Tentamen
ess116 Elektriska Nät och System, F2

Examinator: Ants R. Silberberg

12 december 2011 kl. 14.00-18.00 sal: Hörsalsvägen

Förfrågningar:	Ankn. 1808
Lösningar:	Anslås tisdagen den 13 december på institutionens anslagstavla, plan 5.
Resultat:	Rapporteras in i Ladok.
Granskning:	I början av lp 3, se kurshemsidan.
Bedömning:	En korrekt och välmotiverad lösning med ett tydligt angivet svar ger full poäng.

Hjälpmedel

- Typgodkänd miniräknare
- Beta Mathematics Handbook
- Physics Handbook
- Sammanfattning Kretselektronik (A4-häfte)

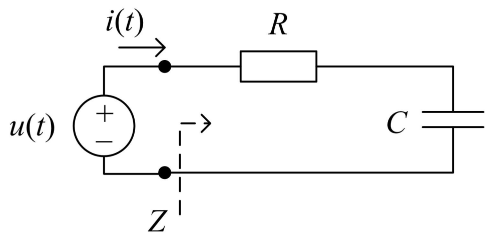
Betygsgränser (6 uppgifter om vardera 3 poäng).

Poäng	0-7.5	8-11.5	12-14.5	15-18
Betyg	U	3	4	5

Lycka till!

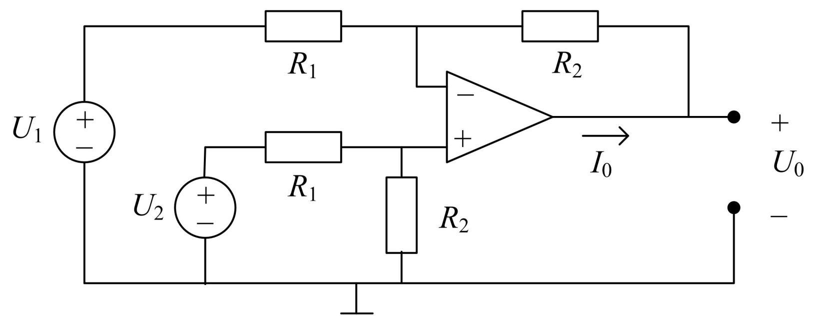
1. Betrakta växelströmskretsen i figur 1. Spänningskällan $u(t)$ driver en impedans Z som består av två seriekopplade kretselement (R och C).
   (a) Beräkna strömmen $i(t)$ ut från spänningskällan.
   (b) Beräkna den medeleffekt som upptas av impedansen Z.
   (c) Beräkna den medeleffekt som upptas av resistansen R.

   Antag sinusformat stationärtillstånd med $u(t) = 5.0\cos(10^3 t + 30°)$ V, $R = 4.0\ \Omega$ och $C = 0.5$ mF.



Figur 1: Växelströmskrets.

2. Betrakta förstärkarkretsen i figur 2. Beräkna utspänningen U_0 samt strömmen I_0 som är angivna i figuren. Antag ideal operationsförstärkare.



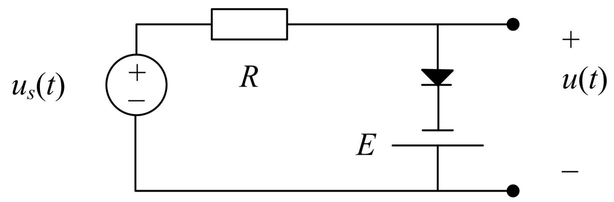
Figur 2: Operationsförstärkarkrets.

