Tentamen
ess115 Elektriska Nät och System, F2

Examinator: Ants R. Silberberg

19 december 2008 kl. 14.00-18.00 sal V

Förfrågningar:	Oskar Talcoth, tel. 5186, 0703 120920
Resultat:	Anslås måndagen den 12 januari kl. 15 på institutionens anslagstavla, plan 5.
Granskning:	1: Måndag 19 januari kl. 12.00 - 13.00 , rum 5430.
	2: Tisdag 20 januari kl. 12.00 - 13.00 , rum 5430.
Bedömning:	En korrekt och välmotiverad lösning med ett tydligt angivet svar ger full poäng.

Hjälpmedel

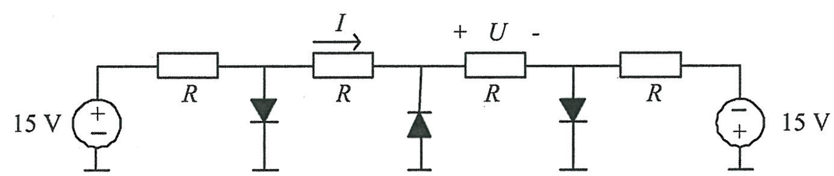
- Typgodkänd miniräknare
- Beta Mathematics Handbook
- Physics Handbook
- Sammanfattning Kretselektronik (A4-häfte)

Betygsgränser (6 uppgifter om vardera 3 poäng).

Poäng	0-7.5	8-11.5	12-14.5	15-18
Betyg	U	3	4	5

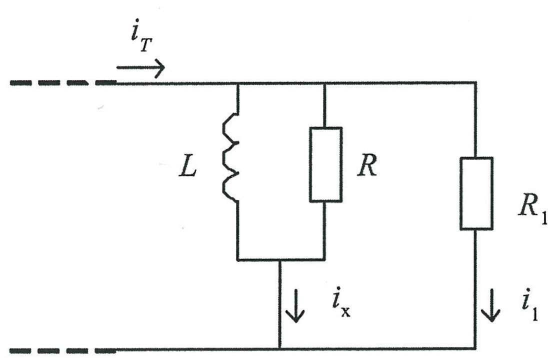
Lycka till!

1. En krets består av fyra lika resistanser och tre ideala dioder. Den matas med två likspänningskällor enligt figur 1. Beräkna strömmen I och spänningen U. $R = 1.0$ kΩ.



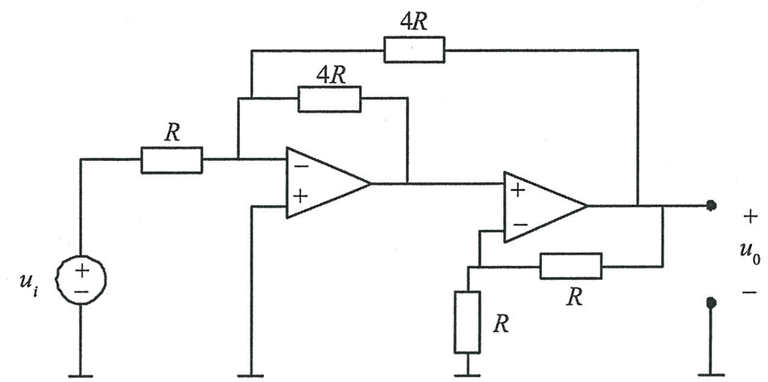
Figur 1: Diodkrets

2. En del av en krets visas i figur 2. Vi vet att sinusformat stationärtillstånd råder. Amplituden på tre av strömmarna är kända. Strömmen i_x har amplituden 18 A, i_1 har amplituden 15 A och i_T har amplituden 30 A. $R_1 = 4.0\ \Omega$ och vinkelfrekvensen ω=100 r/s. Beräkna resistansen R och induktansen L.



