Tentamen i
ESS 115 Elektriska nät och System, för F2
den 5 april 2002 kl 8.45-12.45, sal M

Examinator: Univ.lektor Ants R. Silberberg, ankn. 1808 .

OBS! Uppgifterna är ordnade helt slumpmässigt. Läs igenom hela tentan innan du börjar lösa någon av uppgifterna.

Varje approximation och uppsatt samband skall motiveras.

Lösningarna anslås måndagen den 8 april på institutionens anslagstavla.

Betygslistan anslås fredagen den 19 april kl 10 på institutionens anslagstavla.

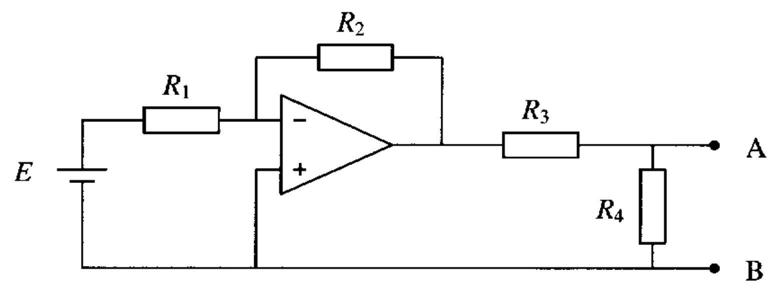
Granskning av rättning får ske tisdagen den 23 april kl 12.30-14.30 på institutionen.

För godkänd tentamen fordras 8 poäng. Nöjaktigt behandlad uppgift ger 3 poäng.

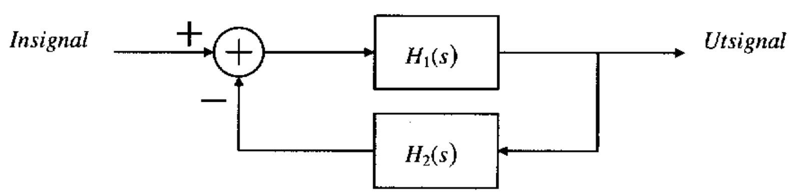
Tillåtna hjälpmedel: tabellverket CRC Standard Mathematical Tables, Nordling & Österman: Physics Handbook, och BETA Mathematics Handbook.
Typgodkänd kalkylator.

OBS! Skriv tydligt ditt namn och personnummer på varje sida och gör noteringarna på försättsbladet.

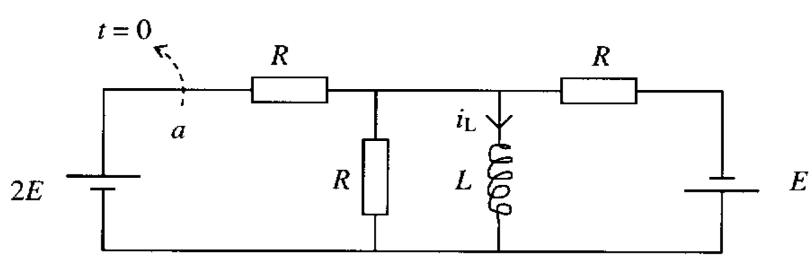
1. Beräkna Thevenins ekvivalenta krets med avseende på noderna A-B. Antag ideal operationsförstärkare.
   $E = 6$ V, $R_1 = 2$ kΩ, $R_2 = 8$ kΩ, $R_3 = 4$ kΩ, $R_4 = 12$ kΩ,



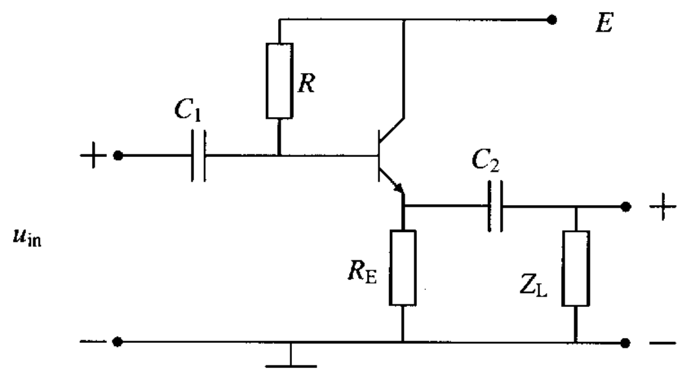
2. Ett system med överföringsfunktionen $H_1(s) = (s\text{-}2)^{-1}$ återkopplas enligt figur med ett annat system, $H_2(s) = K$, där K är en reell konstant. För vilka värden på K blir systemet stabilt?



