Dugga ess116
Elektriska Nät och System, F2

Examinator: Ants R. Silberberg

29 oktober 2013 kl. 08.30-10.15 sal: V

Förfrågningar:	Ankn. 1597
Lösningar:	Anslås på institutionens anslagstavla, plan 5.
Bedömning:	En korrekt och välmotiverad lösning med ett tydligt angivet svar ger full poäng.

Hjälpmedel

- Typgodkänd miniräknare
- Beta Mathematics Handbook
- Physics Handbook

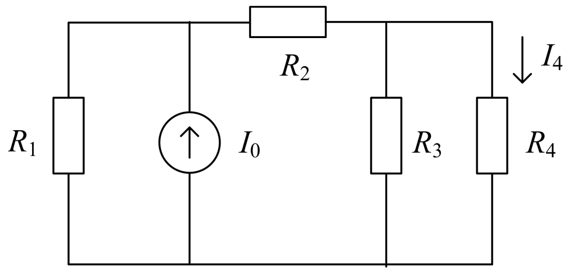
Fyra uppgifter om vardera 3 poäng. Resultat från duggan ger bonuspoäng till ordinarie tentan i december (samma år) samt två omtentor därefter enligt tabellen nedan.

Poäng	0-5	6-9	10-12
Bonus	0	1	2

Lycka till!

1. Likströmskretsen i figur 1 innehåller en oberoende strömkälla och fyra resistanser. Beräkna strömmen I_4 genom resistans R_4.

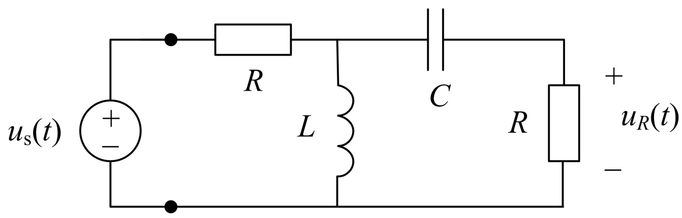
$$R_1 = 3.0 \text{ k}\Omega \qquad R_2 = 2.0 \text{ k}\Omega$$
$$R_3 = 6.0 \text{ k}\Omega \qquad R_4 = 12 \text{ k}\Omega \qquad I_0 = 9.0 \text{ mA}$$



Figur 1: Likströmskrets.

2. En växelströmskrets har ett utseende enligt figur 2. Beräkna spänningen $u_R(t)$ över en av resistanserna i kretsen. Antag sinusformat stationärtillstånd.

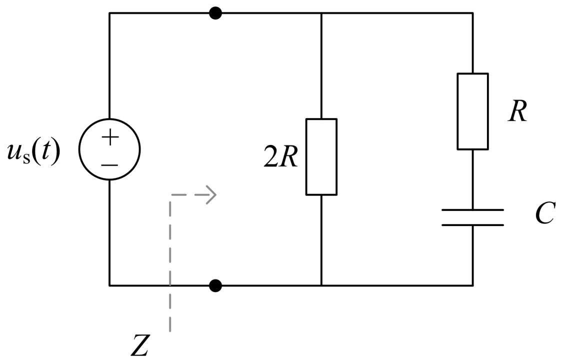
$$R = 2.0 \ \Omega$$
$$L = 4.0 \text{ mH}$$
$$C = 1.0 \text{ mF}$$
$$u_S(t) = 17.9 \cos(500t - 18.43°) \text{ V}$$



Figur 2: Växelströmskrets.

3. Växelströmskretsen i figur 3 består av en spänningskälla samt en impedans Z uppbyggd av två resistanser och en kapacitans. Beräkna den medeleffekt som upptas av impedansen Z. Antag sinusformat stationärtillstånd med $u_s(t) = 12\cos(4000t + 45°)$ V.

$R = 2.0\ \Omega$ $C = 250\ \mu\text{F}$

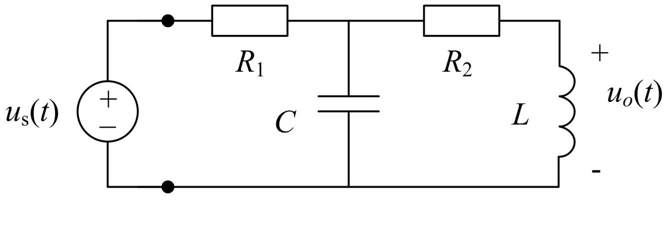


Figur 3: Växelströmskrets.

4. Beräkna spänningen $u_o(t)$ över induktansen L. Spänningskällan $u_s(t)$ utgörs av ett enhetssteg vilket betecknas med $\theta(t)$ i mattetabellen *Beta*. Kretsen saknar begynnelseenergi.