Figur 2: Del av AC-krets

3. Studera förstärkaren i figur 3. Beräkna förstärkningen $\frac{u_o}{u_i}$. Antag ideala operationsförstärkare.



Figur 3: Förstärkare

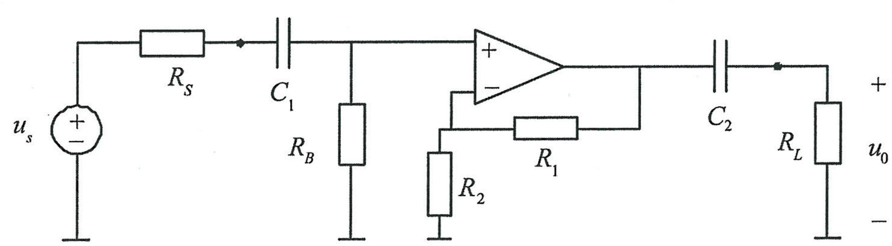
4. Studera förstärkaren i figur 4.

   a) Beräkna förstärkarens överföringsfunktion $H(s) = \frac{U_o(s)}{U_s(s)}$

   b) Beräkna förstärkarens stigtid.

   c) Beräkna förstärkarens pulsfall. Pulslängden $t_p = 3.0$ μs.

   Antag ideal operationsförstärkare.



Figur 4: Förstärkare

$R_B = 1.0$ MΩ	$R_S = 10$ kΩ	$R_1 = 9.0$ kΩ	$R_2 = 1.0$ kΩ
$R_L = 1.0$ kΩ	$C_1 = 1.0$ nF	$C_2 = 0.10$ μF	

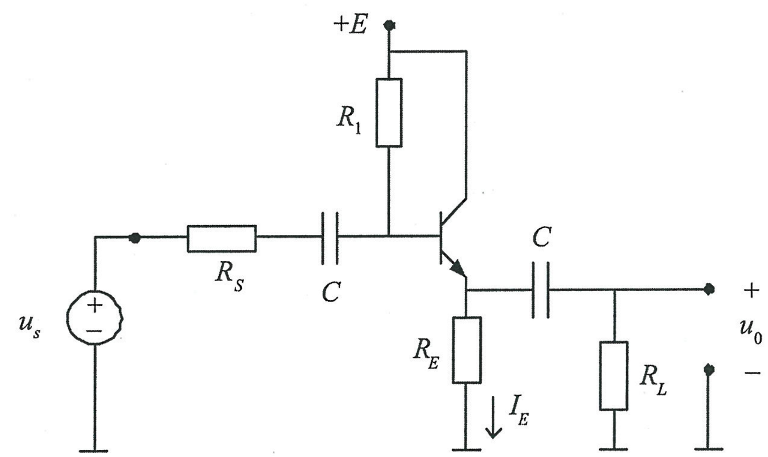
5. Den transistor som ingår i förstärkaren i figur 5 har en strömförstärkningsfaktor β som kan variera mellan 20 och 200. Detta innebär en stor utmaning för konstruktören av transistorförstärkaren. Beräkna

   a) Emitterströmmen I_E i arbetspunkten.

   b) Förstärkningsfaktorn u_0/u_s.

   för de två extremvärdena på β (20 och 200).

   En transistors småsignalparametrar kan beräknas utifrån transistorns arbetspunkt enligt $r_\pi = h_{ie} = \dfrac{V_T}{I_B}$ och $g_m = \dfrac{h_{fe}}{h_{ie}} = \dfrac{I_C}{V_T}$. Den termiska spänningen V_T kan vid rumstemperatur sättas till 25 mV. Övriga transistorparametrar kan försummas. Reaktansen från kapacitanserna, $|X_C| = \frac{1}{\omega C}$, kan försummas vid aktuella signalfrekvenser.



Figur 5: Transistorförstärkare

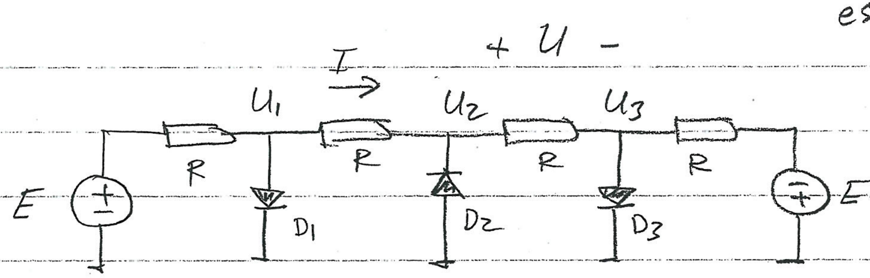
$$R_S = 10\ \text{k}\Omega \quad R_1 = 100\ \text{k}\Omega \quad R_E = R_L = 1.0\ \text{k}\Omega \quad E = 9.0\ \text{V}$$

