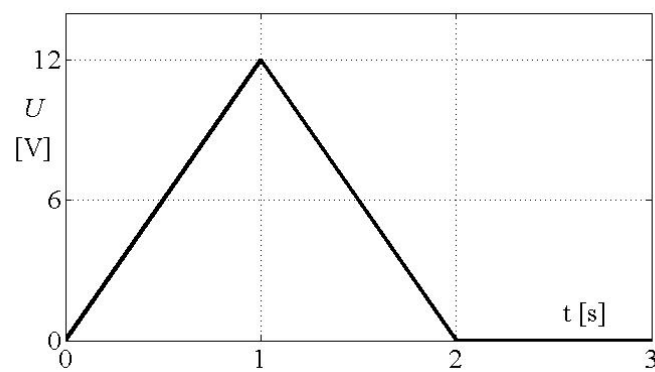
$$R_1 = 3.0 \text{ k}\Omega$$

$$R_2 = 1.0 \text{ k}\Omega$$

$$E = 6.0 \text{ V}$$

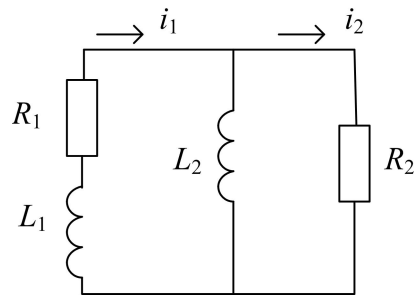


Figur 3: Diodkrets.



Figur 4: Insignalspänning  $U$  [V].

4. Vid tidpunkten  $t = 0$  är alla källor bortkopplade och vi har en krets enligt figur 4. Begynnelsevärdet för de markerade strömmarna är  $i_1(0) = i_2(0) = 11$  A. Beräkna strömmen  $i_2(t)$  för  $t \geq 0$ .



Figur 5:  $RL$ -krets

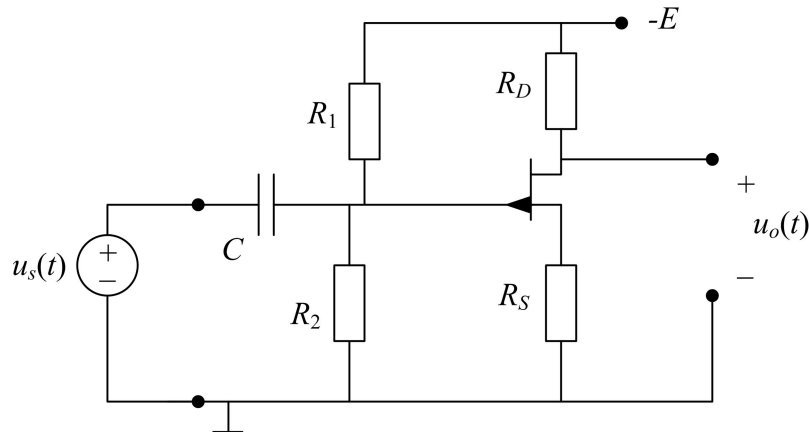
$$R_1 = 1.0 \, \Omega$$

$$L_1 = 2.0 \, \text{H}$$

$$R_2 = 2.0 \, \Omega$$

$$L_2 = 3.0 \, \text{H}$$

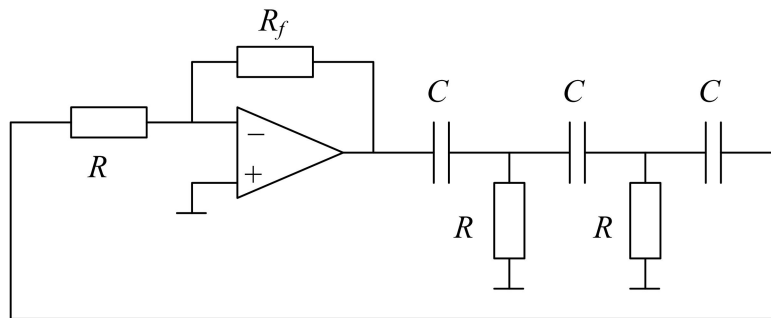
5. Beräkna förstärkarens förstärkning  $\frac{u_o}{u_s}$  samt förstärkarens inresistans  $R_{in}$  och utresistans  $R_{ut}$ . I aktuell arbetspunkt för transistorn gäller transkonduktansvärdet  $g_m = 1.6 \text{ mA/V}$ . Övriga transistorparametrars inverkan kan försummas samt  $\frac{1}{\omega C} \approx 0$  vid aktuella signalfrekvenser.



