# Tentamen i
# ESS 115 Elektriska nät och System, för F2
## den 14 december 2002 kl 8.45-12.45, sal V

**Examinator:** Univ.lektor Ants R. Silberberg, ankn. 1808.
(070 - 6181265)

**Hjälpmedel:** Typgodkänd miniräknare
BETA Mathematics Handbook
Physics Handbook
CRC Standard Mathematical Tables

**Lösningar:** Anslås måndagen den 16 december på institutionens anslagstavla.

**Resultat:** Anslås torsdagen den 9 januari kl. 14 på institutionens anslagstavla (plan 5, E-huset, vid studieexp., korridor parallell med Hörsalsvägen).

**Granskning:** Fredag 17 januari kl. 12.45 - 14.45 på institutionen.

**Bedömning:** En korrekt och välmotiverad lösning med ett tydligt angivet svar ger full poäng.

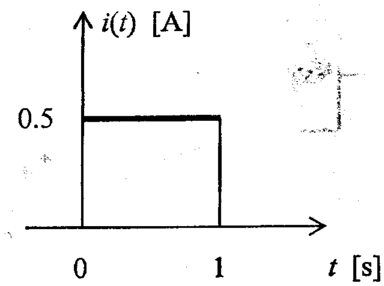
**Betygsgränser:** Tentamen består av 6 uppgifter om vardera 3 poäng.

| Poäng | 0-7.5 | 8-11.5 | 12-14.5 | 15-18 |
|---|---|---|---|---|
| Betyg | U | 3 | 4 | 5 |

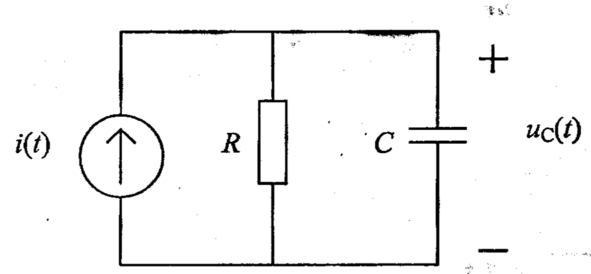
Uppgifterna är <u>ej</u> ordnade i svårighetsgrad.

*Lycka Till!*

1. Insignalen till ett RC-nät är en strömpuls enligt figur 1. Sök spänningen $u_C(t)$ för $t \geq 0$ enligt figur 2. Begynnelsespänningen $u_C(t)$ vid $t$=0 är 1 V.
$R = 2\,\Omega$, $C = 0.5$ F