6. En lågpassförstärkare F har två stycken reella poler samt en förstärkning vid låga frekvenser som är $F_o = 1000$. Den första polen ger en brytpunkt i förstärkarens amplitudkarakteristik vid $f_1 = 1.0$ kHz. Den andra polen ger en brytpunkt betydligt högre upp i frekvens och kan justeras utan att förstärkarens övriga egenskaper och karakteristika påverkas. Förstärkaren återkopplas negativt så att förstärkningen vid låga frekvenser blir $F_{of} = 100$. Dessutom skall den återkopplade förstärkaren ha en maximalt slät amplitudkarakteristik (Butterworth filter). Beräkna återkopplingsfaktorn β samt värdet på den andra polen hos den icke återkopplade förstärkaren (F).

Elektriska Nät och System

ess115 081219

1)



E = 15 V

$E \geq U_1 \geq U_2 \geq U_3 \geq E$

Sp. delning ger att $U_1 \geq 0 \Rightarrow D_1$ leder $\Rightarrow U_1 = 0$

Sp. delning ger att $U_2 \leq 0 \Rightarrow D_2$ leder $\Rightarrow U_2 = 0$.

Sp. delning ger att $U_3 \leq 0 \Rightarrow D_3$ spärrar

$U_1 = U_2 = 0 \quad \Rightarrow \quad I = 0$

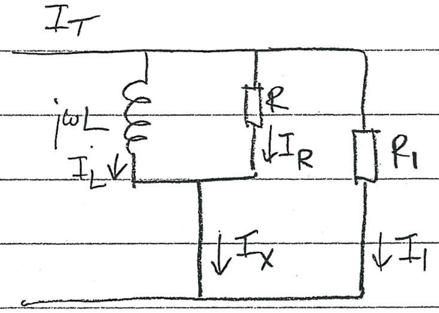
$U_2 = 0$

Sp. delning ger $\quad U_3 = -E \cdot \frac{R}{R+R} = -\frac{E}{2}$

$U = U_2 - U_3 = 0 - \left(-\frac{E}{2}\right) = 7{,}5 \text{ V}$

jω-transformera

2.



$R_1 = 4\ \Omega$

$I_x = \hat{I}_x \angle \theta_x$, $\hat{I}_x = 18A$

$I_1 = \hat{I}_1 \angle \theta_1$, $\hat{I}_1 = 15A$

$I_T = \hat{I}_T \angle \theta_T$, $\hat{I}_T = 30A$

Låt $\theta_1 = 0$,

$\omega = 100$ r/s

$U = I_1 R_1 = 15\angle 0° \cdot 4 = 60\angle 0°$

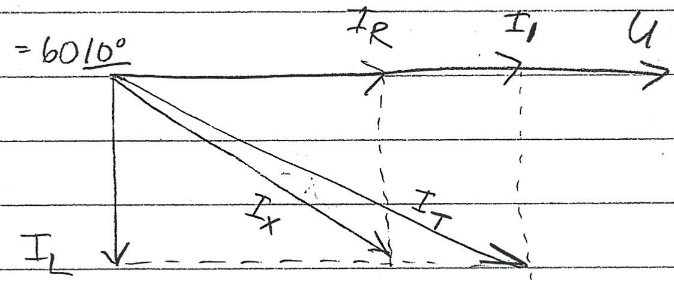
$U = R I_R$

$U = j\omega L I_L$

$I_x = I_L + I_R$

$I_T = I_x + I_1$

$I_T = I_L + I_R + I_1$



$$\begin{cases} \hat{I}_L^2 + \hat{I}_R^2 = \hat{I}_x^2 & (1) \\ \hat{I}_L^2 + (\hat{I}_R + \hat{I}_1)^2 = \hat{I}_T^2 & (2) \end{cases}$$

