Tentamen
ess115 Elektriska Nät och System, F2

Examinator: Ants R. Silberberg

20 december 2006 kl. 14.00-18.00 sal V

Förfrågningar:	Ants Silberberg, tel. 1808
Resultat:	Anslås fredagen den 12 jan. kl. 15 på institutionens anslagstavla, plan 5.
Granskning:	Se kurshemsida för tid och plats.
Bedömning:	En korrekt och välmotiverad lösning med ett tydligt angivet svar ger full poäng.

Hjälpmedel

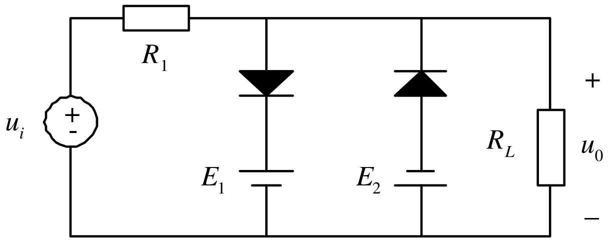
- Typgodkänd miniräknare
- Beta Mathematics Handbook
- Physics Handbook
- Sammanfattning Kretselektronik (A4-häfte)

Betygsgränser (6 uppgifter om vardera 3 poäng).

Poäng	0-7.5	8-11.5	12-14.5	15-18
Betyg	U	3	4	5

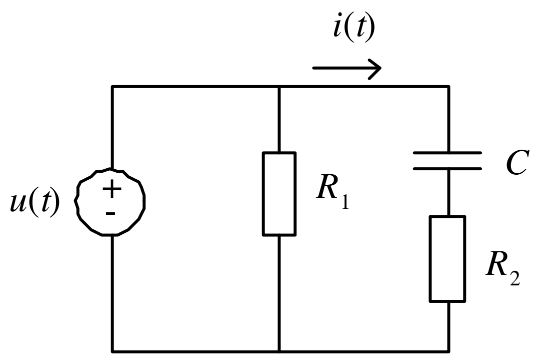
OBS! Skriv namn och personnummer på varje sida. Lycka till!

1. Studera diodkretsen i figur 1. Inspänningen $u_i(t) = 10\sin(2\pi t)$ V. Beräkna och gör en skiss av spänningen $u_0(t)$.
   $R_1 = R_L = 1.0$ kΩ, $E_1 = 6.0$ V, $E_2 = 4.0$ V. Antag ideala dioder.



Figur 1: Diodkrets

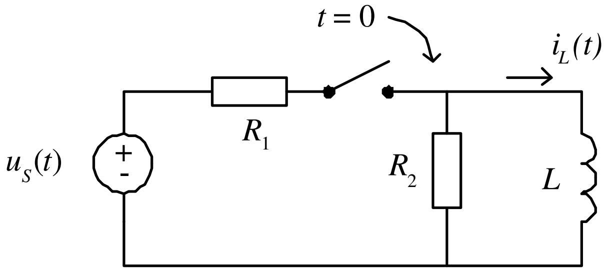
2. Beräkna strömmen $i(t)$ samt den komplexa effekt som spänningskällan i figur 2 avger. Antag sinusformat stationärtillstånd.



Figur 2: Växelströmskrets

$u(t) = 15\sqrt{2}\sin(5000t)$ V, $R_1 = 100\ \Omega$, $R_2 = 60\ \Omega$ och $C = 1.0\ \mu$F.

3. Insignalen till kretsen i figur 3 är en spänningskälla som levererar spänningen $u_S(t) = 30\cos(5t)$ V. Brytaren i kretsen har varit öppen länge men sluts vid tidpunkten $t = 0$. Beräkna strömmen $i_L(t)$ genom spolen. $R_1 = 60\ \Omega$, $R_2 = 20\ \Omega$ och $L = 1.0$ H.