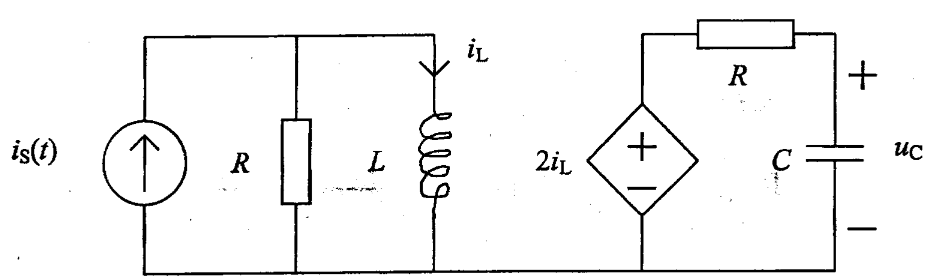



Figur 1

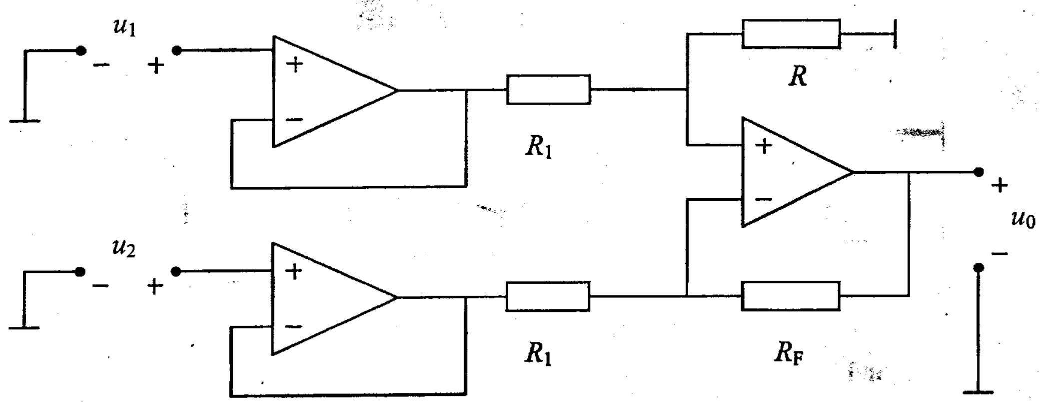



Figur 2

2. Beräkna spänningen $u_C(t)$ i kretsen. Antag att stationärtillstånd råder.
$R = 10\ \Omega$, $L = 0.1$H och $C = 1$ mF
$i_s(t) = \cos(100t)$ A



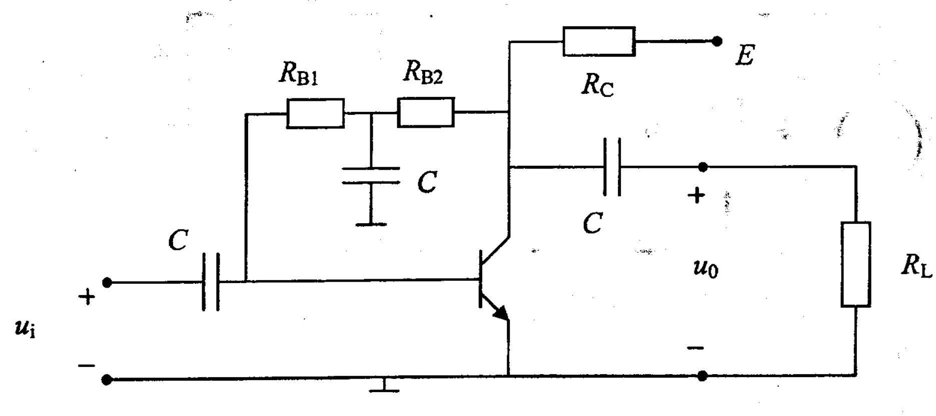
3. Bestäm $R$ så att en ren differentialförstärkare på formen $u_0=K(u_1-u_2)$ erhålles. Antag $R_1$ och $R_F$ kända. Vad blir förstärkningsfaktorn $K$ ? Antag ideala operationsförstärkare.



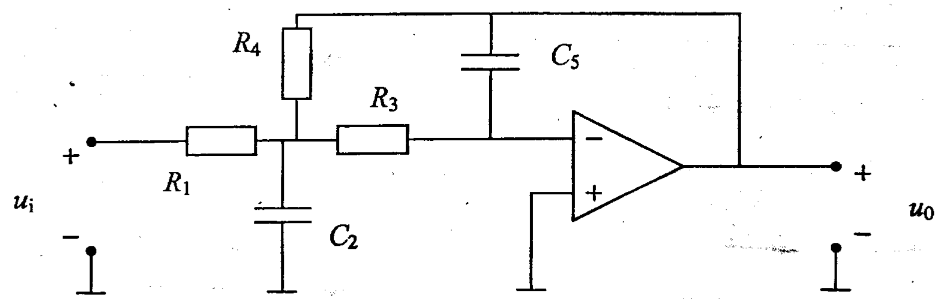

4. Beräkna förstärkningsfaktorn $u_0/u_i$ med belastningsresistansen $R_L$ kopplad till utgången på transistorförstärkaren. Beräkna även förstärkarens inresistans och utresistans (med $R_L$ bortkopplad). Kapacitansernas impedans kan försummas vid aktuella signalfrekvenser.

För transistorn gäller: $h_{fe}=75,\ h_{ie}=200\,\Omega,\ h_{oe}=h_{re}=0$

$R_L=R_C=2\,\mathrm{k}\Omega,\ R_{B1}=R_{B2}=100\,\mathrm{k}\Omega$



5. Ta fram förstärkarens överföringsfunktion $u_0/u_i$. Beräkna $R_1$ så att förstärkarens stegsvar blir så snabbt som möjligt utan att någon översväng erhålles. Antag ideal operationsförstärkare.
$R_3 = 1.0\,\mathrm{k\Omega}$, $R_4 = 5.0\,\mathrm{k\Omega}$, $C_2 = 1.0\,\mu\mathrm{F}$ och $C_5 = 0.20\,\mu\mathrm{F}$