(2)−(1) $(\hat{I}_R + \hat{I}_1)^2 - \hat{I}_R^2 = \hat{I}_T^2 - \hat{I}_x^2$

$$\hat{I}_R^2 + 2\hat{I}_R\hat{I}_1 + \hat{I}_1^2 - \hat{I}_R^2 = \hat{I}_T^2 - \hat{I}_x^2$$

$$\hat{I}_R = \frac{\hat{I}_T^2 - \hat{I}_x^2 - \hat{I}_1^2}{2\hat{I}_1} = \frac{30^2 - 18^2 - 15^2}{2 \cdot 15} = \frac{351}{30} = \frac{117}{10}$$

$$R = \frac{U}{I_R} = \frac{60\angle 0°}{11{,}7} = 5{,}13\ \Omega$$

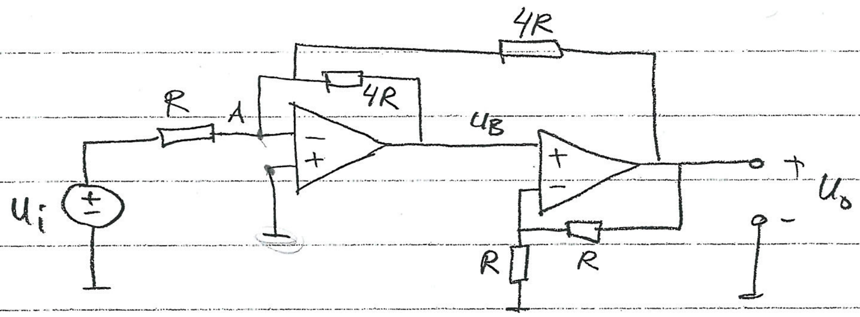
$$\hat{I}_L^2 = \hat{I}_x^2 - \hat{I}_R^2$$

$$L = \frac{U}{j\omega I_L} = \frac{60\angle 0°}{\angle 90° \cdot 100\ \hat{I}_L \angle -90°} = \frac{60}{100\sqrt{18^2 - 11{,}7^2}} = 0{,}0439$$

Svar: $R = 5{,}13\ \Omega$, $L = 44$ mH

ess115
081219

3.



Ideala op. först
Neg. återkoppl
$\Rightarrow \varepsilon = 0 \quad , \; i_{op} = 0$

$$\text{KCL}_A: \begin{cases} \dfrac{u_i}{R} + \dfrac{u_B}{4R} + \dfrac{u_o}{4R} = 0 \\ u_B = u_o \dfrac{R}{R+R} \end{cases} \Rightarrow u_B = \frac{u_o}{2}$$

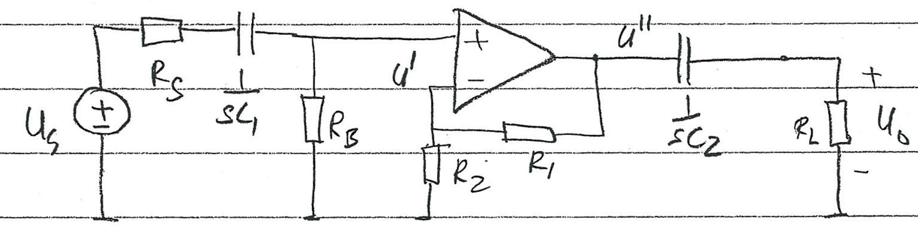
$$u_i = -\frac{u_B}{4} - \frac{u_o}{4} = -\frac{u_o}{2 \cdot 4} - \frac{u_o}{4}$$

$$u_i = -u_o\left(\frac{1}{8} + \frac{1}{4}\right) = -u_o\left(\frac{3}{8}\right)$$

$$\frac{u_o}{u_i} = -\frac{8}{3}$$

ess115
081219

4)



Ideal op.först, Neg. återk $\Big\} \Rightarrow \varepsilon = 0$, $i_{op} = 0$ Sp.delning ger tre ekv.

$$\begin{cases} u' = u_s \dfrac{R_B}{R_S + R_B + \frac{1}{sC_1}} = u_s \dfrac{sR_BC_1}{1 + s(R_S + R_B)C_1} \\ u' = u'' \dfrac{R_2}{R_1 + R_2} \Rightarrow u'' = u' \dfrac{R_1 + R_2}{R_2} \\ u_o = u'' \dfrac{R_L}{R_L + \frac{1}{sC_2}} = u'' \dfrac{sR_LC_2}{1 + sR_LC_2} \end{cases}$$

$$u_o = \frac{R_1 + R_2}{R_2} \cdot u_s \frac{sR_BC_1}{1 + s(R_S + R_B)C_1} \cdot \frac{sR_LC_2}{1 + sR_LC_2}$$

a)

$$\frac{u_o}{u_s} = \frac{R_1 + R_2}{R_2} \cdot \frac{s^2 R_B R_L C_1 C_2}{(1 + s(R_S + R_B)C_1)(1 + sR_LC_2)} = \left\{ \begin{array}{l} \omega_1 = \dfrac{1}{(R_S + R_B)C_1} \\ \omega_2 = \dfrac{1}{R_L C_2} \end{array} \right\}$$

