Tentamen
ess115 Elektriska Nät och System, F2

Examinator: Ants R. Silberberg

26 augusti 2009 kl. 08.30-12.30 sal V

Förfrågningar:	Ants Silberberg, tel. 1808
Lösningar:	Anslås torsdag 26 april på institutionens anslagstavla, plan 5.
Resultat:	Rapporteras in i Ladok (anonyma tentor)
Granskning:	Onsdag 9 sept. kl. 12.00 - 13.30 , rum 5430.
Bedömning:	En korrekt och välmotiverad lösning med ett tydligt angivet svar ger full poäng.

Hjälpmedel

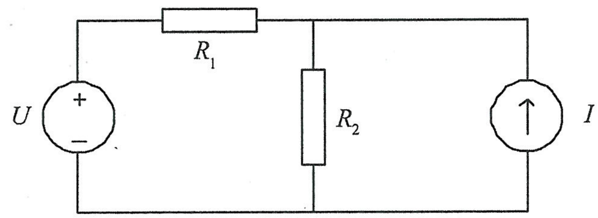
- Typgodkänd miniräknare
- Beta Mathematics Handbook
- Physics Handbook
- Sammanfattning Kretselektronik (A4-häfte)

Betygsgränser (6 uppgifter om vardera 3 poäng).

Poäng	0-7.5	8-11.5	12-14.5	15-18
Betyg	U	3	4	5

Lycka till!

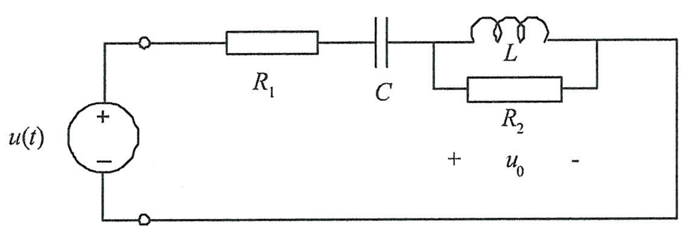
1. Betrakta likströmsnätet i figur 1. Beräkna effektutvecklingen i resistans R_2.



Figur 1: Likströmsnät.

$$R_1 = 25\ k\Omega \qquad U = 15\ \mathrm{V}$$
$$R_2 = 50\ k\Omega \qquad I = 3\ \mathrm{mA}$$

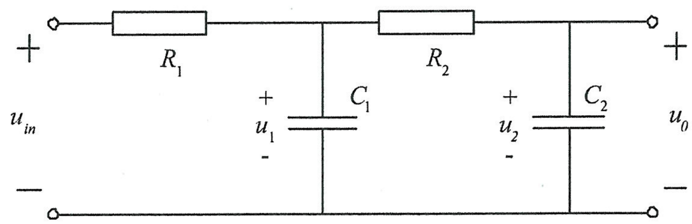
2. Beräkna spänningen u_0 över induktansen i nätet som beskrivs av figur 2. Antag att stationärtillstånd råder.



Figur 2: Växelströmsnät.

$$C = 200\ \mu F \qquad R_1 = 5\ \Omega$$
$$L = 50\ mH \qquad R_2 = 50\ \Omega \qquad u(t) = 10\cos(500t)\ \mathrm{V}$$

3. Beräkna utspänningen $u_0(t)$ för $t \geq 0$ då insignalen $u_{in}(t) = 10\Theta(t)$ V. Begynnelsespänningen (vid $t = 0$) över kapacitanserna C_1 och C_2 är noll.



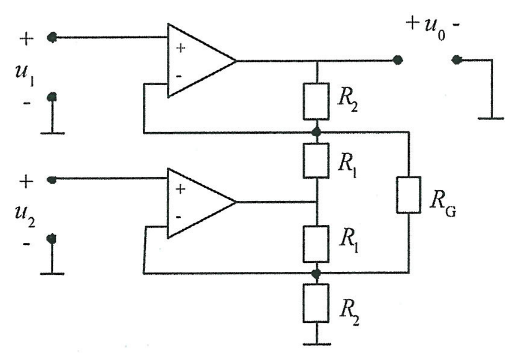
Figur 3: RC-nät.