$U_1 = 0.50$ V $\qquad R_1 = 10$ kΩ

$U_2 = 0.30$ V $\qquad R_2 = 100$ kΩ

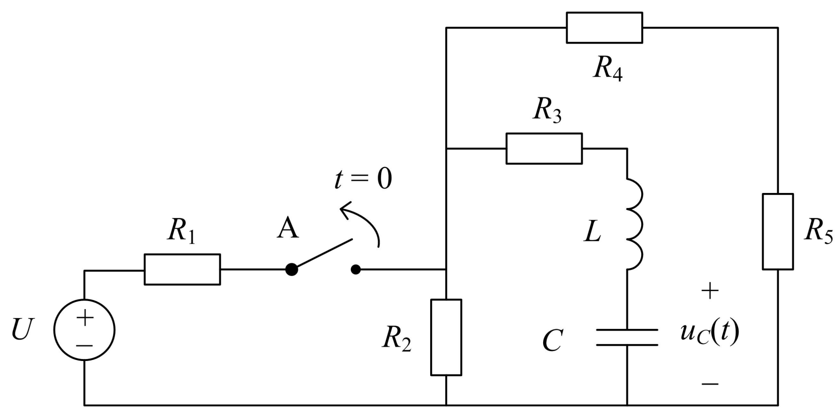
3. Beräkna och gör en skiss över spänningen $u(t)$ då spänningskällan i figur 3 avger $u_s(t) = 8.0\sin(\omega t)$ V. Antag ideal diod.

$R = 500\ \Omega \qquad \omega = 2\pi \cdot 10^3$ r/s $\qquad E = 2.0$ V



Figur 3: Diodkrets.

4. Brytaren A i kretsen i figur 4 har varit sluten under en lång tid men öppnas hastigt vid tidpunkten $t = 0$. Beräkna spänningen $u_C(t)$ för $t < 0$ och $t \geq 0$.

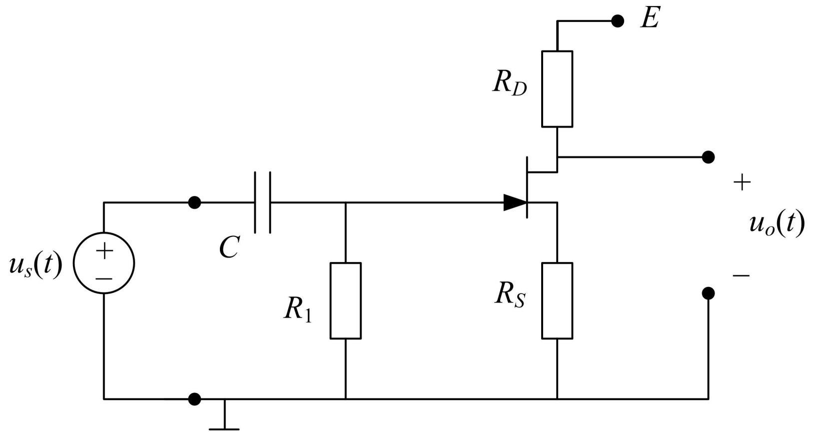


Figur 4: RLC-krets

$R_1 = 12\ \Omega \qquad R_2 = 60\ \Omega \qquad R_3 = 6.0\ \Omega \qquad R_4 = 15\ \Omega$

$U = 24$ V $\qquad C = \dfrac{1}{27}$ F $\qquad L = 3.0$ H $\qquad R_5 = 25\ \Omega$

5. Beräkna resistansen R_S så att drainströmmen I_D blir 4.2 mA i transistorförstärkaren i figur 5. Bestäm därefter spänningsförstärkningen $\frac{u_0}{u_s}$. Antag att $\frac{1}{\omega C} \approx 0$ för aktuella signalfrekvenser. Transistorn har följande parametrar: I_{DSS} = 6.6 mA, U_P = -2.2 V. Inverkan av övriga parametrar kan försummas. R_1 = 50 kΩ, R_D = 2.2 kΩ.



Figur 5: JFET förstärkare.

6. Förstärkaren F beskrivs med överföringsfunktionen

$$F(s) = \frac{F_0 \omega_H s}{(s + \omega_L)(s + \omega_H)}$$

där F_0 = 40 dB, ω_L = 100 r/s och ω_H = 10000 r/s.