Figur 6: JFET förstärkare.

$$\begin{array}{lll}
 R_1 = 1.3 \text{ M}\Omega & R_2 = 200 \text{ k}\Omega & E = 60 \text{ V} \\
 R_D = 18.5 \text{ k}\Omega & R_S = 4.0 \text{ k}\Omega &
 \end{array}$$

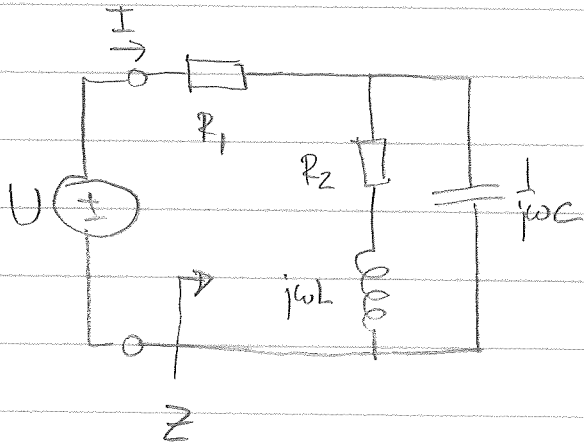
6. Operationsförstärkarkretsen i figur 7 är en s.k. fasskiftoscillator. Beräkna återkopplingsresistansen  $R_f$  samt resistansvärdet  $R$  så att kretsen svänger sinusformigt med frekvensen 100 Hz. Antag ideal operationsförstärkare.



Figur 7: Oscillatorkrets.

$$C = 0.50 \mu\text{H}$$

1/  $j\omega$ -transformerade kretsen



$$R_1 = 1,0 \Omega \quad L = 10 \text{ mH}$$

$$R_2 = 5,0 \Omega \quad C = 0,10 \text{ mF}$$

$$u(t) = \sqrt{2} \cdot 120 \cos(\omega t) \text{ V}$$

$$\Rightarrow U = 120 ; \quad \omega = 10^3 \text{ r/s}$$

$$j\omega L = j \cdot 10^3 \cdot 10 \cdot 10^{-3} = j10$$

$$\frac{1}{j\omega C} = \frac{1}{j \cdot 10^3 \cdot 0,10 \cdot 10^{-3}} = -j10$$

$$Z = R_1 + \frac{(R_2 + j\omega L) \frac{1}{j\omega C}}{R_2 + j\omega L + \frac{1}{j\omega C}} = 1 + \frac{(5 + j10)(-j10)}{5 + j10 - j10} =$$

$$= 1 + \frac{100 - j50}{5} = 21 - j10$$

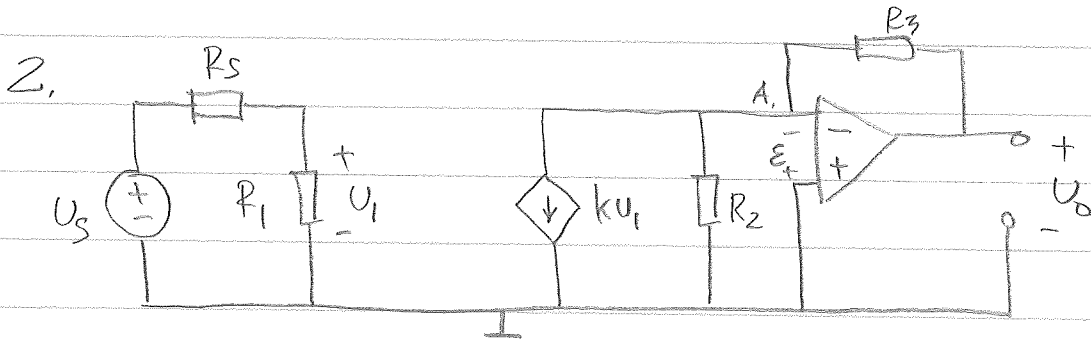
Spänningskällans avgör

$$S_0 = \frac{1}{2} U I^* = \frac{1}{2} U \left( \frac{U}{Z} \right)^* = \frac{1}{2} \frac{U U^*}{Z^*} = \frac{1}{2} \frac{|U|^2 \cdot Z}{Z^* \cdot Z} =$$

