

# Tentamen

## ess115 Elektriska Nät och System, F2

Examinator: Ants R. Silberberg

23 augusti 2011 kl. 08.30-12.30 sal: M

Förfrågningar: Ankn. 1808  
Lösningar: Anslås onsdagen den 24 aug på institutionens anslagstavla, plan 5.  
Resultat: Rapporteras in i Ladok.  
Granskning: Torsdag 8 sept kl. 12.00 - 13.00 , rum 3315 (Lunne-  
rummet)  
Bedömning: En korrekt och välmotiverad lösning med ett tydligt an-  
givet svar ger full poäng.

Hjälpmedel

- Typgodkänd miniräknare
- Beta Mathematics Handbook
- Physics Handbook
- Sammanfattning Kretselektronik (A4-häfte)

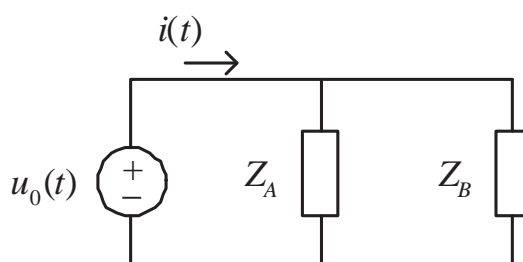
Betygsgränser (6 uppgifter om vardera 3 poäng).

<i>Poäng</i>	0-7.5	8-11.5	12-14.5	15-18
<i>Betyg</i>	U	3	4	5

Lycka till!

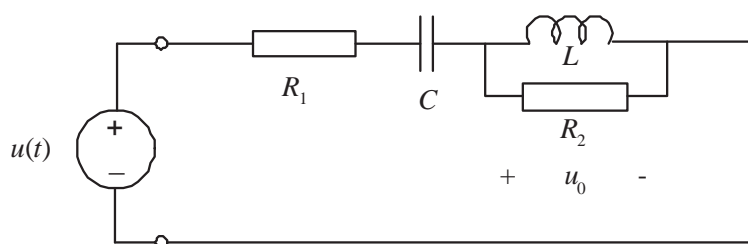
- Betrakta växelströmskretsen i figur 1. Den består av en drivande spänningskälla och två parallellkopplade impedanser ( $Z_A$  och  $Z_B$ ). Impedansen  $Z_A$  mottager den komplexa effekten  $S_A = 9.216 + j6.912$  VA. Dessutom är den andra impedansen känd,  $Z_B = 42.426 \angle 45^\circ \Omega$ .
  - Beräkna strömmen  $i(t)$  ut från spänningskällan.
  - Beräkna den ekvivalenta impedans som spänningskällan ser som sin last, alltså  $Z_A$  parallellkopplad med  $Z_B$ .

Antag sinusformat stationärtillstånd med  $u_0(t) = 24 \cos(5t + 30^\circ)$  V.



Figur 1: Växelströmskrets med två impedanser.

- Betrakta växelströmskretsen i figur 2 och beräkna spänningen  $u_0(t)$  över induktansen. Antag att stationärtillstånd råder.



Figur 2: Växelströmskrets.

$$\begin{array}{lll}
 C = 200 \mu\text{F} & R_1 = 5.0 \Omega & \\
 L = 50 \text{ mH} & R_2 = 50 \Omega & u(t) = 10 \cos(500t) \text{ V}
 \end{array}$$

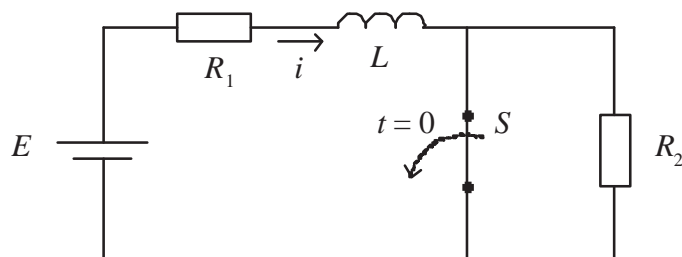
3. Brytaren  $S$  i kretsen i figur 3 har varit sluten under en lång tid. Vid tidpunkten  $t = 0$  öppnas brytaren hastigt. Beräkna strömmen  $i(t)$  strax innan samt efter det att brytaren  $S$  öppnas.