$R_1 = 1.0\ M\Omega$ $\qquad$ $C_1 = 2.0\ \mu F$

$R_2 = 2.0\ M\Omega$ $\qquad$ $C_2 = 1.0\ \mu F$

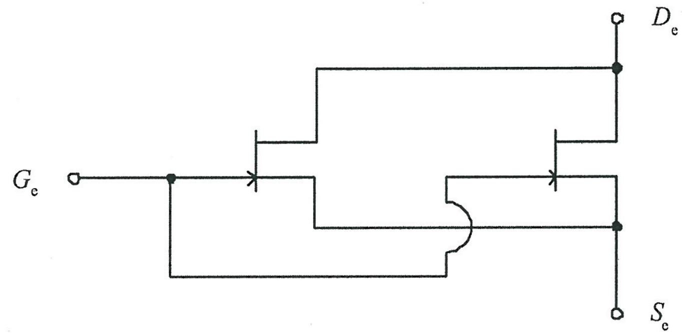
$\Theta(t) =$ enhetsteget

4. Beräkna utspänningen u_0 som funktion av inspänningarna u_1 och u_2. Antag ideala operationsförstärkare.



Figur 4: OP-förstärkarkrets.

5. Två identiska fälteffetkttransistorer är sammankopplade enligt figur 5. Var och en av dessa transistorer har parametrarna g_m, I_{DSS} och U_P. Betrakta kopplingen som en ekvivalent transistor med *drain* D_e, *source* S_e och *gate* G_e. Beräkna den ekvivalenta transistorns parametrar g_{me}, I_{DSSe} och U_{Pe}.



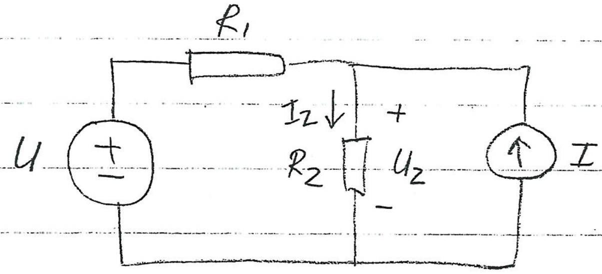
Figur 5: JFET-koppling.

6. Tre lika förstärkare, $A(j\omega)$, kaskadkopplas. Den kaskadkopplade förstärkaren återkopplas negativt med återkopplingsfaktorn β där β är reell. Den återkopplade förstärkarens slingförstärkning blir då $T(j\omega) = -\beta A^3(j\omega)$. Beräkna β så att en amplitudmarginal på 12.04 dB erhålls.

$$A(j\omega) = \frac{1}{1 + j\omega}$$

ess 115, Elektriska Nät och System
090826

1,



Beräkna U_2.

Använd tex superposition.

I: Låt $I = 0$ ("Avbrott")

$$U_{21} = U \frac{R_2}{R_1 + R_2} \quad \text{Sp. delning}$$

II: Låt $U = 0$ ("Kortslutning")

$$I_2' = I \frac{R_1}{R_1 + R_2} \quad \text{Strömdelning}$$

och $U_{22} = R_2 I_2' = I \dfrac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$

Summera bidragen.

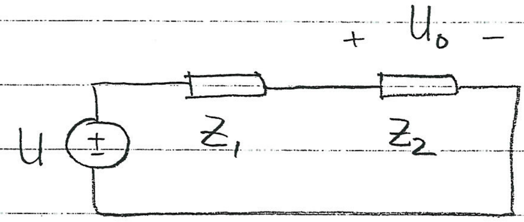
$$U_2 = U_{21} + U_{22} = 15 \cdot \frac{50}{25+50} + 3 \cdot \frac{25 \cdot 50}{25+50} = 10 + 50 = 60\,V$$

$$P_{R_2} = U_2 I_2 = \frac{U_2^2}{R_2} = \frac{60^2}{50 \cdot 10^3} = 0{,}072$$

Svar: 72 mW

ess 115
090826

2. $j\omega$-transformera



$\omega = 500$

$U = 10$

$Z_1 = R_1 + \frac{1}{j\omega C} = \frac{1 + j\omega R_1 C}{j\omega C}$

$Z_2 = j\omega L \,//\, R_2 =$

$= \frac{j\omega L\, R_2}{j\omega L + R_2}$

$$U_0 = U \frac{Z_2}{Z_1 + Z_2} = U \cdot \frac{1}{\frac{Z_1}{Z_2} + 1}$$

$$\frac{Z_1}{Z_2} = \frac{1 + j\omega R_1 C}{j\omega C} \cdot \frac{j\omega L + R_2}{j\omega L\, R_2} = \frac{j\omega L + R_2 - \omega^2 L R_1 C + j\omega R_1 R_2 C}{-\omega^2 L R_2 C} =$$