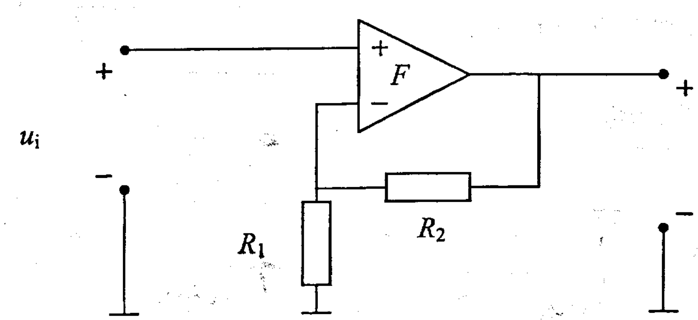

6. En operationsförstärkare ( ej ideal) har följande data.

$$F = \frac{F_0}{1 + s/\omega_1} \;, \quad \omega_1 = 15 \text{ r/s}$$

$$50000 \le F_0 \le 300000$$

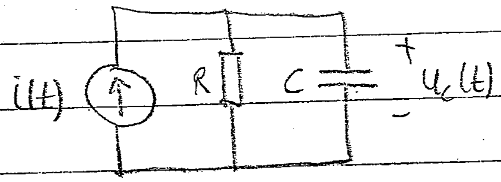
$$Z_{in} = \infty,\ Z_{ut} = 0$$

Operationsförstärkaren skall användas för att bygga förstärkarsteg enligt figur. Förstärkarstegen skall ha en garanterad längsta stigtid $t_r \le 75\ \mu\mathrm{s}$. Beräkna inom vilka gränser som förstärkarens maximala förstärkning $u_0/u_i$ kommer att variera.
$R_1 = 1\ \mathrm{k\Omega}$ .



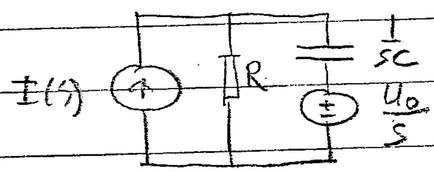
Elektr. Nät och System, F2  ESS 115  021214

1

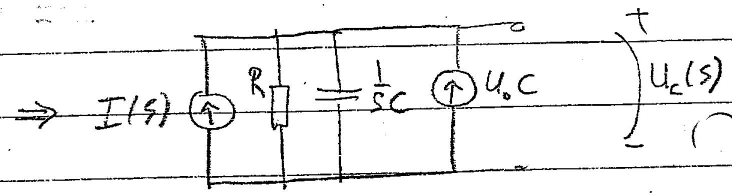



Beg. spänning $u_c(t)\big|_{t=0} = u_0 = 1V$

Laplacetransf. nätet

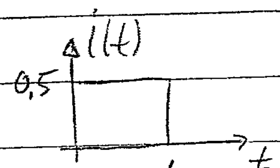



$\Rightarrow$




$$U_c(s) = \left(I(s) + u_0 C\right) \cdot R \,/\!/\, \frac{1}{sC} = \left(I(s) + u_0 C\right) \frac{R \cdot \frac{1}{sC}}{R + \frac{1}{sC}} =$$

$$= \left(I(s) + u_0 C\right) \frac{R}{1 + sRC}$$




$$i(t) = 0{,}5\left(\theta(t) - \theta(t-1)\right)$$

$$I(s) = 0{,}5\left(\frac{1}{s} - \frac{1}{s}e^{-s}\right) = \frac{1}{2}\,\frac{(1-e^{-s})}{s}$$

$$U_c(s) = \left(\frac{1}{2}\cdot\frac{1-e^{-s}}{s} + u_0 C\right)\frac{R}{1+sRC} = \left\{\begin{matrix} R=2, & C=0{,}5 \\ u_0 = 1 & \end{matrix}\right\} =$$

$$= \left(\frac{1-e^{-s}}{s} + 1\right)\cdot\frac{1}{1+s} = \frac{1-e^{-s}}{s(s+1)} + \frac{1}{s+1} =$$

$$= \frac{1}{s(s+1)} + \frac{1}{s+1} - \frac{e^{-s}}{s(s+1)} = \left\{\frac{1}{s(s+1)} = \frac{1}{s} - \frac{1}{s+1}\right\} =$$

$$= \frac{1}{s} - \frac{e^{-s}}{s} + \frac{e^{-s}}{s+1} \quad \text{Inv. transf.}$$