$$R_1 = 5.0 \, \Omega$$

$$L = 0.50 \, \text{H}$$

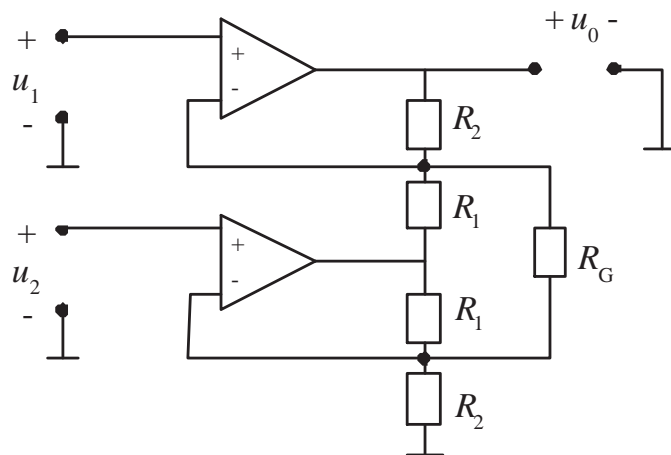
$$R_2 = 7.0 \, \Omega$$

$$E = 60 \, \text{V}$$



Figur 3: Elektrisk krets.

4. Beräkna utspänningen  $u_0$  som funktion av inspänningarna  $u_1$  och  $u_2$ . Antag ideala operationsförstärkare.



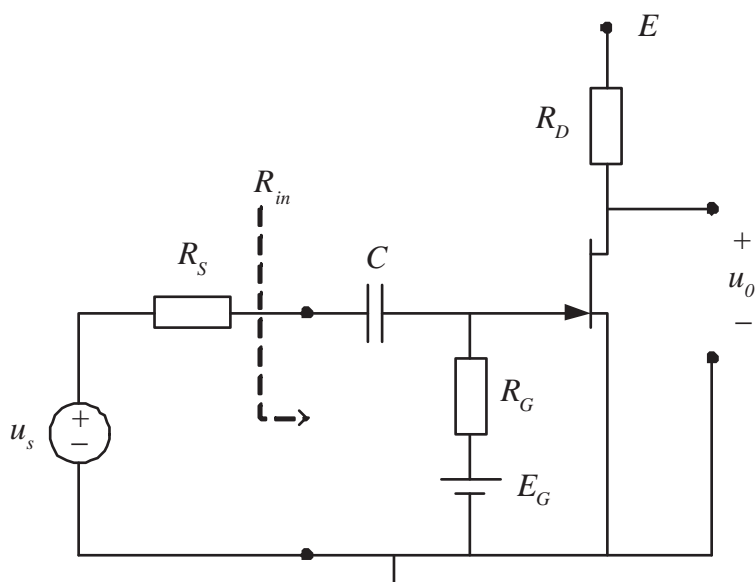
Figur 4: OP-förstärkarkrets.

5. Beräkna spänningsförstärkningen  $\frac{u_o}{u_s}$  hos förstärkaren i figur 5. Beräkna även förstärkarens inresistans  $R_{in}$  som den är angiven i figuren. Reaktansen från kapacitansen,  $X_C = \frac{1}{\omega C}$ , kan försummas vid aktuella signalfrekvenser.

$$\begin{aligned} R_S &= 10 \text{ k}\Omega & R_D &= 2.0 \text{ k}\Omega & R_G &= 100 \text{ k}\Omega \\ E &= 15.0 \text{ V} & E_G &= -1.0 \text{ V} \end{aligned}$$

För transistorn gäller

$$I_{DSS} = 5.0 \text{ mA} \qquad U_P = -3.0 \text{ V}$$

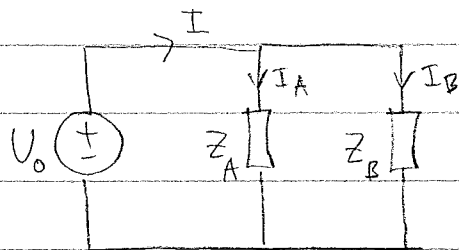


Figur 5: JFET förstärkare.