$$= - \frac{R_2 - \omega^2 L R_1 C + j\omega (L + R_1 R_2 C)}{\omega^2 L R_2 C}$$

$$U_0 = U \cdot \frac{-\omega^2 L R_2 C}{R_2 - \omega^2 L R_1 C + j\omega(L + R_1 R_2 C) - \omega^2 L R_2 C} =$$

$$= \frac{U \;\; \omega^2 L R_2 C}{\omega^2 L C (R_1 + R_2) - R_2 - j\omega(L + R_1 R_2 C)} = \;\ldots\; = \frac{1250}{87{,}5 - j50}$$

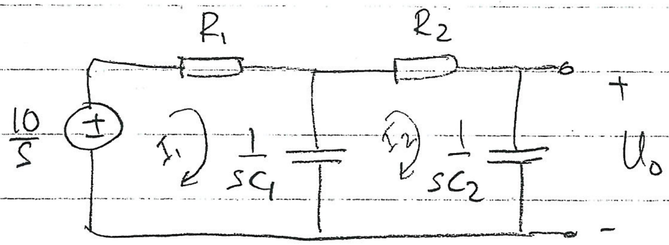
$$U_0 = \frac{1250}{100.78 \angle -29{,}7^\circ} = 12{,}4 \angle +29{,}7^\circ$$

Svar: $u_0(t) = 12{,}4 \cos(500t + 29.7^\circ)$ V

ess115
090826

Laplacetransformera

3.



Beräkna I_2, Maskanalys

$$\begin{bmatrix} R_1 + \frac{1}{sC_1} & -\frac{1}{sC_1} \\ -\frac{1}{sC_1} & R_2 + \frac{1}{sC_1} + \frac{1}{sC_2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{10}{s} \\ 0 \end{bmatrix}$$

Cramers regel

$$I_2 = \frac{\begin{vmatrix} R_1 + \frac{1}{sC_1} & \frac{10}{s} \\ -\frac{1}{sC_2} & 0 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} R_1 + \frac{1}{sC_1} & -\frac{1}{sC_1} \\ -\frac{1}{sC_1} & R_2 + \frac{1}{sC_1} + \frac{1}{sC_2} \end{vmatrix}} = \frac{\frac{10}{s^2 C_1}}{\left(R_1 + \frac{1}{sC_1}\right)\left(R_2 + \frac{1}{sC_1} + \frac{1}{sC_2}\right) - \frac{1}{s^2 C_1^2}} =$$

$$= \frac{\frac{10}{s^2 C_1}}{R_1 R_2 + \frac{R_1}{sC_1} + \frac{R_1}{sC_2} + \frac{R_2}{sC_1} + \cancel{\frac{1}{s^2 C_1^2}} + \frac{1}{s^2 C_1 C_2} - \cancel{\frac{1}{s^2 C_1^2}}} =$$

$$= \frac{C_2 \cdot 10}{1 + s(R_1 C_2 + R_1 C_1 + R_2 C_2) + s^2 R_1 R_2 C_1 C_2} =$$

ess115
090826

/forts 3

$$= \{ \text{numeriska värden} \} =$$

$$= \frac{C_2 \cdot 10}{1 + s(1+2+2) + s^2(4)} =$$

$$= \frac{C_2 \; {}^{10}/_{4}}{s^2 + s\frac{5}{4} + \frac{1}{4}} = \left\{ \begin{array}{l} \text{Rötter: } s_{1,2} = -\frac{5}{8} \pm \sqrt{\frac{25}{64} - \frac{16}{64}} \\ s_{1,2} = \frac{-5 \pm 3}{8} = \begin{cases} -1 \\ -0{,}25 \end{cases} \end{array} \right.$$