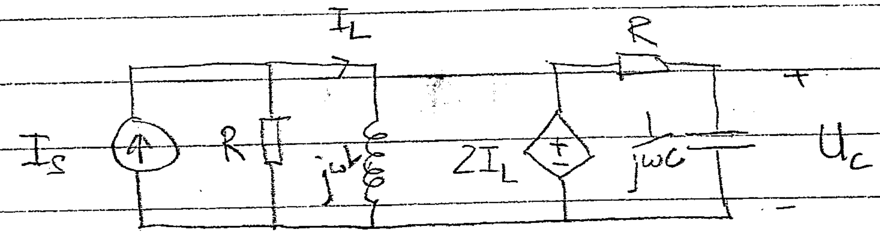
$$u_c(t) = \theta(t) - \theta(t-1) + e^{-(t-1)}\,\theta(t-1)$$

ESS115
021214

$j\omega$- transformera

(2.)

$I_s = 1\angle 0^\circ$ A
$\omega = 100$ r/s
$\omega C = 0{,}1$
$\omega L = 10$
$R = 10$




Strömdelning $\quad I_L = I_s \cdot \dfrac{\frac{1}{j\omega L}}{\frac{1}{R} + \frac{1}{j\omega L}} = \dfrac{R}{R + j\omega L}$

Sp. delning $\quad U_C = 2I_L \cdot \dfrac{\frac{1}{j\omega C}}{R + \frac{1}{j\omega C}} = 2I_L \dfrac{1}{1 + j\omega RC}$

$$U_C = \frac{2R}{R + j\omega L} \cdot \frac{1}{1 + j\omega RC} =$$

$$= \frac{2 \cdot 10}{10 + j10} \cdot \frac{1}{1+j} = \frac{2}{(1+j)(1+j)} =$$

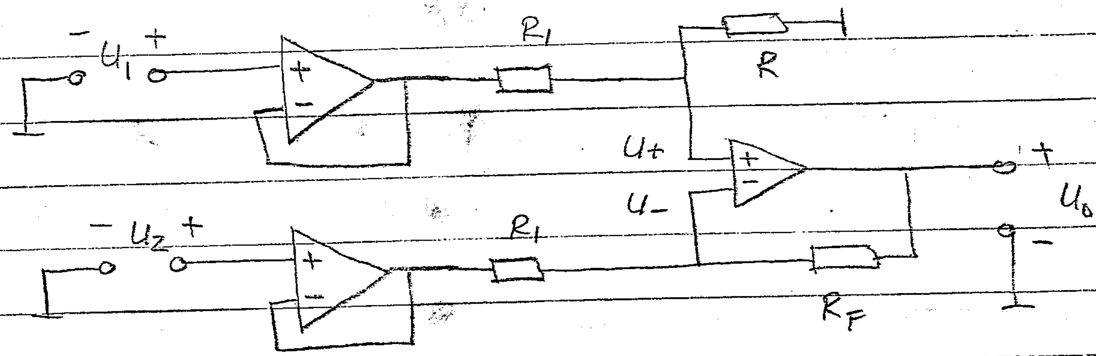
$$= \frac{2}{1 + j + j - 1} = \frac{2}{2j} = -j$$

$$U_c = -j = 1\angle -90^\circ$$

$\therefore \quad u_c(t) = 1 \cdot \cos(\omega t - 90^\circ) = \sin(\omega t) = \sin(100t)$ V

ESS115
021214

3.




Ideala Op-först. + Neg. återkoppl. $\Rightarrow \varepsilon = 0$

$$\begin{cases} u_+ = u_1 \dfrac{R}{R_1+R} & \text{Sp. delning} \\ u_- = u_2 \dfrac{R_F}{R_1+R_F} + u_0 \dfrac{R_1}{R_1+R_F} & \text{Sp. delning + superposition} \end{cases}$$

$$u_+ = u_-$$

$$u_1 \frac{R}{R_1+R} = u_2 \frac{R_F}{R_1+R_F} + u_0 \frac{R_1}{R_1+R_F}$$

$$u_0 = \frac{R_1+R_F}{R_1}\left[ u_1 \frac{R}{R_1+R} - u_2 \frac{R_F}{R_1+R_F} \right]$$