6. Tre lika förstärkare,  $A(j\omega)$ , kaskadkopplas. Den kaskadkopplade förstärkaren återkopplas negativt med återkopplingsfaktorn  $\beta$  där  $\beta$  är reell. Den återkopplade förstärkarens slingförstärkning blir då  $T(j\omega) = -\beta A^3(j\omega)$ . Beräkna  $\beta$  så att en amplitudmarginal på 12.04 dB erhålls.

$$A(j\omega) = \frac{1}{1 + j\omega}$$

① jw-transformera kretsen



$$S_A = 9,216 + j6,912 \text{ VA}$$

$$Z_B = 42,426 / 45^\circ \Omega$$

$$U_0 = 24 / 30^\circ$$

$$S_A = \frac{1}{2} U_0 I_A^* \Rightarrow I_A^* = \frac{2 S_A}{U_0} \Rightarrow I_A = \left( \frac{2 S_A}{U_0} \right)^*$$

$$S_A = 9,216 + j6,912 = 11,52 / 36,87^\circ$$

$$I_A = 2 \left( \frac{11,52 / 36,87^\circ}{24 / 30^\circ} \right)^* = 2 \left( 0,48 / 6,87^\circ \right)^* = 0,96 / -6,87^\circ$$

$$Z_A = \frac{U_0}{I_A} = \frac{24 / 30^\circ}{0,96 / -6,87^\circ} = 25 / 36,87^\circ \Omega$$

$$I_B = \frac{U_0}{Z_B} = \frac{24 / 30^\circ}{42,426 / 45^\circ} = 0,56 / -15^\circ$$

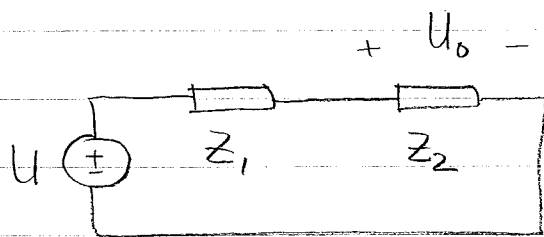
$$\begin{aligned} I &= I_A + I_B = 0,96 / -6,87^\circ + 0,56 / -15^\circ = \\ &= 0,95 - j0,11 + 0,54 - j0,14 = 1,49 - j0,25 = \\ &= 1,51 / -9,52^\circ \end{aligned}$$

$$Z_{ekv} = \frac{U_0}{I} = \frac{24 / 30^\circ}{1,51 / -9,52^\circ} = 15,9 / 39,52^\circ = 12,2 + j10,1 \Omega$$

Svar:  $i(t) = 1,51 \cos(5t - 9,5^\circ) \text{ A}$

$$Z_{ekv} = 15,9 / 39,5^\circ \Omega$$

2.  $j\omega$ -transformera



$$\omega = 500$$

$$U = 10$$

$$Z_1 = R_1 + \frac{1}{j\omega C} = \frac{1 + j\omega R_1 C}{j\omega C}$$

$$Z_2 = j\omega L \parallel R_2 = \frac{j\omega L R_2}{j\omega L + R_2}$$

$$U_o = U \frac{Z_2}{Z_1 + Z_2} = U \frac{1}{\frac{Z_1}{Z_2} + 1}$$

$$\frac{Z_1}{Z_2} = \frac{1 + j\omega R_1 C}{j\omega C} \cdot \frac{j\omega L + R_2}{j\omega L R_2} = \frac{j\omega L + R_2 - \omega^2 L R_1 C + j\omega R_1 R_2 C}{-\omega^2 L R_2 C}$$

$$= - \frac{R_2 - \omega^2 L R_1 C + j\omega(L + R_1 R_2 C)}{\omega^2 L R_2 C}$$

$$U_o = U \cdot \frac{-\omega^2 L R_2 C}{R_2 - \omega^2 L R_1 C + j\omega(L + R_1 R_2 C) - \omega^2 L R_2 C} =$$

$$= \frac{U \omega^2 L R_2 C}{\omega^2 L C (R_1 + R_2) - R_2 - j\omega(L + R_1 R_2 C)} = \dots = \frac{1250}{87.5 - j50}$$

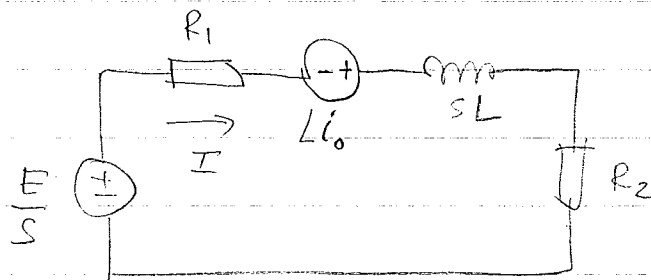
$$U_o = \frac{1250}{100.78 \angle -29.7^\circ} = 12.4 \angle +29.7^\circ$$

