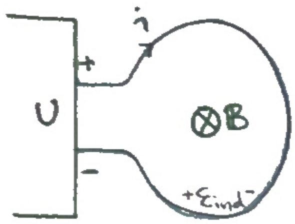
Föreläsning 20/11-13



$$\varepsilon_{ind} = -l\,\frac{di}{dt} = -\frac{d\Phi}{dt}$$

Beräkning av induktans:

1) Antag i_1
2) Beräkna B_1
3) Beräkna Φ_{12}
4) Beräkna Λ_{12}
5) Bilda $l_{12} = \Lambda_{12}/i_1$

Neumans formel:

(1) (2) $l_{12} = l_{21}$

Magnetisk energi 6.12

Det kostar energi att bygga upp B-fältet.

Om slingan resistanslös: $U + \varepsilon_{ind} = 0$

Hur mycket kostar det? : dW_m (ändring i B-fältets energi) $= dW_{batteri} = U \cdot i \cdot dt = -\varepsilon_{ind}\, i\, dt = i\, d\Phi$

För ensam slinga:

Enligt def: $\Phi = l i \Rightarrow dW_m = i\, l\, di$

Integrera: $W_m = \int_0^i i\, l\, di = \frac{1}{2} l i^2$

För N st slingor:

Arbete i slinga k: $dW_k = i_k\, d\Phi_k$

För alla slingor: $dW_m = \sum_{k=1}^{N} dW_k = \sum_{k=1}^{N} i_k\, d\Phi_k$

Låt $i_k = \alpha I_k$

$\Phi_k = \alpha \bar{\Phi}_k$

$\frac{d\Phi_k}{d\alpha} = \bar{\Phi}_k$

Totalt arbete: $W_m = \int dW_m = \sum_{k=1}^{N} I_k \bar{\Phi}_k \int_0^1 \alpha\, d\alpha = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^{N} I_k \bar{\Phi}_k$

Magnetisk energi i $\mathbb{J}$ och $\mathbb{A}$

Med $\Phi = \int \mathbb{B}\, d\mathbb{S} = \oint \mathbb{A} \cdot d\mathbb{l}$

$I = \int \mathbb{J}\, d\mathbb{s}$

$$\Rightarrow W_m = \frac{1}{2}\int_{V'} \mathbb{J} \cdot \mathbb{A}\, dV'$$

I $\mathbb{H}$ och $\mathbb{B}$

$$W_m = \frac{1}{2}\int_{V'} \mathbb{J} \cdot \mathbb{A}\, dV' = \left\{ \begin{array}{l} \text{postulat vektoridentitet} \\ \text{div. teorem} \end{array} \right\} = \dots =$$

$$= \frac{1}{2}\int_{V'} \mathbb{H} \mathbb{B}\, dV'$$

Energimetod för kraftberäkningar

I en magnetisk krets definieran I_k och Φ_k energin.

1) I_k konstant: Φ_k ändras

2) Φ_k konstant: I_k ändras.

1) $W_m = \frac{1}{2}\sum_{k=1}^{N} I_k \Phi_k$ Initial energi

$W_m' = \frac{1}{2}\sum_{k=1}^{N} I_k (\Phi_k + \partial \Phi_{-k})$ slutlig energi

Ändring: $dW_m = \frac{1}{2}\sum_{k=1}^{N} I_k \partial \Phi_k$

Batteriet tillför: $dW_s = \sum_{k=1}^{N} I_k \partial \Phi_k$ (Måste gå jämnt ut)

Mek. energi: $dW_{mek} = \mathbb{F}_I \cdot dl$

Energiprincipen: $dW_s = dW_{mek} + dW_m$

$\mathbb{F}_I \cdot dl = dW_m = (\nabla W_m) \cdot dl \qquad (\mathbb{F}_I = \nabla W_m)$

2) $\mathbb{F}_\Phi = -\nabla W_m$ (analogt resonemang)

Repetition inför duggan

E-statik

Postulat: $\begin{cases} \nabla \cdot \mathbb{E} = \rho/\varepsilon_0 \\ \nabla \times \mathbb{E} = 0 \end{cases}$

Def. av kraft: $\mathbb{F} = q\,\mathbb{E}$

Gauss lag: $\int_S \mathbb{E}\, d\mathbb{S} = \frac{Q}{\varepsilon_0}$ kräver symmetri!