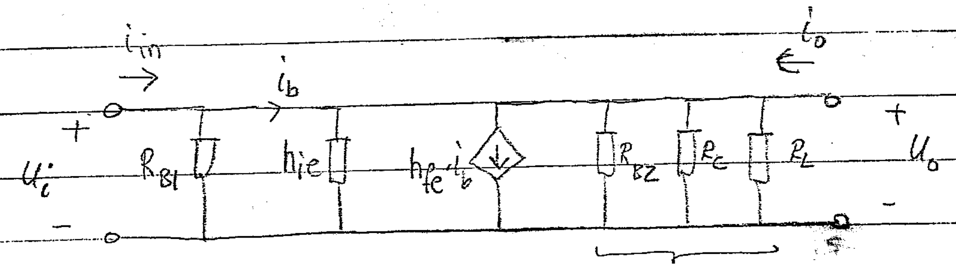
För $R = R_F$

$$u_0 = \frac{R_1+R_F}{R_1} \cdot \frac{R_F}{R_1+R_F}(u_1 - u_2) = \frac{R_F}{R_1}(u_1 - u_2)$$

Svar: $R = R_F$ och $K = \dfrac{R_F}{R_1}$

ESS115
02 12 14

(4) Småsignalschema $\frac{1}{\omega C} \to 0$




$R' = R_{B2} /\!/ R_C /\!/ R_L$ $\qquad \frac{1}{R'} = \frac{1}{R_{B2}} + \frac{1}{R_C} + \frac{1}{R_L}$

$$\begin{cases} u_i = i_b \cdot h_{ie} \\ u_o = -h_{fe} \cdot i_b \cdot (R_{B2} /\!/ R_C /\!/ R_L) \end{cases}$$

$\Rightarrow R' = 990\,\Omega$

$$\frac{u_o}{u_i} = -\frac{h_{fe}}{h_{ie}}(R_{B2} /\!/ R_C /\!/ R_L) = \ldots = -371$$

$$\frac{1}{R_{B2}} + \frac{1}{R_C} + \frac{1}{R_L} = \frac{R_C R_L + R_{B2} R_L + R_{B2} R_C}{R_{B2} R_C R_L} \Rightarrow \frac{u_o}{u_i} = -\frac{h_{fe} R_{B2} R_C R_L}{h_{ie}(R_C R_L + R_{B2} R_L + R_{B2} R_C)}$$

Inimpedans $\quad R_{in} = \frac{u_i}{i_{in}}$ ($R_L$ bortkopplad)

$$u_i = i_{in}(R_{B1} /\!/ h_{ie}) = i_{in}\left(\frac{R_{B1} \cdot h_{ie}}{R_{B1} + h_{ie}}\right)$$

$$R_{in} = \frac{u_i}{i_{in}} = \frac{R_{B1} \cdot h_{ie}}{R_{B1} + h_{ie}} = \ldots = 199{,}6 \approx 200\,\Omega$$

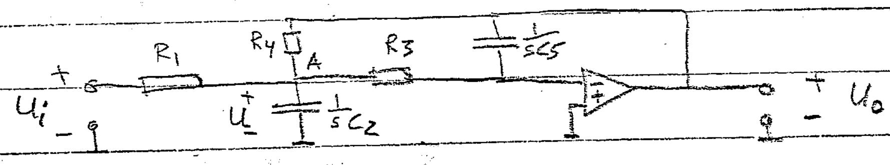
Utimpedans $\quad R_{ut} = \frac{u_o}{i_o}$ ($u_i = 0$ och $R_L$ bortkopplad)

$u_o = i_o \, R_{B2} /\!/ R_C$ (ty $i_b = 0$)

$$R_{ut} = \frac{u_o}{i_o} = \frac{R_{B2} \cdot R_C}{R_{B2} + R_C} = 1{,}96\ k\Omega$$

ESS 115
021214

5




Ideal Op-amp
Neg. återk.
$\Rightarrow \varepsilon = 0$

$$\begin{cases} \dfrac{u_i - u}{R_1} + \dfrac{u_o - u}{R_4} - \dfrac{u}{R_3} - u \cdot sC_2 = 0 \quad (KCL)_A \\[2ex] \dfrac{u}{R_3} + u_o \cdot sC_5 = 0 \quad (KCL) \Rightarrow u = -u_o\, sR_3C_5 \end{cases}$$

$$\frac{u_i}{R_1} = u\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_3} + sC_2\right) - \frac{u_o}{R_4}$$

$$u_i = -u_o\left[sR_3C_5\left(1 + \frac{R_1}{R_4} + \frac{R_1}{R_3} + sR_1C_2\right) + \frac{R_1}{R_4}\right]$$

$$\Rightarrow \frac{u_o}{u_i} = -\frac{1/R_1R_3C_2C_5}{s^2 + s\frac{1}{C_2}\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4}\right) + \frac{1}{R_3R_4C_2C_5}}$$