3. I kretsen i figuren råder stationärt tillstånd. Vid tidpunkten t=0 öppnas brytaren a . Beräkna strömmen $i_L(t)$ genom induktansen L. Vid vilken tidpunkt är strömmen $i_L(t)$ genom induktansen medelvärdet av startvärdet, $i_L(0)$, och slutvärdet, $i_L(\infty)$, för $t \geq 0$. (Notera polariteten hos likspänningskällorna.)

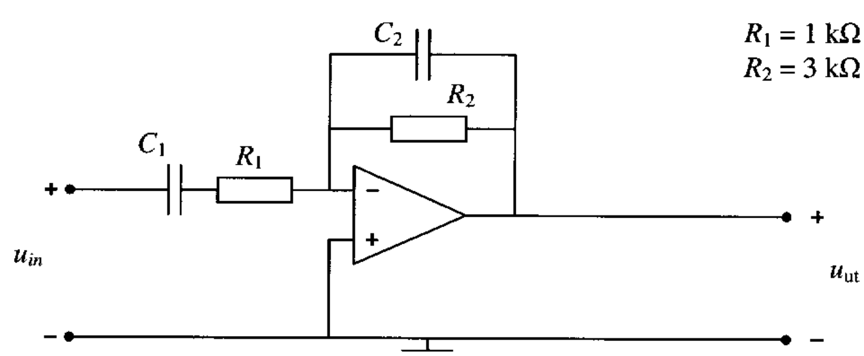


4. Förstärkarsteget i figuren belastas kapacitivt med en kapacitans på 10 μF (Z_L i figuren). Beräkna spänningen u_L över Z_L då $u_{in}(t)=10\sin(10^3t)$ mV. Antag att sinusformat stationärtillstånd råder. Antag vidare att kopplingskondensatorerna C_1 och C_2 är stora och att deras impedans kan försummas vid aktuell signalfrekvens.



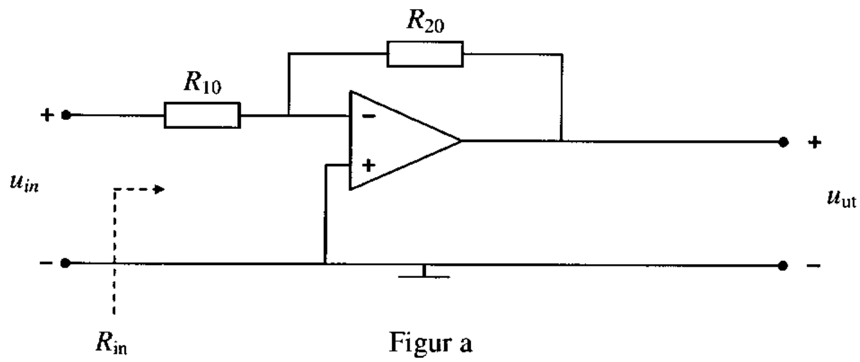
$R = 500$ kΩ, $R_E = 5$ kΩ, $E = 12$ V
För transistorn gäller: $h_{ie} = 4$ kΩ och $h_{fe} = 50$. Övriga parametrar kan försummas.

5. Utgå ifrån filterkopplingen i figuren där operationsförstärkaren kan anses vara ideal. Hur skall C_1 och C_2 väljas om man önskar en undre gränsfrekvens på f_1=100 Hz och en övre gränsfrekvens på f_2=15 kHz för ett enskilt filtersteg? Om tre lika filtersteg enligt figuren kaskadkopplas, vilken blir då det totala filtrets stigtid?