$R_1 = 1.0\ \Omega$ $R_2 = 5.0\ \Omega$ $L = 1.0$ H

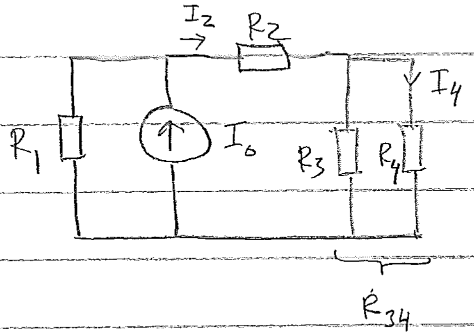
$C = \dfrac{1}{3}$ F $u_s(t) = \theta(t)$ V



Figur 4: Likströmskrets.

Dugga F2 ess116
Elektriska Nät & System
131029

1.



$R_1 = 3{,}0\ k\Omega$
$R_2 = 2{,}0\ k\Omega$
$R_3 = 6{,}0\ k\Omega$
$R_4 = 12\ k\Omega$
$I_0 = 9{,}0\ mA$

$$R_{34} = R_3 // R_4 = \frac{R_3 \cdot R_4}{R_3 + R_4} = \frac{6 \cdot 12}{6+12} \cdot 10^3 = 4 \cdot 10^3\ \Omega$$

Strömdelning: $$I_2 = I_0 \cdot \frac{R_1}{R_1 + R_2 + R_{34}} = I_0 \cdot \frac{3}{3+2+4} = \frac{I_0}{3}$$

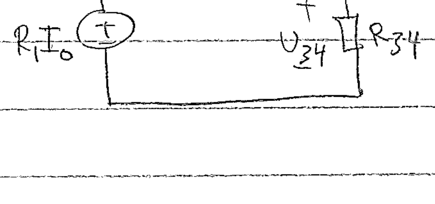
Strömdelning: $$I_4 = I_2 \frac{R_3}{R_3 + R_4} = I_2 \cdot \frac{6}{6+12} = \frac{I_2}{3}$$

$$I_4 = \frac{1}{3} I_2 = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} I_0 = \frac{1}{9} I_0 = \frac{9 \cdot 10^{-3}}{9} = 1 \cdot 10^{-3}$$

Svar: $I_4 = 1{,}0\ mA$

Alt. lösning

Norton → Thevenin



Sp. delning

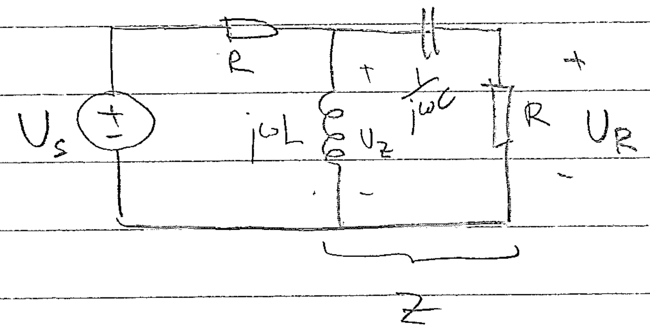
$$U_{34} = R_1 I_0 \cdot \frac{R_{34}}{R_1 + R_2 + R_{34}}$$

$$I_4 = \frac{U_{34}}{R_4} = I_0 \frac{R_1}{R_4} \cdot \frac{R_{34}}{(R_1 + R_2 + R_{34})} =$$

$$= 9 \cdot 10^{-3} \frac{3}{12} \cdot \frac{4}{(3+2+4)} = 1{,}0 \cdot 10^{-3}\ A$$

Dugga ess116
131029

2. $j\omega$-transf. kretsen



$u_s(t) = 17.9\cos(\omega t - 18.43^\circ)$

$\omega = 500$ rad/s

$U_s = 17.9\angle{-18.43^\circ}$

$L = 4.0\,mH$, $C = 1.0\,mF$

$j\omega L = j2$ $R = 2.0\,\Omega$

$\frac{1}{j\omega C} = -j2$

$$Z = j\omega L // \left(\frac{1}{j\omega C} + R\right) = \frac{j\omega L\left(\frac{1}{j\omega C} + R\right)}{j\omega L + \frac{1}{j\omega C} + R} = \frac{j2(-j2+2)}{j2 - j2 + 2} =$$

$$= j(-j2+2) = 2 + j2$$

Sp. delning $U_Z = U_s \cdot \frac{Z}{R+Z}$

Sp. delning $U_R = U_Z \cdot \frac{R}{R + \frac{1}{j\omega C}}$

$U_R = U_s \frac{Z}{R+Z} \cdot \frac{Rj\omega C}{1 + j\omega RC}$

$$U_R = U_s \frac{2+j2}{(2+2+j2)} \cdot \frac{j}{1+j} = U_s \frac{2\cancel{(1+j)} \cdot j}{2(2+j)\cancel{(1+j)}}$$

$$U_R = 17.9\angle{-18.43^\circ} \cdot \frac{1\angle 90^\circ}{\sqrt{5}\angle 26.57^\circ} =$$