$$= \frac{C_2 \; {}^{10}/_{4}}{(s+1)(s+0{,}25)}$$

$$U_0 = I_s \cdot \frac{1}{sC_2} = \frac{\frac{5}{2}}{s(s+1)(s+0{,}25)} = \frac{A}{s} + \frac{B}{s+1} + \frac{C}{s+0{,}25}$$

$$A = \frac{5/2}{1 \cdot 0{,}25} = \frac{5}{2} \cdot \frac{4}{1} = 10$$

$$B = \frac{5}{2} \cdot \frac{1}{(-1)(-0{,}75)} = \frac{5 \cdot 4}{2 \cdot 3} = \frac{10}{3}$$

$$C = \frac{5}{2} \cdot \frac{1}{(-0{,}25)(0{,}75)} = -\frac{5}{2} \cdot \frac{4}{1} \cdot \frac{4}{3} = -\frac{40}{3}$$

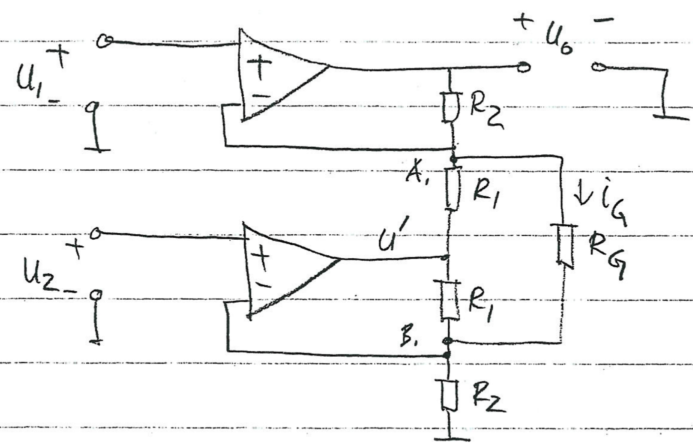
$$U_0 = \frac{10}{s} + \frac{10}{3} \cdot \frac{1}{(s+1)} - \frac{40}{3} \cdot \frac{1}{(s+0{,}25)} = 10\left(\frac{1}{s} + \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{(s+1)} - \frac{4}{3} \cdot \frac{1}{(s+0{,}25)}\right)$$

Inv. Laplacetransf.

$$u_0(t) = 10\left(1 + \frac{1}{3}e^{-t} - \frac{4}{3}e^{-0{,}25t}\right) \quad \text{för } t \geq 0$$

ess115
090826

4.



Ideala Op-först.
Neg. återk.
$\Big\} \; \varepsilon = 0$

$i_{op} = 0$

$$
\begin{cases}
KCL_A: & \dfrac{u_o - u_1}{R_2} + \dfrac{u' - u_1}{R_1} + \dfrac{u_2 - u_1}{R_G} = 0 \qquad (1) \\[2ex]
KCL_B: & \dfrac{u_2}{R_2} + \dfrac{u_2 - u_1}{R_G} + \dfrac{u_2 - u'}{R_1} = 0 \qquad (2)
\end{cases}
$$

$$(1): \quad \frac{u_o}{R_2} - u_1\left(\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_G}\right) + \frac{u_2}{R_G} = -\frac{u'}{R_1}$$

$$(2): \quad -\frac{u'}{R_1} = \frac{u_1}{R_G} - u_2\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_G}\right)$$

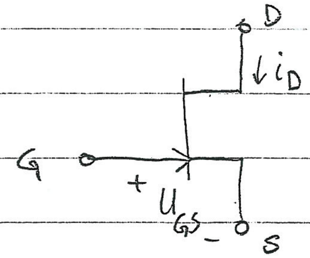
$$\frac{u_o}{R_2} = u_1\left(\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_G}\right) - \frac{u_2}{R_G} + \frac{u_1}{R_G} - u_2\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_G}\right) =$$

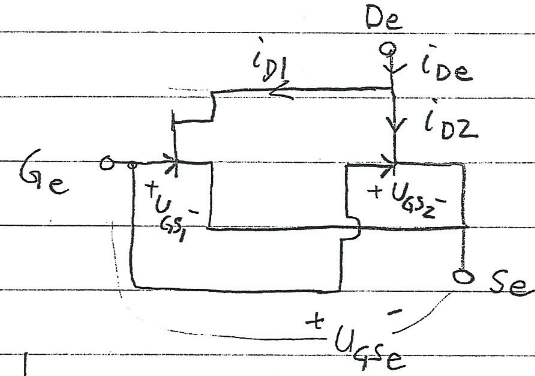
$$= u_1\left[\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{2}{R_G}\right] - u_2\left[\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{2}{R_G}\right]$$