$R_1 = 1$ kΩ
$R_2 = 3$ kΩ

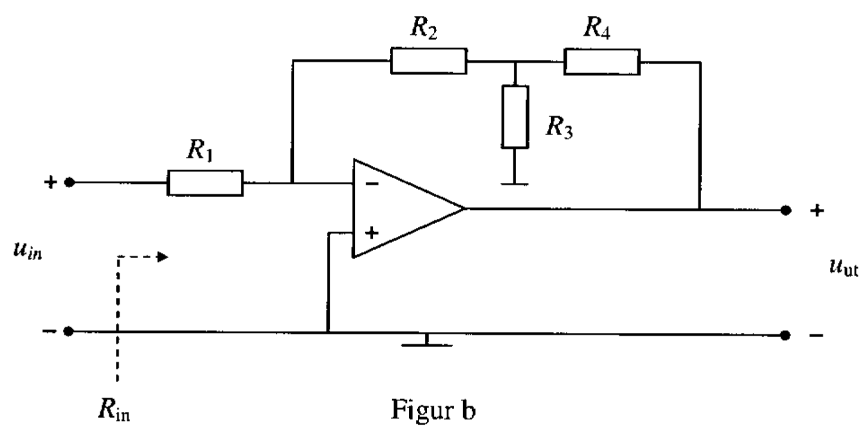
6. En förstärkare med inimpedans 1 MΩ och förstärkning -100 ggr önskas. Detta kan erhållas med en enkel operationsförstärkarkoppling enligt figur a.



Figur a

Då blir $R_{\text{in}}=R_{10}$ som väljs till 1 MΩ och förstärkningen $u_{\text{ut}}/u_{\text{in}} = -R_{20}/R_{10}$ som blir det önskade värdet med R_{20} = 100 MΩ.

Ofta är det dock opraktiskt med höga resistansvärden. Då kan en annan koppling användas, se figur b. Bestäm R_1 och R_3 i kretsen i figur b så att ovan angivna värden för inimpedans och färstärkning erhålls. Valda värden hos dessa resistanser får ej överstiga 1 MΩ. Antag ideala op. förstärkare samt att $R_2 = R_4$ = 1 MΩ.



Figur b

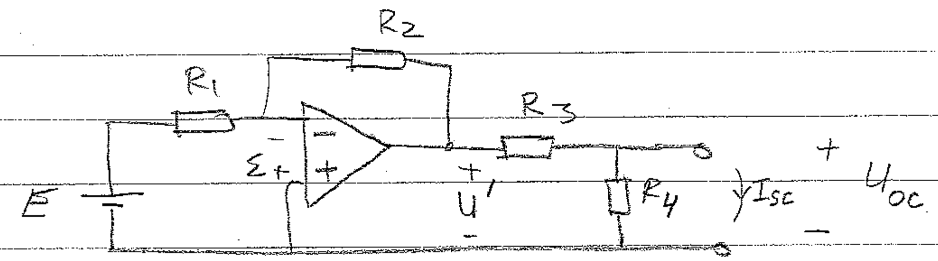
Elektriska nät och system

TENTALÖSNING ESS 115

ENS, F2

020405

1



Ideal op-först
Neg. återk.
$\Rightarrow \varepsilon = 0$

- Beräkna tomgångssp. U_{oc}.

$$\frac{U'}{E} = -\frac{R_2}{R_1} \quad ; \quad U_{oc} = U' \frac{R_4}{R_3 + R_4}$$

$$\Rightarrow U_{oc} = -E\frac{R_2}{R_1} \cdot \frac{R_4}{R_3+R_4} = -6\,\frac{8}{2} \cdot \frac{12}{4+12} = -18\text{ V}$$

- Beräkna kortslutningsström ; I_{sc}

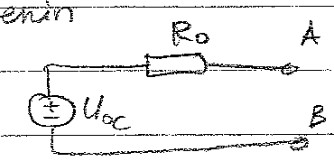
$$U' = -E\frac{R_2}{R_1} \quad ; \quad I_{sc} = U' \frac{1}{R_3}$$

$$I_{sc} = -E\frac{R_2}{R_1} \cdot \frac{1}{R_3} = -\frac{6 \cdot 8 \cdot 10^{-3}}{2 \cdot 4} = -6\text{ mA}$$

- Ekv. Impedans

$$R_0 = \frac{U_{oc}}{I_{sc}} = \frac{18}{6 \cdot 10^{-3}} = 3\text{ k}\Omega$$

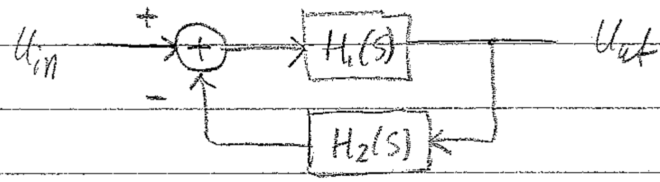
Thevenin



$U_{oc} = -18\text{ V}$, $R_0 = 3\text{ k}\Omega$

(2)

