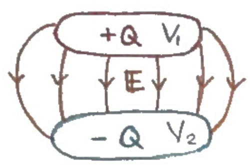
Föreläsning 1/11-13

<u>Kapacitans 3.10</u> (ej 3.10.2, 3.10.3)

Definition kapacitans: $C = \frac{Q}{V}$, C är oberoende av Q och V, ty de är linjärt beroende.

Defintionen ok för ensam ledare. $V_\infty = 0$

Kondensator



Beräkna C

1- Placera $\pm Q$ på ledarna
2- Beräkna $\mathbb{E}$ från Q
3- Beräkna $V_{12} = V_1 - V_2 = \int_1^2 \mathbb{E} \cdot d\mathbb{l}$
4- $C = Q/V_{12}$

Metod 2

1- Ge ledarna potential V_1 och V_2
2- Finn $V(R)$
3- Beräkna $\mathbb{E} = -\nabla V$
4- Beräkna $Q_1 = \oint_{S_1} \varepsilon_0 \mathbb{E}\, d\mathbb{S}$
5- $C = Q_1/(V_1 - V_2)$
(se exempel 3.17 hemma)

<u>Elektrostatisk energi 3.11</u>

① $W_1 = Q_1 \cdot 0$
② $W_2 = Q_2 \cdot \frac{Q_1}{4\pi\varepsilon_0 R_{21}}$
③ $W_3 = Q_3 \cdot \left(\frac{Q_1}{4\pi\varepsilon_0 R_{31}} + \frac{Q_2}{4\pi\varepsilon_0 R_{32}}\right)$
⋮
ⓝ $W_n = Q_n \cdot \left(\frac{Q_1}{4\pi\varepsilon_0 R_{n1}} + \dots + \frac{Q_{n-1}}{4\pi\varepsilon_0 R_{n,n-1}}\right)$

Har utgått från $W_{mek} = q\,(V(P_2) - V(P_1))$ och har satt vår ref.pkt i ∞
$\Rightarrow W_{mek} = q \cdot V$

Total energi: $W_e = \sum_{k=1}^{n} W_k$

Börja med Q_n
$W'_n = Q_n \cdot 0$
$W'_{n-1} = Q_{n-1}\left(\frac{Q_n}{4\pi\varepsilon_0 R_{n-1,n}}\right)$
⋮
$W'_1 = Q_1\left(\frac{Q_n}{4\pi\varepsilon_0 R_{1n}} + \frac{Q_{n-1}}{4\pi\varepsilon_0 R_{1,n-1}} + \dots + \right)$

Beräkna $2W_e = \sum_{k=1}^{n}(W_k + W_k') = \left\{\text{har nu att alla termer i summan är lika stora}\right\} =$

$= Q_1V_1 + Q_2V_2 + Q_3V_3 + \dots + Q_nV_n \Longrightarrow W_e = \frac{1}{2}\sum_{k=1}^{n} Q_k V_k$

Generalisera:

$V_k \rightarrow V(R)$

$Q_k \rightarrow \rho(R)dV$ (se exempel 3.24 hemma)

$$\Rightarrow W_e = \frac{1}{2}\int_{V'} V(R)\rho(R)dV'$$

Alternativ form på energin:

$$W_e = \frac{1}{2}\int_{V'} V(R)\rho(R)dV' = \frac{1}{2}\int_{V'} V(\nabla\cdot\mathbb{D})dV' = \{\nabla\cdot(V\mathbb{D}) = V\cdot(\nabla\cdot\mathbb{D}) + \mathbb{D}\cdot\nabla V\} =$$

$$= \frac{1}{2}\int_{V'}(\nabla\cdot(V\mathbb{D}) - \mathbb{D}\cdot\nabla V)dV' = \underbrace{\frac{1}{2}\oint_{S'} V\mathbb{D}\cdot d\mathbb{S}}_{\substack{\rightarrow 0 \text{ då } R\rightarrow\infty \\ \text{ty } V\approx 1/R,\ D\approx 1/R^2 \\ dS\approx R^2}} + \frac{1}{2}\int_{V'}\mathbb{D}\cdot\mathbb{E}\,dV'$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}\int_{V'} V(R)\rho(R)dV' = \frac{1}{2}\int_{V'}\mathbb{D}\cdot\mathbb{E}\,dV'$$

<u>Energimetoder för kraftberäkning 3.11.2</u>

Coloumb's lag bra med fåtal laddningar

Istället kan vi relatera ändringar i elektrostatisk energi till kraft.

① system av kroppar med fix laddning

② system av ledande kroppar med fix potential.

① $dW = \mathbb{F}_Q\cdot d\mathbb{l}$ Mek. arbete utfört av systemet. se ex. 3.26 hemma

$dW = -dW_e = \mathbb{F}_Q\cdot d\mathbb{l}$

Förändring i elektrisk energi:

från $W_e = \frac{1}{2}\sum_{k=1}^{n} Q_k V_k$ till $W_e = \frac{1}{2}\sum_{k=1}^{n} Q_k(V_k + dV_k)$ fix laddning.

ekv. 2.8.8 $dW_e = \nabla W_e\cdot d\mathbb{l}$

$$\Rightarrow -\nabla W_e\cdot d\mathbb{l} = \mathbb{F}_Q\cdot d\mathbb{l} \Rightarrow \mathbb{F}_Q = -\nabla W_e \quad \text{t.ex } (F_Q)_x = -\frac{\partial W_e}{\partial x}$$