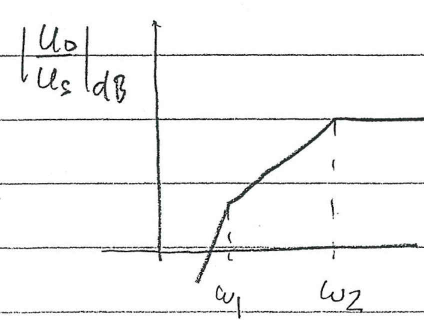
$$= \frac{R_1 + R_2}{R_2} \cdot \frac{s^2 R_B R_L C_1 C_2}{\left(1 + \frac{s}{\omega_1}\right)\left(1 + \frac{s}{\omega_2}\right)}$$

$\omega_1 = 990$ r/s
$\omega_2 = 10 \cdot 10^3$ r/s

b) Stigtid $\omega_{ö\,tot} = \infty$ $t_r \cdot \omega_{ö\,tot} = 2{,}2$

$t_r \approx 0$ s

Bode



c) Pulsfall $P_{tot} = P_1 + P_2 = t_p(\omega_1 + \omega_2) =$

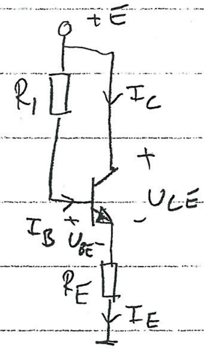
$= \dots = 0{,}033$

$P_{tot_{rel}} \hat{=} 3{,}3\,\%$

ess115
081219

5.

DC-schema



Låt $U_{BE} = 0{,}7$ V för aktiv transistor

$$\begin{cases} I_C + I_B = I_E \\ I_C = \beta I_B \end{cases} \Rightarrow I_E = I_C\left(1+\frac{1}{\beta}\right) = I_B(1+\beta)$$

$$E = I_B R_1 + U_{BE} + I_E R_E = I_B(R_1 + (1+\beta)R_E) + U_{BE}$$

$$I_B = \frac{E - U_{BE}}{R_1 + (1+\beta)R_E}$$

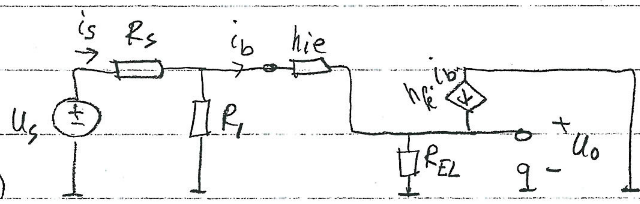
$\beta = 20$ $\quad I_B = \dfrac{9-0{,}7}{(100+21\cdot 1)10^3} = 6{,}86\cdot 10^{-5}$ A ; $I_E = (1+\beta)I_B = 1{,}44\cdot 10^{-3}$ A

$U_{CE} = E - R_E I_E = 7{,}56$ V OK Aktiv

$\beta = 200$ $\quad I_B = \dfrac{9-0{,}7}{(100+201)10^3} = 2{,}76\cdot 10^{-5}$ A ; $I_E = (1+\beta)I_B = 5{,}54\cdot 10^{-3}$ A