Förstärkaren återkopplas rent resistivt med återkopplingsfaktorn β med β^{-1}=20 dB. Beräkna den återkopplade förstärkarens

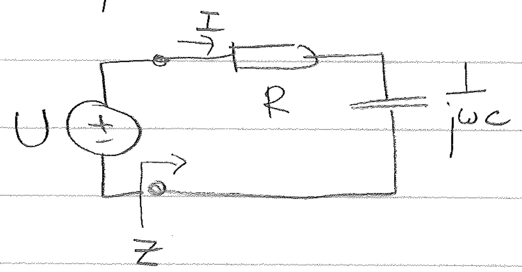
(a) maximala förstärkning,

(b) bandbredd.

Elektriska Nät och System, F2

ess 116 111212

1. $j\omega$-metoden



$u(t) = 5{,}0 \cos(\omega t + 30^\circ)$ V

$U = 5{,}0 \angle 30^\circ$

$\omega = 10^3$ r/s

$R = 4{,}0\ \Omega$

$C = 0{,}5$ mF

$\frac{1}{\omega C} = \frac{1}{10^3 \cdot 0{,}5 \cdot 10^{-3}} = 2$

$Z = R + \frac{1}{j\omega C}$

a/ $I = \frac{U}{Z} = \frac{5{,}0\angle 30^\circ}{R + \frac{1}{j\omega C}} = \frac{5\angle 30^\circ}{4 - j2} \cdot \frac{4+j2}{4+j2} =$

$= \frac{5\angle 30^\circ \cdot \sqrt{20}\angle 26{,}6^\circ}{16+4} = \frac{5 \cdot 2\sqrt{5}}{20} \angle 56{,}6^\circ =$

$= \frac{\sqrt{5}}{2}\angle 56{,}6^\circ \Rightarrow i(t) = \frac{\sqrt{5}}{2}\cos(\omega t + 56{,}6^\circ)$

b/ $S = \frac{1}{2} U I^* = P + jQ$ P = impedansens upptagna medeleffekt

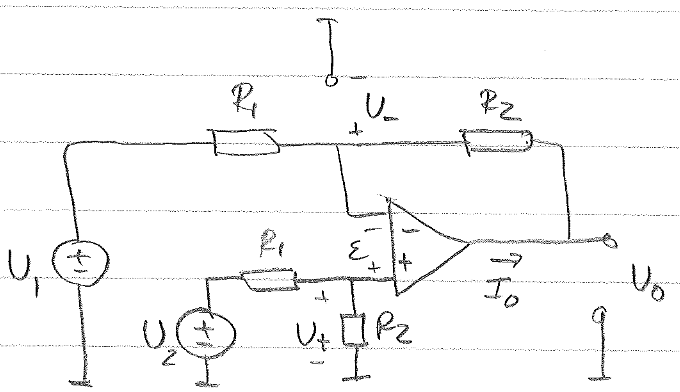
$S = \frac{1}{2} 5{,}0\angle 30^\circ \cdot \frac{\sqrt{5}}{2}\angle -56{,}6^\circ =$

$= \frac{5\sqrt{5}}{4}\angle -26{,}6 \Rightarrow P = \frac{5\sqrt{5}}{4}\cos(-26{,}6^\circ) = 2{,}5$ W

c/ $P_R = \frac{1}{2} R |I|^2 = \frac{1}{2} \cdot 4 \left(\frac{\sqrt{5}}{2}\right)^2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{4} \cdot 5 = 2{,}5$ W

$P = P_R = 2{,}5$ W (Medeleffekt i "C" = 0)

2.



$R_1 = 10\ k\Omega$
$R_2 = 100\ k\Omega$
$U_1 = 0{,}50\ V$
$U_2 = 0{,}30\ V$

Ideal op-först. } ⇒ $\varepsilon = 0$
Neg. återkoppl. } ⇒ $i_{op} = 0$

$$\begin{cases} U_+ = U_2 \dfrac{R_2}{R_1+R_2} & \text{Sp. delning} \\ U_- = U_1 \dfrac{R_2}{R_1+R_2} + U_0 \dfrac{R_1}{R_1+R_2} & \text{Sp. delning + Superpos.} \\ U_+ = U_- \quad (\varepsilon = 0) \end{cases}$$