ENS, F2
020405



$$H_1(s) = \frac{1}{s-2}$$

$$H_2(s) = K$$

$$G(s) = \frac{U_{in}}{U_{ut}} = \frac{H_1(s)}{1 + H_1(s)H_2(s)} =$$

$$= \frac{\frac{1}{s-2}}{1 + \frac{K}{s-2}} = \frac{1}{S-2+K} = \frac{1}{S+K-2}$$

Antag kausalt system

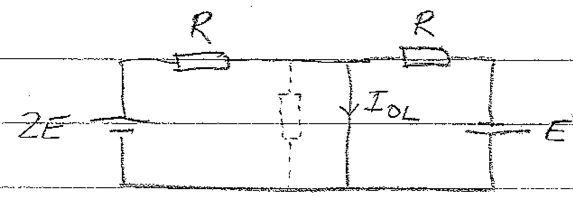
För stabilitet: pol i VHP

$K - 2 > 0 \Rightarrow K > 2$

Svar: $K > 2$

EMS, F2
020405

(3) $t<0$

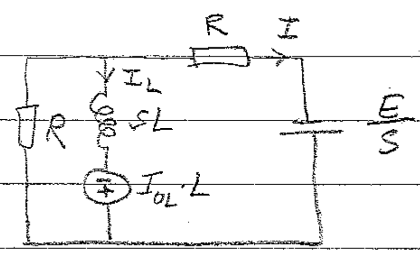


Induktans "kortsluten". ty DC-nät.
Superposition ger

$$I_{0L} = \frac{2E}{R} - \frac{E}{R} = \frac{E}{R} \quad \text{(beg. ström i L)}$$

$t \geq 0$

Lapl. transf.



$$\begin{cases} R(I+I_L) + I_L \cdot sL - I_{0L} \cdot L = 0 & \text{KVL} \\ R(I+I_L) + RI - \frac{E}{s} = 0 & \text{KVL} \end{cases} \qquad I_{0L} = \frac{E}{R}$$

$$\begin{bmatrix} R+sL & R \\ R & 2R \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_L \\ I \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} EL/R \\ \frac{E}{s} \end{bmatrix}$$

Cramers regel

$$I_L = \frac{\begin{vmatrix} \frac{EL}{R} & R \\ \frac{E}{s} & 2R \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} R+sL & R \\ R & 2R \end{vmatrix}} = \frac{2EL - \frac{RE}{s}}{2R(R+sL) - R^2} =$$

$$= \ldots = \frac{E}{R}\left(\frac{1}{s+\frac{R}{2L}}\right) - \frac{E}{2L} \cdot \frac{1}{s}\left(\frac{1}{s+\frac{R}{2L}}\right) = \begin{Bmatrix} \text{partialb.} \\ \text{uppdela} \end{Bmatrix} =$$

/forts

$$= \ldots = \frac{E}{R}\left(\frac{2}{s+\frac{R}{2L}} - \frac{1}{s}\right)$$

Inv. transf.

$$i_L(t) = \frac{E}{R}\left(2e^{-\frac{R}{2L}t} - 1\right), \quad t \geq 0$$

$$i_L(0) = \frac{E}{R}, \quad i_L(\infty) = -\frac{E}{R}$$

Medelv.: $\overline{i_L} = \dfrac{i_L(0) + i_L(\infty)}{2} = 0$

Sök t för $i_L(t) = 0$

$$\frac{E}{R}\left(2e^{-\frac{R}{2L}t} - 1\right) = 0$$

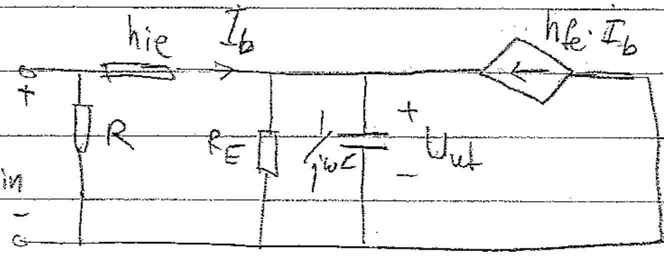
$$2e^{-\frac{R}{2L}t} = 1 \quad ; \quad e^{-\frac{R}{2L}t} = \frac{1}{2}$$