$$= \frac{1}{2} \frac{|U|^2}{|Z|^2} \cdot Z = \frac{1}{2} \frac{(\sqrt{2} \cdot 120)^2}{(21^2 + 10^2)} (21 - j10) =$$

$$= 559 - j266 \text{ VA}$$

Medeleffekt i  $R_1$ :  $P_{R_1} = \frac{1}{2} R |I|^2 = \frac{1}{2} R \left| \frac{U}{Z} \right|^2 = 26,6 \text{ W}$



$$\begin{aligned}
 R_s &= 100 \Omega \\
 R_1 &= 1,0 \text{ k}\Omega \\
 R_2 &= 3,3 \text{ k}\Omega \\
 R_3 &= 100 \text{ k}\Omega \\
 k &= 3,0 \cdot 10^{-3} \text{ A/V}
 \end{aligned}$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{Ideal Op-först} \\ \text{Neg. återkoppl.} \end{array} \right\} \Rightarrow \begin{array}{l} \varepsilon = 0 \\ i_{op} = 0 \end{array}$$

$\varepsilon = 0 \Rightarrow$  Inget ström genom  $R_2$  ("ingen spänning").

$$U_1 = U_s \frac{R_1}{R_s + R_1} = U_s \frac{1000}{1100} = \frac{U_s}{1,1}$$

$$\text{KCL}_A: \frac{U_o}{R_3} - kU_1 = 0 \quad (i_{op} = 0, i_{R_2} = 0)$$

$$\frac{U_o}{R_3} = kU_1 = \frac{k \cdot U_s}{1,1} \Rightarrow \frac{U_o}{U_s} = \frac{k R_3}{1,1} = \frac{300}{1,1}$$

$$U_s = 50 \sin(3t) \text{ mV} = 50 \cdot 10^{-3} \sin(3t) \text{ V}$$

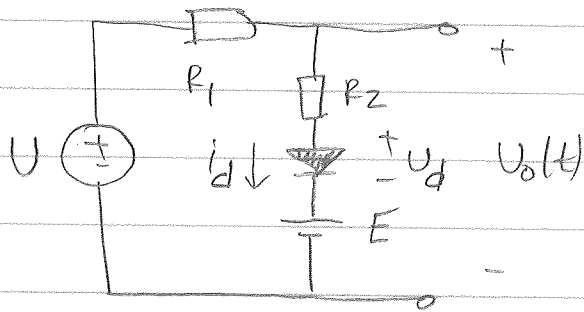
$$U_o = \frac{300}{1,1} \cdot 50 \cdot 10^{-3} \sin(3t)$$

$$t = 0,25 \text{ s}$$

$$U_o(0,25) = \frac{300}{1,1} \cdot 50 \cdot 10^{-3} \sin(3 \cdot 0,25) = 0,93 \text{ V}$$