$$U_2 \frac{R_2}{R_1+R_2} = U_1 \frac{R_2}{R_1+R_2} + U_0 \frac{R_1}{R_1+R_2}$$

$$U_2 \frac{R_2}{R_1} - U_1 \frac{R_2}{R_1} = U_0$$

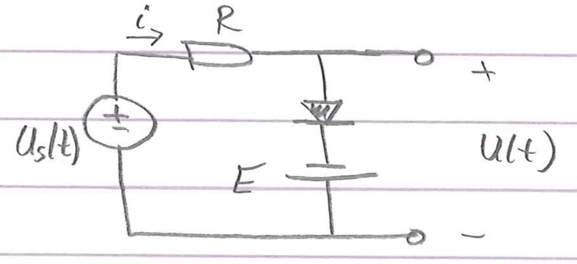
$$U_0 = \frac{R_2}{R_1}(U_2 - U_1) = \frac{100}{10}(0{,}30 - 0{,}50) = -2{,}0\ V$$

$$I_0 = \frac{U_0 - U_1}{R_1 + R_2} = \frac{-2{,}0 - 0{,}50}{110 \cdot 10^3} = -22{,}7 \cdot 10^{-6}\ A$$

Svar: $U_0 = -2{,}0\ V$
$I_0 = -22{,}7\ \mu A$

ess116
111212

3



$R = 500\,\Omega$

$E = 2{,}0\ V$

$u_s(t) = 8{,}0 \sin(\omega t)$

$\omega = 2\pi \cdot 10^3$ r/s

$T = \frac{2\pi}{\omega} = 10^{-3}$ s

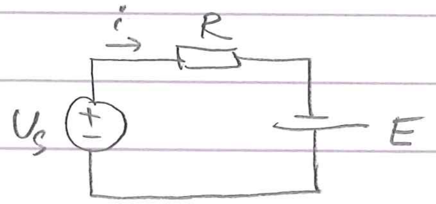
Två möjligheter

i) Diod leder $\Rightarrow$ $u(t) = -E$

ii) Diod spärrar $\Rightarrow$ $u(t) = u_s(t)$ ty $i=0$ och $iR=0$

När leder dioden? (När är strömmen $i > 0$)