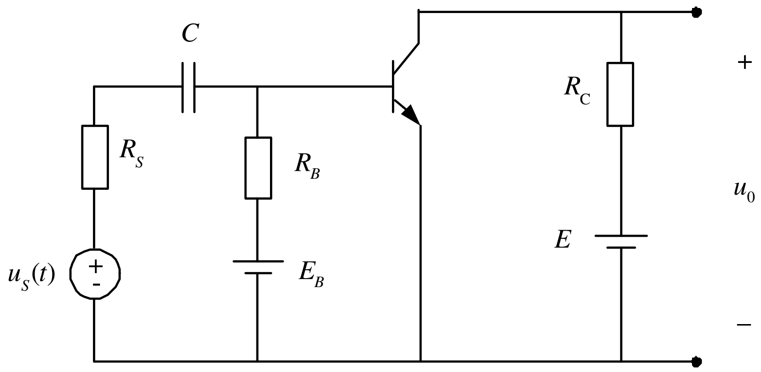
Figur 3: Elektrisk krets

4. Beräkna förstärkningen u_0/u_S för transistorkretsen i figur 4. $1/\omega C \approx 0$ vid aktuella signalfrekvenser.

$R_S = 1.0$ kΩ $\quad R_B = 27$ kΩ $\quad R_C = 500\ \Omega$
$E = 10$ V $\quad E_B = 2.0$ V

För transistorn gäller

$h_{ie} = 520\ \Omega \quad h_{fe} = 150 \quad h_{oe} = 48\ \mu$S
h_{re} kan försummas



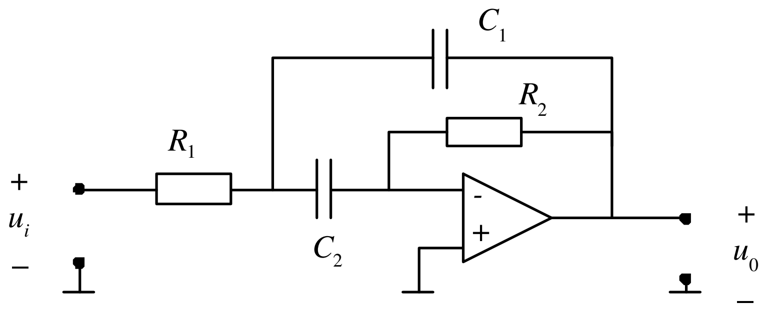
Figur 4: Transistorkrets

5. Studera operationsförstärkarkretsen i figur 5. Antag ideal operationsförstärkare.

   a) Beräkna överföringsfunktionen $\frac{u_0}{u_i}$

   b) Vilken typ av filter realiserar kretsen ?

   c) Ange uttrycket för filtrets maximala förstärkning.



Figur 5: Aktivt filter

6. En förstärkare med överföringsfunktionen

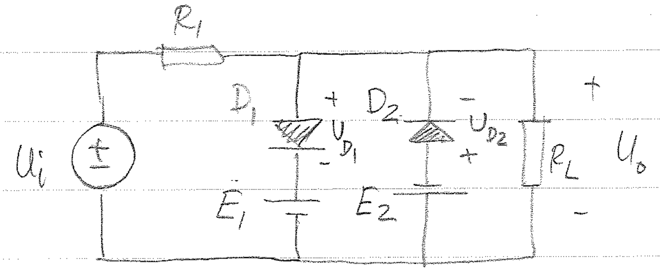
$$F(s) = \left(\frac{10}{1 + s/10^4}\right)^3$$

återkopplas rent resistivt. Beräkna de värden på återkopplingsfaktorn β som gör den återkopplade förstärkaren instabil. Beräkna även värdet på β som erhålls då man önskar gardera sig mot att förstärkaren blir instabil genom att välja en amplitudmarginal på 6 dB.