3,



$$E = 6,0 \text{ V}$$

$$R_1 = 3,0 \text{ k}\Omega$$

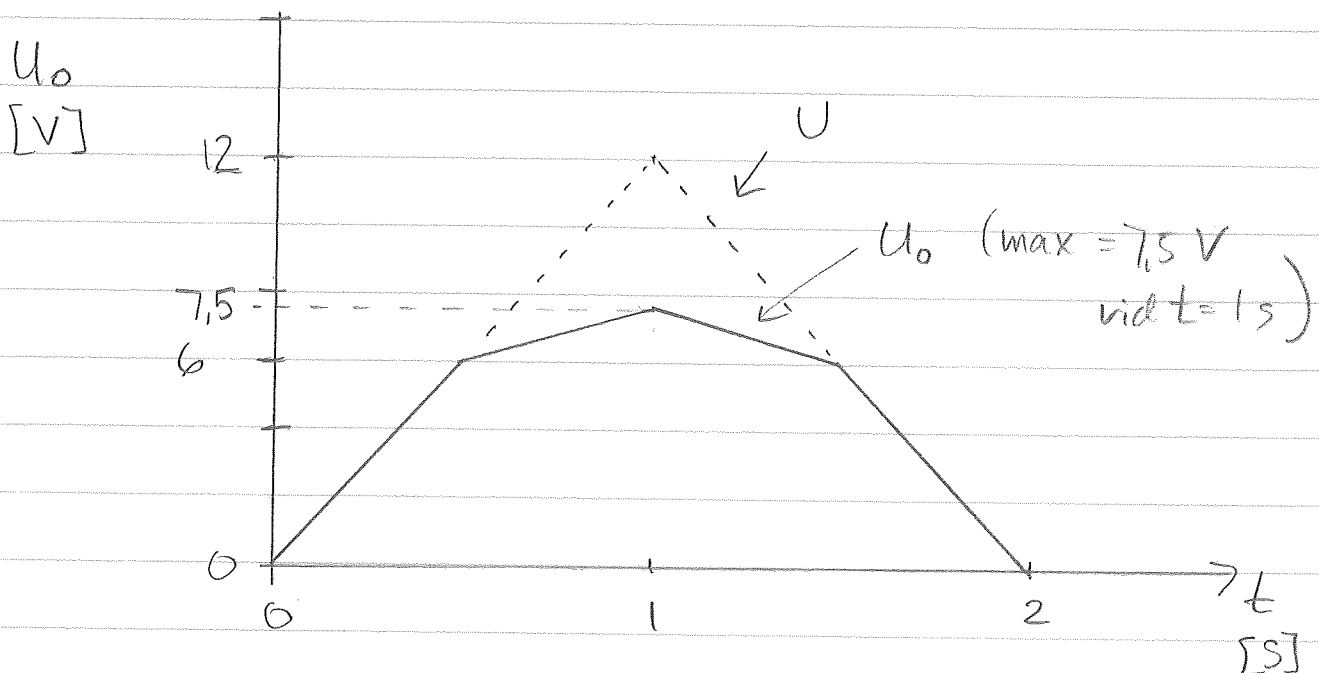
$$R_2 = 1,0 \text{ k}\Omega$$

Fall ① Diode spärrar då  $U < E$   
 $\Rightarrow i_d = 0 \quad U_o = U$

Fall ② Diode leder då  $U \geq E$   
 $\Rightarrow U_d = 0$

$$i_d = \frac{U - E}{R_1 + R_2} \Rightarrow U_o = E + i_d \cdot R_2$$

$$U_o = E + (U - E) \frac{R_2}{R_1 + R_2} = \frac{1}{R_1 + R_2} (U R_2 + E R_1)$$



4.

Laplace transf. kretsen

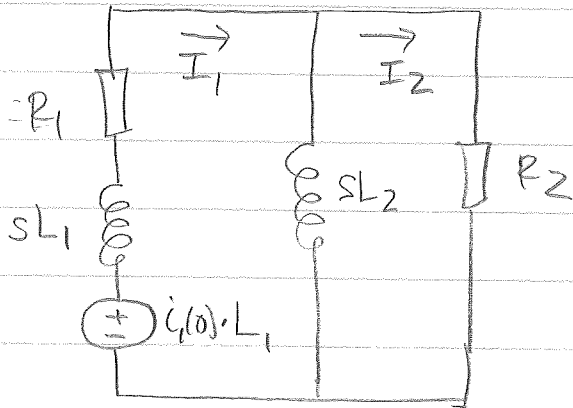
$R_1 = 1,0 \Omega$

$R_2 = 2,0 \Omega$

$L_1 = 2,0 \text{ H}$

$L_2 = 3,0 \text{ H}$

(Beg. strøm gennem  $L_1$  men ej gennem  $L_2$   
KCL ger  $i_{L_2}(0) = 0$  ty  $i_1(0) = i_2(0)$ )