$$-\frac{R}{2L}t = \ln\frac{1}{2} \Rightarrow \frac{R}{2L}t = \ln 2$$

$$t = \frac{2L}{R}\ln 2$$

(4) Småsignalschema + jω-transformera

ENS, F2
020405



$$Z_L = \frac{1}{j\omega C}$$

$$C = 10\,\mu F$$

$u_{in}(t) = 10 \sin \omega t$ mV

$U_{in} = 10 \cdot 10^{-3} \angle 0°$

$\omega = 10^3$ r/s

$$\begin{cases} U_{in} = h_{ie} I_b + U_{ut} \\ U_{ut} = I_b (1+h_{fe}) R_E \| Z_L \end{cases}$$

$$R_E \| Z_L = \frac{R_E \frac{1}{j\omega C}}{R_E + \frac{1}{j\omega C}} = \frac{R_E}{1+j\omega R_E C}$$

$$I_b = \frac{U_{ut}}{(1+h_{fe}) R_E \| Z_L}$$

$$U_{in} = \left(\frac{h_{ie}}{(1+h_{fe}) R_E \| Z_L} + 1 \right) U_{ut} = U_{ut} \left(\frac{h_{ie} + (1+h_{fe}) \cdot R_E \| Z_L}{(1+h_{fe}) R_E \| Z_L} \right)$$

$$U_{ut} = U_{in} \frac{(1+h_{fe}) R_E \| Z_L}{h_{ie} + (1+h_{fe}) R_E \| Z_L} = \frac{(1+h_{fe}) \frac{R_E}{1+j\omega R_E C}}{h_{ie} + (1+h_{fe}) \frac{R_E}{1+j\omega R_E C}} \cdot U_{in} =$$

$$= U_{in} \frac{(1+h_{fe}) R_E}{h_{ie}(1+j\omega R_E C) + (1+h_{fe}) R_E} = U_{in} \frac{(1+h_{fe}) R_E}{h_{ie} + (1+h_{fe}) R_E + j\omega h_{ie} R_E C}$$

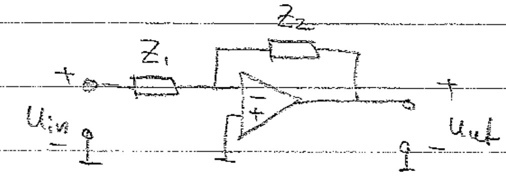
$$U_{ut} = U_{in} \cdot \frac{51 \cdot 5 \cdot 10^3}{4 \cdot 10^3 + 51 \cdot 5 \cdot 10^3 + j\, 10^3\, 4 \cdot 10^3 \cdot 5 \cdot 10^3 \cdot 10 \cdot 10^{-6}} =$$

$$= U_{in} \cdot \frac{255}{259 + j200} = U_{in} \frac{255}{327{,}2 \angle 37{,}7°} = 10 \cdot 10^{-3} \frac{255}{327{,}2} \angle -37{,}7°$$

$$\Rightarrow u_{ut}(t) = 7{,}79 \sin(\omega t - 37{,}7°) \text{ mV}$$

EMS, F2
020405

(5)



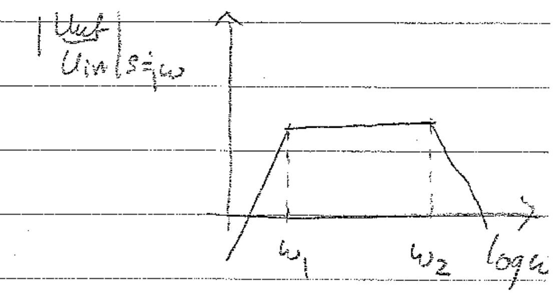
Neg. återk, Ideal Op-amp $\Big\} \Rightarrow \varepsilon = 0$

$$\frac{u_{ut}}{u_{in}} = -\frac{Z_2}{Z_1} \qquad Z_1 = R_1 + \frac{1}{sC_1} = \frac{sR_1C_1 + 1}{sC_1}$$

