

Föreläsning 11/11-13

Joules lag 5.5

Arbete för att flytta en laddning q i fältet \mathbb{E} sträckan Δl .

$$\Delta W = q \mathbb{E} \cdot \Delta l$$

$$\text{Effekt: } \Delta P = \frac{\Delta W}{\Delta t} = q \cdot \mathbb{E} \cdot \frac{\Delta l}{\Delta t}$$

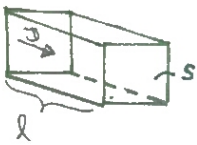
$$P = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta W}{\Delta t} = q \mathbb{E} \cdot u$$

$$\text{I en volym } dV: dP = \sum_i P_i = \mathbb{E} \cdot \left(\sum_i N_i q_i u_i \right) dV = \mathbb{E} \cdot \mathbb{J} dV = \frac{\mathbb{J}}{\sigma} \mathbb{J} dV = \frac{|\mathbb{J}|^2}{\sigma} dV$$

↑
olika laddningsbärare (i)

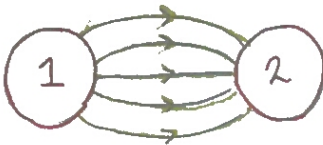
$$\text{Effekttäthet: } \frac{dP}{dV} = \mathbb{E} \cdot \mathbb{J} \quad [\text{W/m}^3]$$

För en volym V : $P = \int \mathbb{E} \cdot \mathbb{J} dV$, för en ledare med konstant tvärsnitt



$$P = \underbrace{\int \mathbb{E} dA}_U \underbrace{\int \mathbb{J} ds}_I = U \cdot I$$

Resistansberäkningar 5.7



$$\text{Resistans: } R = \frac{\Delta V}{I}$$

$$\text{Konduktans: } G = \frac{1}{R}$$

$$\text{Jämför beräkning kapacitans: } C = \frac{Q}{\Delta V} = \frac{\oint \mathbb{D} ds}{\int_1^2 \mathbb{E} \cdot d\ell} = \epsilon \frac{\oint \mathbb{E} ds}{\int_1^2 \mathbb{E} d\ell}$$

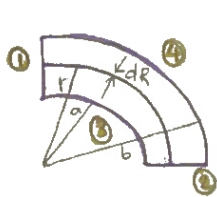
$$\text{Resistansen: } \frac{1}{R} = G = \frac{I}{\Delta V} = \frac{\int \mathbb{J} ds}{\int_1^2 \mathbb{E} \cdot d\ell} = \sigma \frac{\int \mathbb{E} \cdot ds}{\int_1^2 \mathbb{E} d\ell}$$

$$\text{Resistans och kapacitans relaterade! } \frac{G}{C} = \frac{\sigma}{\epsilon}$$

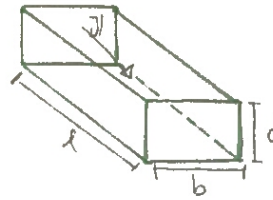
Seriekoppling: $R = \int dR$

Parallellkoppling: $G = \frac{1}{R} = \int dG$

exempel (jmf med ex 5.6)



tjocklek d



$$R = \frac{1}{\sigma} \frac{l}{bd}$$

Resistans ①-②: Summera parallella strömrör.

$$dR_{12} = \frac{1}{\sigma} \frac{\pi r}{2} \cdot \frac{1}{d dr}$$

$$dG_{12} = \frac{\sigma d dr}{\frac{\pi r}{2}} \quad , \quad G_{12} = \int_a^b \frac{\sigma d dr}{\pi r/2}$$

$$\text{②-④: } dR_{34} = \frac{dr}{\sigma \frac{\pi r}{2} \cdot d} \Rightarrow R_{34} = \int_a^b \frac{dr}{\sigma \frac{\pi r}{2} \cdot d}$$

Allmänt gäller: $R_{12} \cdot R_{34} = \left(\frac{1}{\sigma d}\right)^2 = \xi$ -ytresistivitet

Approximativ resistansberäkning (finns ej i boken)

Sats 1

En given ström som flyter i en isotrop ledare av godtycklig form fördelar sig så att totala värmefördelningen blir så liten som möjligt.

Sats 2

En given potentialskillnad...

Följsats

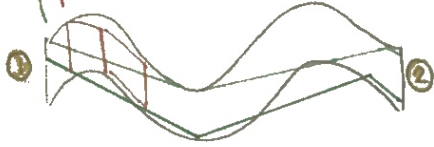
Vare ökning/minskning av resistiviteten någonstans i en ledare medför en ökning/minskning av totala resistansen.

Sats 3

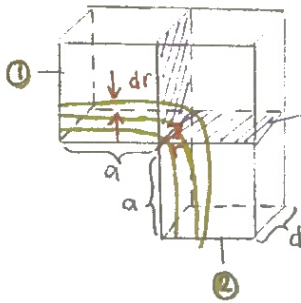
Vare approximativ strömfördelning ger för stort värde på den beräknade resistansen. Vare approximativ potentialfördelning ger för litet värde.

Räknerregel

Om vi lägger in tunna isolerande skikt som bildar strömrör får man för stor resistans.
 Om man lägger in tunna gäddligt gott ledande skikt bildar man ekvipotentialytor och man får för liten resistans.



exempel



Undre gräns

$$R_u = 2 \frac{\rho a}{\sigma a d} = \frac{2}{\sigma d}$$

Övre gräns

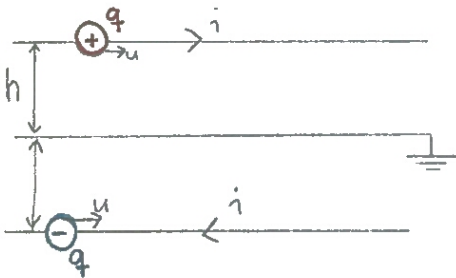
En strömbana. $dG = \sigma \frac{dr}{2a + \frac{\pi}{2}r}$

$$G = \sigma d \int_0^a \frac{dr}{2a + \frac{\pi}{2}r} = \frac{2\sigma d}{\pi} \ln\left(1 + \frac{\pi}{4}\right)$$

$$R_o = \frac{1}{G} = \frac{\pi}{2\sigma d} \frac{1}{\ln(1 + \pi/4)}$$

$$\Rightarrow \frac{2}{\sigma d} < R < \frac{2.71}{\sigma d}$$

Speglingsmetoden vid strömningsproblem



Spegling kan användas då normalkomponenten av strömstäthet är noll, $\mathbf{J} \cdot \hat{\mathbf{n}} = 0$
 (Gränsen mellan ledande/olledande material)

Uppfylls genom spegling med samma tecken och storlek.