$$I_1 = \frac{i_1(0) \cdot L_1}{R_1 + sL_1 + sL_2 \parallel R_2}$$

$$= \frac{i_1(0) \cdot L_1}{R_1 + sL_1 + \frac{sR_2L_2}{R_2 + sL_2}}$$

Strømdelning:  $I_2 = I_1 \cdot \frac{sL_2}{R_2 + sL_2}$

$$I_2 = \frac{i_1(0) \cdot L_1 \cdot sL_2}{(R_2 + sL_2)(R_1 + sL_1) + sR_2L_2} = \frac{11 \cdot 2 \cdot s \cdot 3}{(2 + s3)(1 + s \cdot 2) + s \cdot 2 \cdot 3}$$

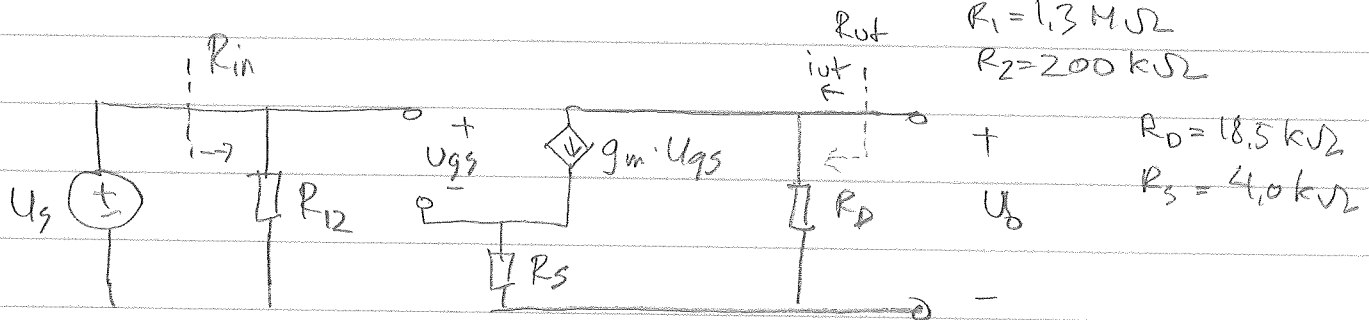
$$= \frac{11s}{(s + \frac{2}{3})(s + \frac{1}{2}) + s} = \frac{11s}{s^2 + \frac{13}{6}s + \frac{1}{3}} = \dots =$$

$$= \frac{11s}{(s+2)(s+\frac{1}{6})} = \frac{A}{s+2} + \frac{B}{s+\frac{1}{6}} = \dots = \frac{12}{s+2} - \frac{1}{s+\frac{1}{6}}$$

Invers Laplace

$$i_2(t) = \left( 12e^{-2t} - e^{-\frac{t}{6}} \right) u(t) \quad \text{A}$$

### 5. Småsignal schema



$$\begin{cases} U_o = -g_m U_{gs} R_D \\ U_s = U_{gs} + g_m U_{gs} \cdot R_S \end{cases}$$

$$R_{12} = R_1 // R_2$$

$$\frac{U_o}{U_s} = \frac{-g_m U_{gs} R_D}{U_{gs} + g_m U_{gs} \cdot R_S} = - \frac{g_m R_D}{1 + g_m R_S}$$

$$= - \frac{1,6 \cdot 18,5}{1 + 1,6 \cdot 4} = -4,99$$

#### Inresistans

$$R_{in} = R_{12} = R_1 // R_2 = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = \frac{1300 \cdot 200}{1300 + 200} = 173 \text{ k}\Omega$$