Svar: $$u_o = (u_1 - u_2)\left[1 + \frac{R_2}{R_1} + \frac{2R_2}{R_G}\right]$$

ess115
090826

5,





$$i_D = I_{DSS}\left(1 - \frac{u_{GS}}{U_P}\right)^2 \quad (A)$$

$$g_m = \frac{\partial i_D}{\partial u_{GS}} =$$

$$= -\frac{2 I_{DSS}}{U_p}\left(1 - \frac{u_{GS}}{u_p}\right) \quad (E)$$

$$u_{GSe} = u_{GS_1} = u_{GS_2}$$

$$i_{D1} + i_{D2} = i_{De} =$$

$$= I_{DSS}\left(1 - \frac{u_{GS}}{U_P}\right)^2 + I_{DSS}\left(1 - \frac{u_{GS}}{U_p}\right)^2 =$$

$$= 2 I_{DSS}\left(1 - \frac{u_{GS}}{U_P}\right)^2 \quad (B)$$

$$g_{me} = \frac{\partial i_{De}}{\partial u_{GS}} = \frac{-4 I_{DSS}}{U_p}\left(1 - \frac{u_{GS}}{U_p}\right) \quad (D)$$

Ekvivalent transistor

$$i_{De} = I_{DSSe}\left(1 - \frac{u_{GSe}}{U_{pe}}\right)^2 \quad (C)$$

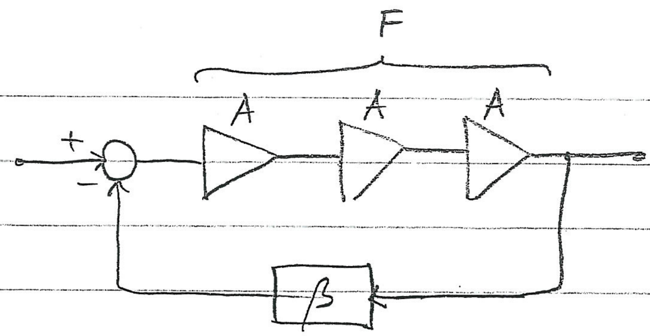
Jämför ekv. B och C. Eftersom $u_{GSe} = u_{GS}$ får vi

$\underline{I_{DSSe} = 2 I_{DSS}}$ och $\underline{U_{pe} = U_P}$.

Jämför ekv. D och E. Vi ser att $\underline{g_{me} = 2 \cdot g_m}$

ess115
090826

6,



$$A(j\omega) = \frac{1}{1+j\omega}$$

$$\frac{u_{ut}}{u_{in}} = \frac{F}{1+\beta F} = \frac{A^3(j\omega)}{1+\beta A^3(j\omega)}$$

Slingförst. $T(j\omega) = -\beta A^3(j\omega)$

$$\beta F(j\omega) = \beta A^3(j\omega) = \frac{\beta}{(1+j\omega)^3}$$

Amplitudmarginal: $G_M = -20\log|\beta F|_{\omega=\omega_G}$

där ω_G är den vinkelfrekv. där $\angle \beta F = -180^\circ$

$$\angle \beta A^3 = -3\cdot \arctan\left(\frac{\omega}{1}\right) = -180^\circ \quad \text{för } \beta > 0$$

$$\arctan \omega = 60^\circ \Rightarrow \omega = \sqrt{3} \text{ r/s} = \omega_G$$

$$G_M = 12{,}04 \text{ dB} \;\hat{=}\; |\beta F| = 10^{-\frac{12{,}04}{20}} = 0{,}25$$

$\omega = \omega_G$: $$|\beta F| = \frac{\beta}{\left(\sqrt{1+(\sqrt{3})^2}\right)^3} = \frac{1}{4}$$

$$\beta = \frac{1}{4}\cdot\left(\sqrt{4}\right)^3 = \frac{2^3}{4} = 2$$

Svar: $\beta = 2$