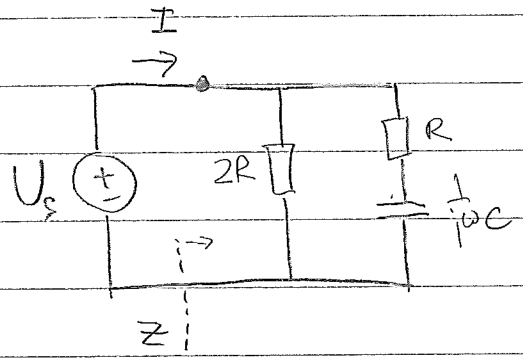
$$= \frac{17.9}{\sqrt{5}} \angle{-18.43 + 90 - 26.57} = 8.0\angle 45^\circ$$

Svar: $u_R(t) = 8.0\cos(\omega t + 45^\circ)$ V

$\omega = 500$ r/s

Dugga ess 116
131029

3. $j\omega$-transformera kretsen



$u_s(t) = 12\cos(\omega t + 45°)$ V

$\omega = 4000$ rad/s

$R = 2{,}0\ \Omega$

$$\frac{1}{j\omega C} = -j\frac{1}{4\cdot 10^3 \cdot 250\cdot 10^{-6}} = -j$$

$$Z = 2R//\left(R + \frac{1}{j\omega C}\right) = \frac{2R\left(R + \frac{1}{j\omega C}\right)}{2R + R + \frac{1}{j\omega C}} = \frac{4(2-j)}{6-j} =$$

$$= \frac{4(2-j)(6+j)}{(6-j)(6+j)} = \frac{4(12+1-j6+j2)}{37} = \frac{4(13-j4)}{37}$$

Z mottager komplex effekt $S = P + jQ$

$$S = \frac{1}{2}U_s I^* = \frac{1}{2}U_s\left(\frac{U_s}{Z}\right)^* = \frac{1}{2}\frac{|U_s|^2}{Z^*}\cdot\frac{Z}{Z} =$$

$$= \frac{1}{2}\frac{|U_s|^2}{|Z|^2}Z$$

$$|Z| = \frac{4}{37}\sqrt{13^2+4^2} \approx 1{,}47$$

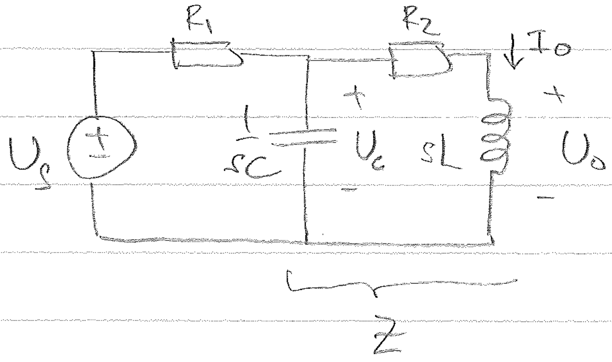
Medeleffekt $P = \mathrm{Re}\{S\} = \frac{1}{2}\frac{|U_s|^2}{|Z|^2}\cdot\mathrm{Re}\{Z\} =$

$$= \frac{1}{2}\frac{12^2}{1{,}47^2}\cdot\frac{4}{37}\cdot 13 = 46{,}8 \text{ W}$$

Svar: $P = 46{,}8$ W

Dugga ess116
131029

4. Laplacetransf. kretsen



$R_1 = 1\ \Omega$

$R_2 = 5\ \Omega$

$L = 1 H$

$C = \frac{1}{3} F$

$U_s(t) = \theta(t) \xleftrightarrow{\mathcal{L}} \frac{1}{s}$

$$Z = \frac{1}{sC} \,//\, (R_2 + sL) = \frac{\frac{1}{sC}(R_2+sL)}{\frac{1}{sC}+R_2+sL} = \frac{R_2+sL}{1+sR_2C+s^2LC}$$

Sp. delning

$$U_c = U_s \frac{Z}{R_1+Z}$$

$$I_0 = \frac{U_c}{R_2+sL} \quad ; \quad U_0 = I_0 \cdot sL$$

$$U_0 = \frac{U_c}{R_2+sL} \cdot sL = \frac{sL}{R_2+sL} \cdot U_s \frac{Z}{R_1+Z} =$$

$$= U_s \frac{sL}{R_2+sL} \cdot \frac{1}{1+\frac{R_1}{Z}} = \frac{1}{s} \cdot \frac{s}{5+s} \cdot \frac{1}{1+\frac{1+s\,5/3+s^2\frac{1}{3}}{5+s}} =$$

$$= \frac{1}{5+s+1+s\frac{5}{3}+s^2\frac{1}{3}} = \frac{3}{s^2+s(5+3)+3+15}$$

$$= \frac{3}{s^2+8s+18} = \dots = \frac{3}{(s+4)^2+2} =$$

$$= \frac{3}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{2}}{(s+4)^2+(\sqrt{2})^2}$$ Inv. Laplace ger

$$u_0(t) = \frac{3}{\sqrt{2}} e^{-4t} \sin(\sqrt{2}t) \ V, \quad t \geq 0$$