Elektriska Nät och System

ess115 061220

1)



KVL: $U_{D1} + E_1 - u_o = 0$

$U_{D1} = u_o - E_1$

D_1 leder ström om $u_o > E_1$

KVL $U_{D2} + u_o + E_2 = 0$

$U_{D2} = -(u_o + E_2)$

D_2 leder ström om $u_o + E_2 < 0 \Rightarrow u_o < -E_2 = -4{,}0\ V$

Fall (1) D_1, D_2 spärrar $-E_2 < u_o < E_1$, $-4{,}0 < u_o < 6{,}0\ V$

$u_o = u_i \frac{R_L}{R_1 + R_L} = u_i \cdot \frac{1}{2}$

Fall (2) D_1 leder, D_2 spärrar: , $u_o = E_1 = 6{,}0 V$, inträffar då $u_i > 12\ V$

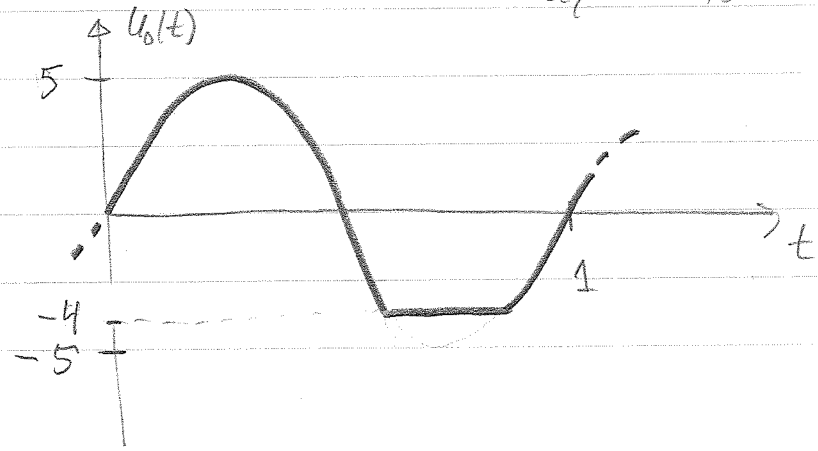
Fall (3) D_1 spärrar, D_2 leder: $u_o = -E_2 = -4{,}0 V$, inträffar då $u_i < -8{,}0\ V$

$u_i(t) = 10 \sin(2\pi t)\ V$

$\omega = 2\pi$ r/s

$f = 1$ Hz

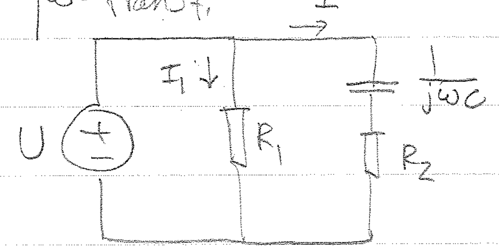
$T = 1/f = 1$ s



ess115
061220

Z_1 /

jω-transf.



$u(t) = 15\sqrt{2}\,\sin(\omega t)$

$\omega = 5000$ r/s

$$\frac{1}{\omega C} = \frac{1}{5000 \cdot 10^{-6}} = 200$$

$R_1 = 100\ \Omega$, $R_2 = 60\ \Omega$, $C = 1\,\mu F$

$$I = \frac{U}{R_2 + \frac{1}{j\omega C}} = \frac{15\sqrt{2}}{60 - j200}$$

$$I_1 = \frac{U}{R_1} = \frac{15\sqrt{2}}{100}$$

$$I = \frac{15\sqrt{2}\,(60 + j200)}{60^2 + 200^2} = \frac{15\sqrt{2}\cdot 10}{43600}(6 + j20) = \frac{15\sqrt{2}}{4360}\sqrt{436}\,\angle 73{,}3^\circ =$$

$$= 0{,}10\,\angle 73{,}3^\circ \Rightarrow i(t) = 0{,}10\,\sin(\omega t + 73{,}3^\circ)\ \text{A}$$