Svar:  $U_o(t) = 12.4 \cos(500t + 29.7^\circ) \text{ V}$

3

$t < 0$  Begynnelseström i induktansen  $i_0 = \frac{E}{R_1} = \frac{60}{5} = 12 \text{ A}$

$t \geq 0$



$$L = 0,50 \text{ H}$$

$$R_1 = 5,0 \Omega$$

$$R_2 = 7,0 \Omega$$

$$E = 60 \text{ V}$$

$$\text{KVL: } -\frac{E}{s} + R_1 I - Li_0 + sL I + R_2 I = 0$$

$$I = \frac{\frac{E}{s} + Li_0}{R_1 + R_2 + sL} = \frac{E}{s(R_1 + R_2 + sL)} + \frac{Li_0}{R_1 + R_2 + sL}$$

$$I = \frac{60}{s(12 + 0,5s)} + \frac{0,50 \cdot 12}{12 + 0,5s} = \frac{60}{s(24 + s)} + \frac{12}{24 + s}$$

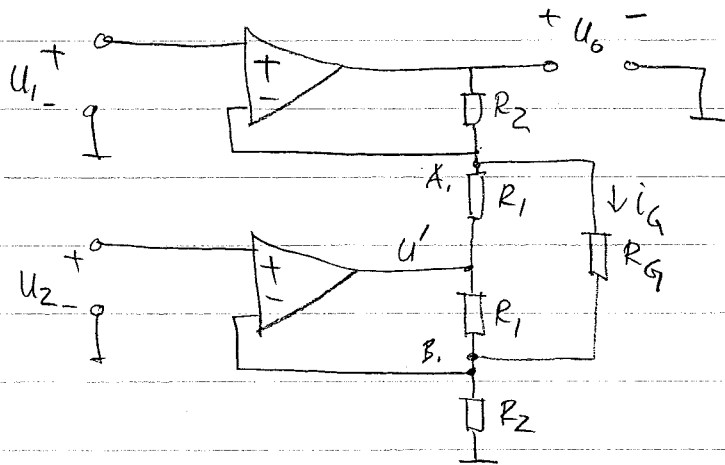
$$\frac{120}{s(24 + s)} = \frac{A}{s} + \frac{B}{24 + s} \Rightarrow \begin{matrix} A = 5 \\ B = -5 \end{matrix}$$

$$I(s) = \frac{5}{s} - \frac{5}{24 + s} + \frac{12}{24 + s} = \frac{5}{s} + \frac{7}{24 + s}$$

Inv. transf.

$$i(t) = \left[ 5 + 7e^{-24t} \right] \cdot u(t)$$

4,



Ideala Op-först. }  $\epsilon = 0$   
Neg. återk.  
 $i_{op} = 0$

$$\text{KCL}_A: \begin{cases} \frac{u_0 - u_1}{R_2} + \frac{u' - u_1}{R_1} + \frac{u_2 - u_1}{R_G} = 0 & (1) \end{cases}$$

$$\text{KCL}_B: \begin{cases} \frac{u_2}{R_2} + \frac{u_2 - u_1}{R_G} + \frac{u_2 - u'}{R_1} = 0 & (2) \end{cases}$$

$$(1): \frac{u_0}{R_2} - u_1 \left( \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_G} \right) + \frac{u_2}{R_G} = - \frac{u'}{R_1}$$

$$(2): - \frac{u'}{R_1} = \frac{u_1}{R_G} - u_2 \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_G} \right)$$

$$\frac{u_0}{R_2} = u_1 \left( \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_G} \right) - \frac{u_2}{R_G} + \frac{u_1}{R_G} - u_2 \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_G} \right) =$$

$$= u_1 \left[ \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{2}{R_G} \right] - u_2 \left[ \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{2}{R_G} \right]$$

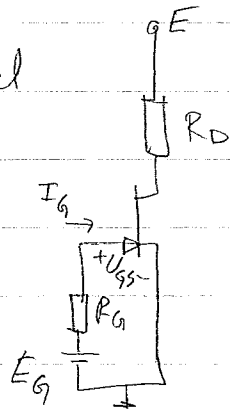
$$\underline{\underline{\text{Svar:}}} \quad u_0 = (u_1 - u_2) \left[ 1 + \frac{R_2}{R_1} + \frac{2R_2}{R_G} \right]$$