Krets utan (kortsluten) diod



KVL: $-u_s + iR - E = 0$

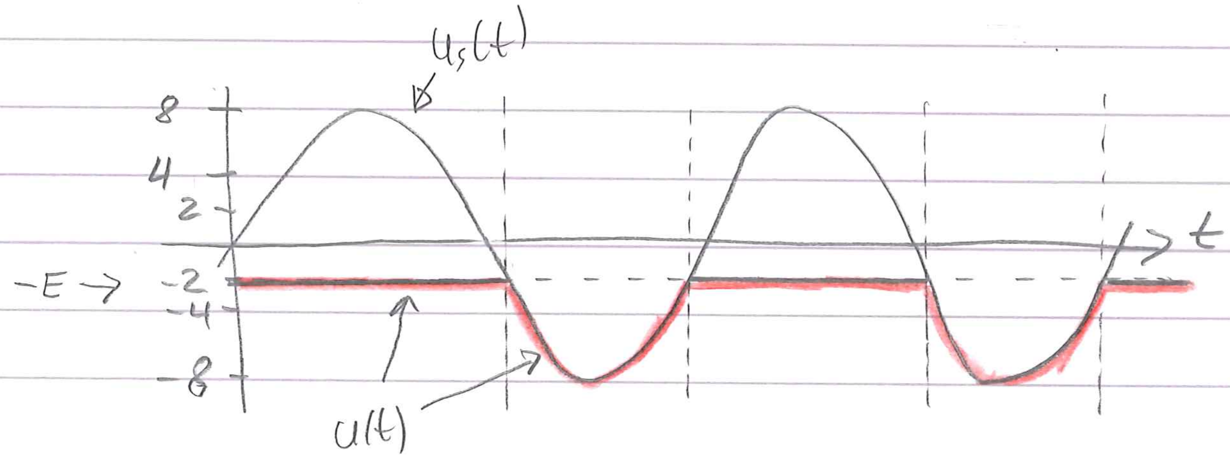
$iR = E + u_s$

$i = \frac{E + u_s}{R} > 0$

för $u_s > -E$

i) Diod leder, $u_s > -E = -2{,}0\ V$, $i > 0$ $\Rightarrow$ $u(t) = -E$

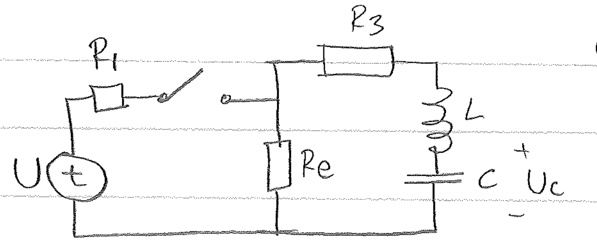
ii) Diod spärrar, $u_s < -E = -2{,}0\ V$ $i = 0$ $\rightarrow$ $u(t) = u_s(t)$



ess116
111212

4. Rita om kretsen

$$R_e = R_2 // (R_4 + R_5) = \frac{60(15+25)}{60+15+25} = 24\,\Omega$$

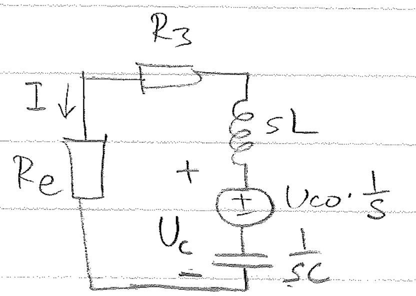


$t < 0$, ingen ström genom C

$$U_{C0} = U \cdot \frac{R_e}{R_e + R_1} = 24 \cdot \frac{24}{24+12} = 16\,V$$

(beg. spänning över C)

$t \geq 0$



$$I = \frac{U_{C0} \cdot \frac{1}{s}}{R_3 + R_e + sL + \frac{1}{sC}} \quad ; \quad U_C = U_{C0} \cdot \frac{1}{s} - I \cdot \frac{1}{sC}$$

$$U_C = \frac{16}{s} - \frac{16}{s} \cdot \frac{1}{30 + s3 + \frac{27}{s}} \cdot \frac{27}{s} =$$

$$= \frac{16}{s} - \frac{16 \cdot 27}{s(s^2 \cdot 3 + 30s + 27)} = \frac{16}{s} - \frac{16 \cdot 9}{s(s^2 + 10s + 9)} =$$

$$= \frac{16}{s} - \frac{16 \cdot 9}{s(s+1)(s+9)} = \{P.B.U\} = \frac{16}{s} - \left(\frac{16}{s} - \frac{18}{s+1} + \frac{2}{s+9}\right)$$

$$U_C(s) = \frac{18}{s+1} - \frac{2}{s+9}$$

Inv. Laplace $u_c(t) = 18e^{-t} - 2e^{-9t}\ V, \quad t \geq 0$

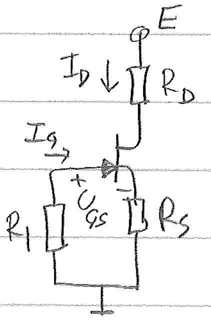
$u_c(t) = 16\ V, \quad t < 0$

ess116

111212

DC-analys

5.