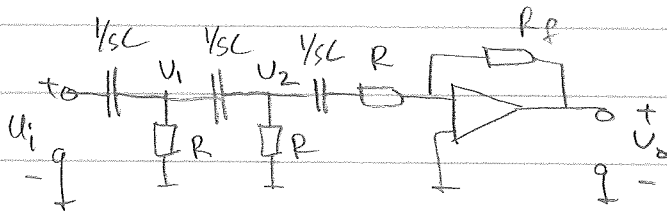
#### Utresistans

Nollställ ober. källor  $\Rightarrow U_s = 0$

$$R_{out} = \frac{U_o}{i_{out}} = R_D = 18,5 \text{ k}\Omega$$

6/ Klipp upp återkopplings slingan  
Sök slingförstärkningen  $\frac{U_o}{U_i}$

$C = 0,50 \mu\text{H}$



$f = 100 \text{ Hz}$

$$\text{KCL} \begin{cases} (u_i - u_1) sC + (u_2 - u_1) sC - \frac{u_1}{R} = 0 & (1) \\ (u_2 - u_1) sC + \frac{u_2}{R} + \frac{u_2}{R + 1/sC} = 0 & (2) \\ \frac{u_o}{R_f} + \frac{u_2}{R + 1/sC} = 0 & (3) \end{cases}$$

$$(1) \quad u_i sC + u_2 sC = u_1 \left( \frac{1}{R} + 2sC \right) = u_1 \left( \frac{1 + 2sRC}{R} \right)$$

$$(2) \quad u_1 sC = u_2 \left( sC + \frac{1}{R} + \frac{sC}{1+sRC} \right) \Rightarrow u_1 = u_2 \left( 1 + \frac{1}{sRC} + \frac{1}{1+sRC} \right)$$

$$u_1 = u_2 \left( \frac{sRC(1+sRC) + (1+sRC) + sRC}{sRC(1+sRC)} \right) = u_2 \frac{s^2 R^2 C^2 + 3sRC + 1}{sRC(1+sRC)}$$

$$(1) \quad u_i = u_1 \left( \frac{1 + 2sRC}{sRC} \right) - u_2 = u_2 \left[ \frac{(s^2 R^2 C^2 + 3sRC + 1)(1 + 2sRC)}{sRC(1+sRC)} - 1 \right]$$

$$u_i = u_2 \left[ \frac{s^2 R^2 C^2 + 3sRC + 1 + 2s^3 R^3 C^3 + 6s^2 R^2 C^2 + 2sRC - 1}{s^2 R^2 C^2 (1+sRC)} \right]$$

$$u_i = u_2 \left[ \frac{2(sRC)^3 + 7(sRC)^2 + 5sRC + 1 - (sRC)^2 - (sRC)^3}{s^2 R^2 C^2 (1+sRC)} \right]$$

$$\frac{u_o}{u_i} = \frac{s^2 R^2 C^2 (1+sRC)}{(sRC)^3 + 6(sRC)^2 + 5sRC + 1}$$

1/10b

Korb 6

$$(3): U_2 = -U_0 \frac{R + \frac{1}{sC}}{R_f} = -U_0 \frac{(1 + sRC)}{sR_f C}$$

$$\frac{U_0}{U_i} = - \frac{s^3 R_f R^2 C^3 (1 + sRC)}{(1 + sRC) ((sRC)^3 + 6(sRC)^2 + 5sRC + 1)}$$

Sinusformig svängning:  $s = j\omega$  och  $\frac{U_0}{U_i} = 1$

$$1 = - \frac{(j\omega)^3 R_f R^2 C^3}{(j\omega RC)^3 + 6(j\omega RC)^2 + 5j\omega RC + 1}$$

$$1 = \frac{j\omega^3 R_f R^2 C^3}{-j\omega^3 R^3 C^3 - 6\omega^2 R^2 C^2 + 5j\omega RC + 1}$$

$$\text{Im-del } \{HL\} = 0 \Rightarrow -6\omega^2 R^2 C^2 + 1 = 0$$

$$\Rightarrow \omega = \frac{1}{\sqrt{6} RC} = 2\pi f \Rightarrow R = \frac{1}{2\pi f \cdot \sqrt{6} \cdot C} = 1,3 \text{ k}\Omega$$

$$1 = \frac{\omega^2 R_f R^2 C^3}{-\omega^2 R^3 C^3 + 5sRC}$$

$$-RC^2 + \frac{5}{\omega^2} = R_f R C^2$$

$$R_f = \frac{5}{\omega^2 R C^2} - R$$

$$R_f = \frac{5 \cdot 6 R^2 C^2}{R C^2} - R$$

$$R_f = 30R - R = 29R$$

Svar:  $R = 1,3 \text{ k}\Omega$

$$R_f = 29R = 37,7 \text{ k}\Omega$$