Komplex effekt som källan avger ("ström ut från plus")

$$S = \frac{1}{2}U(I_1 + I)^* = \frac{1}{2}15\sqrt{2}\left(\frac{15\sqrt{2}}{100} + \frac{15\sqrt{2}\cdot 10}{43600}(6 - j20)\right) =$$

$$= \frac{1}{2}\frac{(15\sqrt{2})^2}{100}\left[1 + \frac{10}{436}(6 - j20)\right] = \frac{225}{100}\left(1 + \frac{60}{436} - j\frac{200}{436}\right) =$$

$$= 2{,}25(1{,}14 - j0{,}46) = 2{,}56 - j1{,}03 = 2{,}76\,\angle -22{,}0\ \text{VA}$$

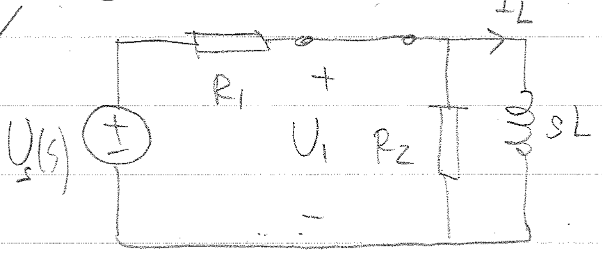
$S = P + jQ$

Kommentar: u(t) en sinus signal – jω metoden "utgår" ifrån cosinus.
Svaret blir samma om u(t) skrivs om med cosinus

ess115
061220

3/

$t \geq 0$



Laplace transformera!
Ingen beg. energi

$$u_s(t) = 30\cos 5t \overset{\mathcal{L}}{\longleftrightarrow} 30\,\frac{s}{s^2+25}$$

$$U_1 = U_s\,\frac{R_2 // sL}{R_1 + R_2 // sL} = U_s\,\frac{\dfrac{sR_2L}{R_2+sL}}{R_1 + \dfrac{sR_2L}{R_2+sL}} = U_s\,\frac{sR_2L}{R_1R_2 + sR_1L + sR_2L}$$

$$I_L = \frac{U_1}{sL} = U_s\,\frac{R_2}{R_1R_2 + sL(R_1+R_2)} = U_s\,\frac{\dfrac{R_2}{L(R_1+R_2)}}{s + \dfrac{R_1R_2}{L(R_1+R_2)}} =$$

$$= U_s \cdot \frac{20/(60+20)}{s + \dfrac{60\cdot 20}{1\cdot(60+20)}} = U_s \cdot \frac{0{,}25}{s+15} = 30 \cdot \frac{s \cdot 0{,}25}{(s^2+25)(s+15)}$$

$$= \frac{7{,}5\,s}{(s^2+25)(s+15)} \Rightarrow \left\{ \begin{matrix}\text{Partialbr.}\\ \text{uppdela}\end{matrix} \right| = \frac{As+B}{s^2+25} + \frac{C}{s+15}$$

$$7{,}5\,s = (As+B)(s+15) + C(s^2+25)$$

$$\left.\begin{aligned} s^2&: \quad 0 = A + C \\ s^1&: \quad 7{,}5 = 15A + B \\ s^0&: \quad 0 = 15B + 25C \end{aligned}\right\} \text{Lös ekv. systemet} \Rightarrow \begin{aligned} A &= 0{,}45 \\ B &= 0{,}75 \\ C &= -0{,}45 \end{aligned}$$

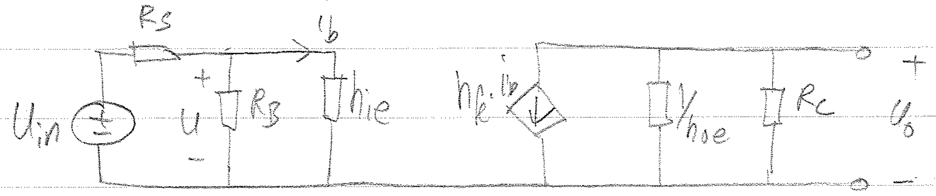
$$I_L = \frac{0{,}45\,s}{s^2+25} + 0{,}75 \cdot \frac{1}{5} \cdot \frac{5}{s^2+25} - \frac{0{,}45}{s+15}$$