Pkt-laddning: $E(R) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q}{R^2} \hat{\mathbb{R}}$

Superposition: $E(R) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \int \frac{dQ}{R^2} \hat{\mathbb{R}} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \int_{V'} \frac{\rho\, dV'}{R^2} \hat{\mathbb{R}}$

Potential: $\nabla \times \mathbb{E} = 0 \Longrightarrow \mathbb{E} = -\nabla V$

$V(R) = \int_R^{R_{Ref}} \mathbb{E} \cdot d\mathbb{l} + V(Ref)$

Pkt-laddning: $V(R) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q}{R}$

Integrera för godt. laddningsförd.: $V(R) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \int_{V'} \frac{\rho(R)\, dV'}{R}$

Metall: $\mathbb{E} = 0 \Longrightarrow V = \text{konstant}$ (metaller är ekvipot.ytor)

Materialmodell:

$\mathbb{D} = \varepsilon_0 \mathbb{E} + \mathbb{P} = \varepsilon_0 \varepsilon_r \mathbb{E}$

Randvillkor: $E_{1t} = E_{2t}$ (e-fältets tang. komp. alltid kont.)

$D_{1n} - D_{2n} = \rho_s$ (D-fältets norm. komp.)

Kapacitans: $C = Q/\Delta V$, hur mkt energi som kan lagras i ett system

Energi: $W_e = \frac{1}{2} \int_{V'} V(R)\, \rho(R)\, dV' = \frac{1}{2} \int_{V'} \mathbb{D} \cdot \mathbb{E}\, dV'$ tänk på vilket område som ska integreras över!

Kraft: $\mathbb{F}_Q = -\nabla W_e$

$\mathbb{F}_V = \nabla W_e$

Coulombs lag: $\mathbb{F} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q_1 q_2}{R_{12}^2} \hat{\mathbb{R}}_{12}$

Spegling:

Ström: $D_i = \frac{DQ}{Dt}$

Kontinuitetsekv.: $\int \mathbb{J} d\mathbb{S} = \frac{\partial Q}{\partial t}$ (laddningar kan ej förstöras, men flyttas.)

$\nabla \cdot \mathbb{J} = 0 \Leftarrow$ vid likström!

Ohms lag: $\mathbb{J} = \sigma \mathbb{E}$

Joules lag: $\underset{\text{(effekt)}}{P} = \int_{V'} \mathbb{E} \cdot \mathbb{J} \, dV'$

Randvillkor: $J_{1n} = J_{2n}$ (norm. komp. kont.)

$\frac{J_{1t}}{J_{2t}} = \frac{\sigma_1}{\sigma_2}$ (tang. komp. beror på materialen)

Resistans: $R = \frac{\Delta V}{I}$ resistans- och kapacitansberäkningar är kopplade till varandra.

Approx. beräkning: Strömrör $\Longrightarrow$ för hög resistans

Ekv. potytor $\Longrightarrow$ för låg resistans.

<u>Magnetostatik</u>

Postulat: $\begin{cases} \nabla \cdot \mathbb{B} = 0 \\ \nabla \times \mathbb{B} = \mu_0 \mathbb{J} \end{cases}$

Kraft: $\mathbb{F} = q(\mathbb{u} \times \mathbb{B})$

Amperes lag: $\oint \mathbb{B} \cdot d\mathbb{l} = \mu_0 I_0$

"linjeström": $B = \frac{\mu_0 I}{2\pi R}$

Biot-Savart: $\mathbb{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_{V'} \frac{\mathbb{J}(\mathbb{R}') \times \hat{\mathbb{R}}}{R^2} \, dV'$

Vektorpotential: $\nabla \cdot \mathbb{B} = 0 \Longrightarrow \mathbb{B} = \nabla \times \mathbb{A}$

vår vektorpotential

$$\mathbb{A} = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_{V'} \frac{\mathbb{J}(\mathbb{R}')}{R} \, dV'$$

Materialmodell:

$$\mathbb{H} = \frac{\mathbb{B}}{\mu_0} - \mathbb{M}$$

$$\Longrightarrow \mathbb{B} = \mu_0 \mu_r \mathbb{H}$$

Randvillkor: $B_{1n} = B_{2n}$

$$(\mathbb{H}_1 - \mathbb{H}_2)_{tang} = \mathbb{j}_s \times \hat{n}_2$$

Energi: $W_m = \frac{1}{2} \int_{V'} \mathbb{J} \, \mathbb{A} \, dV' = \frac{1}{2} \int_{V'} \mathbb{A} \cdot \mathbb{B} \, dV'$

Kraft: $\mathbb{F}_I = \nabla W_m$

$\mathbb{F}_\Phi = -\nabla W_m$

Amperes kraftlag: $\mathbb{F}_m = \int_{V'} \mathbb{J} \times \mathbb{B} \, dV'$