$$Z_2 = R_2 \parallel \frac{1}{sC_2} = \frac{R_2 \frac{1}{sC_2}}{R_2 + \frac{1}{sC_2}} = \frac{R_2}{1 + sR_2C_2}$$

$$\frac{u_{ut}}{u_{in}} = -\frac{sR_2C_1}{(1+sR_1C_1)(1+sR_2C_2)} \qquad \omega_1 = \frac{1}{R_1C_1}\ ;\ \omega_2 = \frac{1}{R_2C_2}$$

$$\frac{u_{ut}}{u_{in}} = -\frac{sR_2C_1}{\left(1+\frac{s}{\omega_1}\right)\left(1+\frac{s}{\omega_2}\right)}$$



$$\omega_1 = 2\pi f_1 = \frac{1}{R_1C_1}$$

$$\omega_2 = 2\pi f_2 = \frac{1}{R_2C_2}$$

$$C_1 = \frac{1}{R_1 2\pi f_1} = \frac{1}{10^3\, 2\pi \cdot 100} \approx 1{,}6 \cdot 10^{-6} \approx \underline{\underline{1{,}6\ \mu F}}$$

$$C_2 = \frac{1}{R_2 2\pi f_2} = \frac{1}{3 \cdot 10^3\ 2\pi \cdot 15 \cdot 10^3} = 3{,}5 \cdot 10^{-9} = \underline{\underline{3{,}5\ nF}}$$

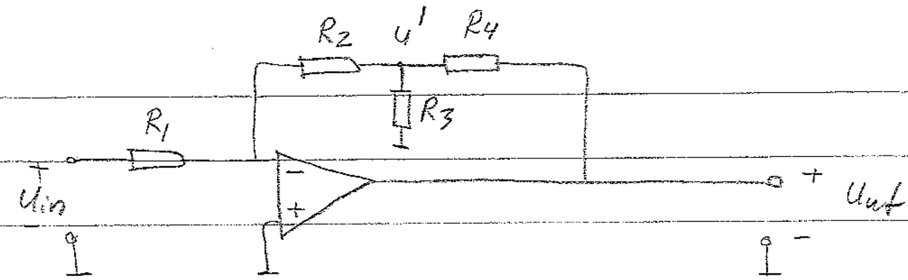
Stigtid, tre kaskadkopplade steg

$$\omega_0'' = \omega_2\sqrt{2^{1/3}-1}\ ;\ t_r\,\omega_0'' \approx 2.2$$

$$t_r \approx \frac{2.2}{\omega_0''} = \frac{2.2}{\omega_2\sqrt{2^{1/3}-1}} = \ldots = 46\ \mu s$$

ENS, F2
020405

6



Ideal op-amp
Neg. återk.
$\Rightarrow \varepsilon = 0$

$$\begin{cases} \dfrac{U_{in}}{R_1} + \dfrac{U'}{R_2} = 0 \Rightarrow U' = -\dfrac{R_2}{R_1} U_{in} \\[2ex] \dfrac{U_{in}}{R_1} + \dfrac{U_{ut} - U'}{R_4} = \dfrac{U'}{R_3} \end{cases}$$

$$\frac{U_{in}}{R_1} - U'\left(\frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4}\right) = -\frac{U_{ut}}{R_4}$$

$$U_{in}\frac{R_4}{R_1} + \frac{R_2}{R_1} U_{in}\left(\frac{R_4}{R_3} + 1\right) = -U_{ut}$$

$$\frac{U_{ut}}{U_{in}} = -\frac{R_2}{R_1}\left(1 + \frac{R_4}{R_2} + \frac{R_4}{R_3}\right)$$

$R_2 = R_4 = 1\ M\Omega$

Inimpedans $R_{in} = R_1 = 1\ M\Omega$

$$\frac{U_{ut}}{U_{in}} = -100 = -\frac{10^6}{10^6}\left(1 + \frac{10^6}{10^6} + \frac{10^6}{R_3}\right)$$

$$100 = 2 + \frac{10^6}{R_3} \quad ; \quad R_3 = \frac{10^6}{98} \approx 10.2\ k\Omega$$

Svar: $R_1 = 1\ M\Omega$
$R_3 = 10.2\ k\Omega$