Inv. Laplacetransf.

$$i_L(t) = \left(0{,}45\cos 5t + 0{,}15\sin 5t - 0{,}45\,e^{-15t}\right) \cdot \theta(t) \quad \text{A}$$

ess115
061220

4. Småsignalschema



$$\begin{cases} u = u_{in} \dfrac{R_B // h_{ie}}{R_S + R_B // h_{ie}} \Rightarrow u_{in} = u \cdot \dfrac{R_S + R_B // h_{ie}}{R_B // h_{ie}} \\ u = i_b \cdot h_{ie} \\ u_0 = -h_{fe} \cdot i_b \cdot \left(\dfrac{1}{h_{oe}}\right) // R_C = -h_{fe} \cdot \dfrac{u}{h_{ie}} \cdot \dfrac{\frac{1}{h_{oe}} \cdot R_C}{\frac{1}{h_{oe}} + R_C} = -u \dfrac{h_{fe}}{h_{ie}} \cdot \dfrac{R_C}{1 + R_C \cdot h_{oe}} \end{cases}$$

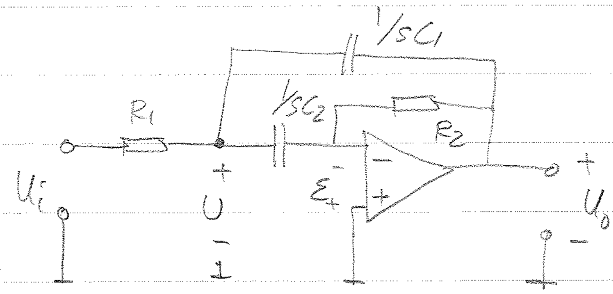
$$\frac{u_0}{u_{in}} = -\frac{u \cdot \frac{h_{fe}}{h_{ie}} \cdot \frac{R_C}{1 + R_C \cdot h_{oe}}}{u \cdot \frac{R_S + \frac{R_B h_{ie}}{R_B + h_{ie}}}{\frac{R_B h_{ie}}{R_B + h_{ie}}}} = -\frac{h_{fe}}{\cancel{h_{ie}}} \cdot \frac{R_C}{(1 + R_C h_{oe})} \cdot \frac{R_B \cdot \cancel{h_{ie}}}{[R_S(R_B + h_{ie}) + R_B h_{ie}]}$$

$$\frac{u_0}{u_{in}} = -\frac{150 \cdot 500 \cdot 27 \cdot 10^3}{\underbrace{(1 + 500 \cdot 48 \cdot 10^{-6})}_{1{,}024} \underbrace{[(27 + 0{,}52) \cdot 10^3 + 27 \cdot 520] \cdot 10^3}_{41560}} = -47{,}6 \text{ ggr}$$

Svar: $\dfrac{u_0}{u_{in}} = -47{,}6$ ggr

ess115
061220

5.



Ideal Op-först. } $\Rightarrow \varepsilon = 0$
Neg. återk.

$i_{op} = 0$

KCL: $$\begin{cases} \dfrac{U_i - U}{R_1} + (U_0 - U)sC_1 + \dfrac{U_0}{R_2} = 0 \\ UsC_2 + \dfrac{U_0}{R_2} = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{array}{l} \dfrac{U_i}{R_1} = -U_0\left(sC_1 + \dfrac{1}{R_2}\right) + U\left(\dfrac{1}{R_1} + sC_1\right) \\ U = -\dfrac{U_0}{sR_2C_2} \end{array}$$

$$\frac{U_i}{R_1} = -U_0\left[\frac{1+sR_2C_1}{R_2} + \frac{1+sR_1C_1}{R_1} \cdot \frac{1}{sR_2C_2}\right]$$