$U_{CE} = E - R_E I_E = 3{,}46$ V OK Aktiv

Småsignal schema



$$\begin{cases} u_s = i_s R_s + i_b h_{ie} + (1+h_{fe}) i_b R_{EL} & (1) \\ u_s = i_s R_s + (i_s - i_b) R_1 & (2) \\ u_0 = (1+h_{fe}) i_b R_{EL} & (3) \end{cases}$$

$$R_{EL} = R_E // R_L = \frac{R_E R_L}{R_E + R_L}$$

(2): $u_s = i_s(R_s + R_1) - i_b R_1$

$$i_s = \frac{u_s + i_b R_1}{R_s + R_1}$$

(1): $u_s = R_s\left(\dfrac{u_s + i_b R_1}{R_s + R_1}\right) + i_b h_{ie} + (1+h_{fe}) i_b R_{EL}$

$$u_s\left(1 - \frac{R_s}{R_s+R_1}\right) = i_b\left[\frac{R_s R_1}{R_s + R_1} + h_{ie} + (1+h_{fe})R_{EL}\right]$$

$$\frac{u_0}{u_s} = \frac{R_1}{R_s + R_1} \cdot \frac{(1+h_{fe})R_{EL}}{\frac{R_s R_1}{R_s + R_1} + h_{ie} + (1+h_{fe})R_{EL}}$$

$\beta = 20$ $(= h_{fe})$

$h_{ie} = \dfrac{V_T}{I_B} = 364\ \Omega$

$\Rightarrow \dfrac{u_0}{u_s} = 0{,}478$

$\beta = 200$ $(= h_{fe})$

$h_{ie} = \dfrac{V_T}{I_B} = 906\ \Omega$

$\Rightarrow \dfrac{u_0}{u_s} = 0{,}827$

ess115
081219

6) $F(s) = \dfrac{F_0}{(1+\frac{s}{\omega_1})(1+\frac{s}{\omega_2})}$; $F_f(s) = \dfrac{F(s)}{1+\beta F(s)}$ Antag att β är reellt

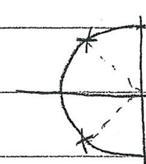
$$F(s)\Big|_{\substack{s=j\omega \\ \omega\to 0}} = F_0 = 1000$$

$$F_f(s) = \frac{1}{\frac{1}{F(s)}+\beta} = \frac{1}{\frac{(1+\frac{s}{\omega_1})(1+\frac{s}{\omega_2})}{F_0}+\beta} = \frac{F_0}{(1+\frac{s}{\omega_1})(1+\frac{s}{\omega_2})+\beta F_0}$$

$$F_f(s)\Big|_{\substack{s=j\omega \\ \omega\to 0}} = \frac{F_0}{1+\beta F_0} = F_{0f} = 100 \Rightarrow \beta F_0 = 9 \text{ och } \underline{\underline{\beta = 9\cdot 10^{-3}}}$$

$$F_f(s) = \frac{\omega_1\omega_2 F_0}{(s+\omega_1)(s+\omega_2)+\beta F_0\omega_1\omega_2} = \frac{\omega_1\omega_2 F_0}{s^2+s(\omega_1+\omega_2)+\omega_1\omega_2+9\omega_1\omega_2} =$$

$$= \frac{\omega_1\omega_2 F_0}{s^2+s(\omega_1+\omega_2)+10\omega_1\omega_2}$$



Poler: Butterworthfilter $(n=2)$ $s_{1,2} = -\alpha \pm j\alpha$

$|\mathrm{Re}\{s_1\}| = |\mathrm{Im}\{s_1\}|$

$$s_{1,2} = -\frac{\omega_1+\omega_2}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\omega_1+\omega_2}{2}\right)^2 - 10\omega_1\omega_2}$$

$$\left(\frac{\omega_1+\omega_2}{2}\right)^2 = 10\omega_1\omega_2 - \left(\frac{\omega_1+\omega_2}{2}\right)^2$$

$$(\omega_1+\omega_2)^2 = 20\omega_1\omega_2$$

$$\omega_1^2+\omega_2^2+2\omega_1\omega_2 = 20\omega_1\omega_2$$

$$\omega_2^2 - \omega_2 18\omega_1 + \omega_1^2 = 0$$

$$\omega_2 = 9\omega_1 \pm \sqrt{81\omega_1^2-\omega_1^2}$$

$$\omega_2 = 9\omega_1 \pm \omega_1\sqrt{80}$$

$$\omega_2 = \omega_1(9\pm\sqrt{80})$$

men $\omega_2 > \omega_1 = 2\pi\cdot 10^3$

$$\omega_2 = 2\pi\cdot 10^3(9+\sqrt{80}) =$$
$$= 2\pi\cdot 17{,}94\cdot 10^3 =$$
$$= 113 \text{ krad/s}$$