$I_G = 0$

$U_{GS} + I_D \cdot R_S = 0$

$$I_D = -\frac{U_{GS}}{R_S}$$

$I_{DSS} = 6{,}6$ mA

$U_p = -2{,}2$ V

$R_D = 2{,}2$ kΩ

$$I_D = I_{DSS}\left(1 - \frac{U_{GS}}{U_p}\right)^2 = 4{,}2 \text{ mA}$$

$$1 - \frac{U_{GS}}{U_p} = \pm\sqrt{\frac{I_D}{I_{DSS}}} \quad ; \quad 1 \pm \sqrt{\frac{I_D}{I_{DSS}}} = \frac{U_{GS}}{U_p}$$

$$U_{GS} = U_p\left(1 \pm \sqrt{\frac{I_D}{I_{DSS}}}\right) = -2{,}2\left(1 \pm \sqrt{\frac{4{,}2}{6{,}6}}\right) = \begin{cases} -4 \text{ V} < U_p & \text{Ej} \\ -0{,}445 \text{ V} & \text{OK} \end{cases}$$

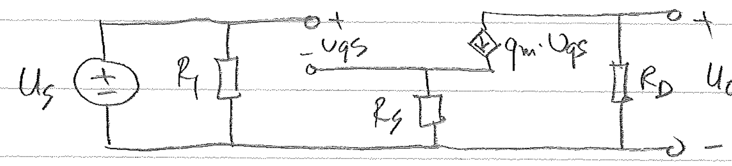
$$R_S = -\frac{U_{GS}}{I_D} = \frac{0{,}445}{4{,}2 \cdot 10^{-3}} = 106 \ \Omega$$

Förstärkning

$$g_m = \frac{\partial I_D}{\partial U_{GS}} = -\frac{2 \cdot I_{DSS}}{U_p}\left(1 - \frac{U_{GS}}{U_p}\right) = \frac{2 \cdot 6{,}6}{2{,}2}\left(1 - \frac{0{,}445}{2{,}2}\right) =$$

$$= 4{,}79 \text{ mA/V}$$

Småsignalschema



$$\left.\begin{aligned} u_o &= -g_m u_{gs} \cdot R_D \\ u_s &= u_{gs} + g_m u_{gs} \cdot R_s \end{aligned}\right\} \quad \frac{u_o}{u_s} = -\frac{g_m \cdot R_D}{1 + g_m R_s} = -\frac{4{,}79 \cdot 2{,}2}{1 + 4{,}79 \cdot 0{,}106} =$$

$$= -7{,}0$$

Svar: $R_S = 106 \ \Omega$

$$\frac{u_o}{u_s} = -7{,}0 \text{ ggr}$$

ess116
111212

6. $$F(s) = \frac{F_0 \omega_H s}{(s+\omega_L)(s+\omega_H)} = \frac{F_0 \omega_H s}{s^2 + s(\omega_L+\omega_H) + \omega_L\omega_H}$$

Bandpass förstärkare

$$F_f = \frac{F}{1+\beta F} = \frac{1}{\frac{1}{F}+\beta} = \frac{1}{\frac{s^2+s(\omega_L+\omega_H)+\omega_L\omega_H}{F_0\omega_H s} + \beta} =$$

$$= \frac{F_0\omega_H s}{s^2 + s(\omega_L+\omega_H) + \beta F_0 \omega_H s + \omega_L\omega_H} =$$

$$= \frac{F_0\omega_H s}{s^2 + s(\omega_L+\omega_H+\beta F_0\omega_H) + \omega_L\omega_H} =$$

$$= \frac{F_0\omega_H s}{s^2 + s(\omega_L + \omega_H(1+\beta F_0)) + \omega_L\omega_H}$$

Allmänt för en bandpass först $H(s) = \frac{A s}{s^2 + Bs + \omega_0^2}$

Bandbredd $B = \omega_L + \omega_H(1+\beta F_0)$

$\beta = -20\text{dB} \hat{=} 0{,}1$ ggr
$F_0 = 40\text{dB} \hat{=} 100$ ggr

$B = 100 + 10 \cdot 10^3(1+0{,}1\cdot 100) =$
$= 110 \cdot 10^3$ r/s $(\approx \omega_H(1+\beta F_0))$

Max Förstr. $\frac{A}{B} = \frac{F_0\cdot\omega_H}{\omega_L+\omega_H(1+\beta F_0)} \approx \frac{F_0}{1+\beta F_0} = \frac{100}{1+0{,}1\cdot 100} = 9{,}09$

vilket motsvarar 19,2 dB $\left(\approx \frac{1}{\beta}\right)$