$$\frac{U_i}{U_0} = -\left(\frac{R_1}{R_2}(1+sR_2C_1) + \frac{1+sR_1C_1}{sR_2C_2}\right) = -\frac{1}{R_2}\left(R_1 + sR_1R_2C_1 + \frac{1+sR_1C_1}{sC_2}\right)$$

$$= -\frac{sR_1C_2 + s^2R_1R_2C_1C_2 + 1 + sR_1C_1}{sR_2C_2} =$$

$$= -\frac{s^2R_1R_2C_1C_2 + sR_1(C_1+C_2) + 1}{sR_2C_2}$$

$$\frac{U_0}{U_i} = -\frac{s/R_1C_1}{s^2 + s\frac{1}{R_2}\left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}\right) + \frac{1}{R_1R_2C_1C_2}} = -\frac{sA}{s^2 + sB + \omega_0^2}$$

Svar: Bandpassfilter

$$\text{Max först} = \left|\frac{A}{B}\right| = \frac{1}{R_1C_1} \cdot \frac{R_2C_1C_2}{(C_1+C_2)} = \frac{R_2}{R_1} \cdot \frac{C_2}{(C_1+C_2)}$$

6,

$$F(s) = \left(\frac{10}{1 + \frac{s}{\omega_1}} \right)^3 \qquad \omega_1 = 10^4 \text{ r/s}$$

Studera $\beta F(j\omega)$ $\qquad \beta \in \mathbb{R}$

Gränsfall för instabilitet, $\beta F(j\omega) = -1$

$$\beta F(j\omega) = \frac{\beta\, 10^3}{\left(1 + j\frac{\omega}{\omega_1}\right)^3} = -1$$

$$-\beta\, 10^3 = \left(1 + j\frac{\omega}{\omega_1}\right)^3 = \left(1 + j\frac{\omega}{\omega_1}\right)\left(1 + 2j\frac{\omega}{\omega_1} - \frac{\omega^2}{\omega_1^2}\right) =$$

$$= 1 + j\frac{2\omega}{\omega_1} - \frac{\omega^2}{\omega_1^2} + j\frac{\omega}{\omega_1} - 2\frac{\omega^2}{\omega_1^2} - j\frac{\omega^3}{\omega_1^3}$$

$$\{\text{Im}\}: \quad \frac{2\omega}{\omega_1} + \frac{\omega}{\omega_1} - \frac{\omega^3}{\omega_1^3} = 0 \Rightarrow 3 = \frac{\omega^2}{\omega_1^2} \qquad \omega = \sqrt{3}\,\omega_1$$

$$\{\text{Re}\}: \quad -\beta 10^3 = 1 - \frac{3\omega^2}{\omega_1} = \{\omega = \sqrt{3}\,\omega_1\} = 1 - 9 = -8 \Rightarrow \beta = 8 \cdot 10^{-3}$$

Amplitudmarginal 6dB:

$$|\beta_1 F(j\omega)| = X \quad \text{då} \quad \angle \beta_1 F(j\omega) = -180^\circ \qquad \omega = \sqrt{3}\,\omega_1$$

$$20 \cdot {}^{10}\log X = -6 \Rightarrow X = 10^{-\frac{6}{20}} = 0{,}50$$

$$|\beta_1 F(j\omega)|_{\omega = \sqrt{3}\,\omega_1} = 0{,}5 \Rightarrow \frac{\beta_1 10^3}{\left(\sqrt{1 + (\sqrt{3})^2}\right)^3} = 0{,}5$$

$$\beta_1 = \frac{0{,}5 \cdot 10^3}{\left(\sqrt{1+3}\right)^3} = \frac{0{,}5 \cdot 10^3}{8} = \frac{\beta}{2} = 4 \cdot 10^{-3}$$

Svar:

a) $\beta < 8 \cdot 10^{-3}$

b) $\beta_1 = 4 \cdot 10^{-3}$