Max snabbt stegsvar, ej översväng $\Rightarrow$ dubbelpol

$$\frac{u_o}{u_i} = -\frac{K}{(s+\omega_o)^2} = -\frac{K}{s + s2\omega_o + \omega_o^2}$$

$$\omega_o^2 = \frac{1}{R_3R_4C_2C_5} = \;.... = 10^6 \Rightarrow \omega_o = 10^3$$

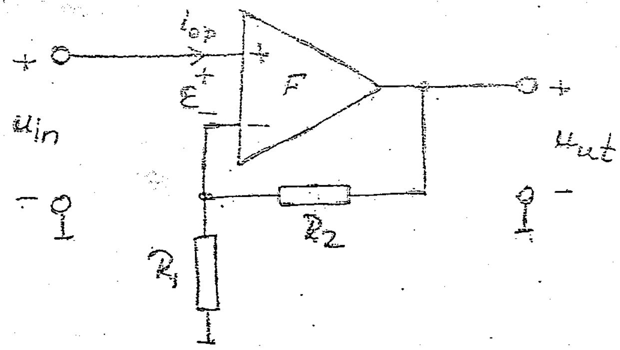
$$2\omega_o = \frac{1}{C_2}\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4}\right) \Rightarrow \frac{1}{R_1} = 2\omega_o C_2 - \frac{1}{R_3} - \frac{1}{R_4}$$

$$\frac{1}{R_1} = 2 \cdot 10^3 \cdot 10^{-6} - \frac{1}{10^3} - \frac{1}{5 \cdot 10^3} = 8 \cdot 10^{-4}$$

$R_1 = 1{,}25\ k\Omega$

(6)

ESS 115
021214




$i_{op} = 0$, $\varepsilon \neq 0$ ty F är ändlig

$$\begin{cases} u_{in} = \varepsilon + u_{ut}\dfrac{R_1}{R_1+R_2} \\ \varepsilon = \dfrac{u_{ut}}{F} \end{cases} \qquad F = \frac{F_0}{1+s/\omega_1}$$

$$u_{in} = \frac{u_{ut}}{F} + u_{ut}\frac{R_1}{R_1+R_2} = u_{ut}\,\frac{R_1+R_2+FR_1}{F(R_1+R_2)} = \frac{1+F\frac{R_1}{R_1+R_2}}{F}\cdot u_{ut}$$

$$\frac{u_{ut}}{u_{in}} = \frac{F}{1+F\frac{R_1}{R_1+R_2}} = \frac{F_0}{1+s/\omega_1+\frac{R_1}{R_1+R_2}F_0} = \frac{F_0}{1+\frac{R_1}{R_1+R_2}F_0}\cdot\frac{1}{1+\frac{s}{\omega_1\left(1+\frac{R_1}{R_1+R_2}F_0\right)}}$$

Övre gränsfrekvensen blir lägst då $F_0 = F_{0MIN}$

$$\omega_{0\,MIN}'' = \omega_1\left(1+\frac{R_1}{R_1+R_2}F_{0min}\right) = 15\left(1+\frac{R_1}{R_1+R_2}50000\right)$$

$$\tau_{max} = 2{,}2\,\frac{1}{\omega_{0MIN}''} = \frac{2{,}2}{15\left(1+\frac{R_1}{R_1+R_2}50000\right)} = 75\cdot10^{-6}$$

$$\frac{R_1}{R_1+R_2} = \left(\frac{2{,}2}{15\cdot75\cdot10^{-6}}-1\right)\frac{1}{50000} = 0{,}03909$$

$$\underline{F_{tot\,MAX}} = \frac{F_{0MAX}}{1+\frac{R_1}{R_1+R_2}F_{0MAX}} = \frac{300000}{1+0{,}03909\cdot300000} = 25{,}58$$

$$F_{tot\,MIN} = \frac{F_{0MIN}}{1+\frac{R_1}{R_1+R_2}F_{0MIN}} = \frac{50000}{1+0{,}03909\cdot50000} = 25{,}57$$

Svar $\underline{\underline{25{,}57 \leq F_{tot} \leq 25{,}58}}$