5

ess115  
110823

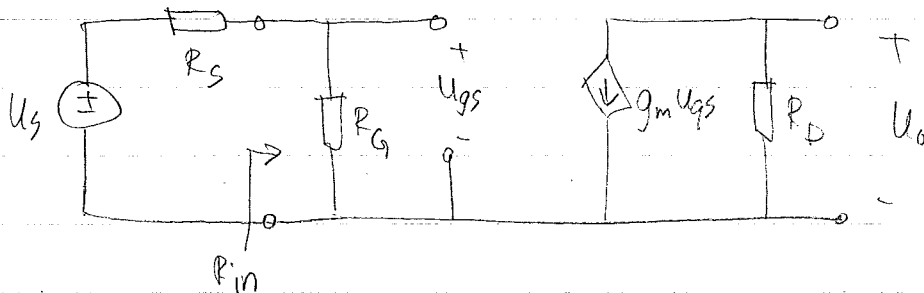
Storsignal



$$I_G = 0$$

$$U_{GS} = E_G = -1 \text{ V}$$

Småsignal



$$\begin{cases} U_{gs} = U_s \frac{R_G}{R_s + R_G} \Rightarrow U_s = U_{gs} \frac{R_s + R_G}{R_G} \\ U_o = -g_m U_{gs} R_D \end{cases}$$

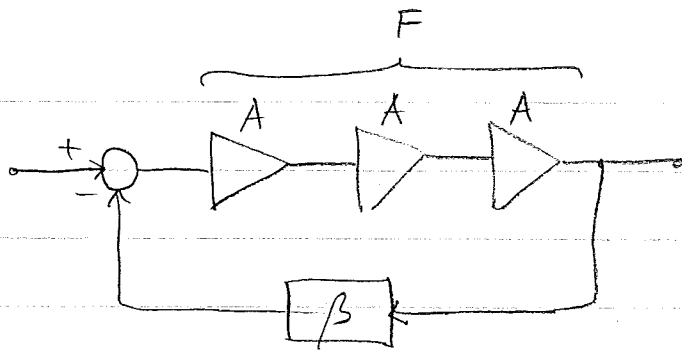
$$\frac{U_o}{U_s} = - \frac{R_G}{R_s + R_G} \cdot g_m R_D$$

$$\begin{aligned} g_m &= \frac{\partial I_D}{\partial U_{GS}} = \frac{\partial}{\partial U_{GS}} \left( I_{DSS} \left( 1 - \frac{U_{GS}}{U_P} \right)^2 \right) = - \frac{2 I_{DSS}}{U_P} \left( 1 - \frac{U_{GS}}{U_P} \right) = \\ &= - \frac{2 \cdot 5 \cdot 10^{-3}}{-3} \left( 1 - \frac{1}{3} \right) = \frac{10}{3} \cdot \frac{2}{3} \cdot 10^{-3} = \frac{20}{9} \cdot 10^{-3} \end{aligned}$$

$$\frac{U_o}{U_s} = - \frac{100}{10+100} \cdot \frac{20}{9} \cdot 2 = -4.0$$

$$R_{in} = R_G$$

6.



$$A(j\omega) = \frac{1}{1+j\omega}$$

$$\frac{U_{ut}}{U_{in}} = \frac{F}{1+\beta F} = \frac{A^3(j\omega)}{1+\beta A^3(j\omega)}$$

Slingförst,  $T(j\omega) = -\beta A^3(j\omega)$

$$\beta F(j\omega) = \beta A^3(j\omega) = \frac{\beta}{(1+j\omega)^3}$$

Amplitudmargin:  $G_M = -20 \log |\beta F|_{\omega=\omega_G}$

där  $\omega_G$  är den vinkel frekv. där  $\angle \beta F = -180^\circ$

$$\angle \beta A^3 = -3 \cdot \arctan\left(\frac{\omega}{1}\right) = -180^\circ \text{ för } \beta > 0$$

$$\arctan \omega = 60^\circ \Rightarrow \omega = \sqrt{3} \text{ s/s} = \omega_G$$

$$G_M = 12,04 \text{ dB} \hat{=} |\beta F| = 10^{\frac{-12,04}{20}} = 0,25$$

$$\omega = \omega_G; |\beta F| = \frac{\beta}{(\sqrt{1+(\sqrt{3})^2})^3} = \frac{1}{4}$$

$$\beta = \frac{1}{4} \cdot (\sqrt{4})^3 = \frac{2^3}{4} = 2$$

Svar:  $\beta = 2$