Föreläsning 29/10-13

kap 1.1, 1.2, 1.3

Den elektromagnetiska modellen
(klassisk fysik)

Elektromagnetisk fältteori – studera elektriska laddningar i vila och rörelse. Vi utgår från den fundamentala storheten, elektrisk laddning Q.

Den elektriska laddningen är bevarad (i vår teori)

Vi studerar kraftverkan över avstånd $\Longrightarrow$ fältmodell.

Makroskopisk modell – makroskopiska laddningstätheter.

$$\rho(\mathbb{r}, t) = \lim_{\Delta V \to 0} \frac{\Delta q}{\Delta V}$$

ΔV innehåller laddning Δq, ρ är homogen i ΔV.

$[\rho] = As/m^3 = C/m^3$

$$\rho_s = \lim_{\Delta S \to 0} \frac{\Delta q}{\Delta S}$$ ytladdningstäthet

$$\rho_l = \lim_{\Delta l \to 0} \frac{\Delta q}{\Delta l}$$ linjeladdningstäthet

Elektrostatik 3.1, 3.2

Laddningar i vila ger upphov till krafter på andra laddningar. Vi beskriver detta mha det elektriska fältet $\mathbb{E}$.

Kraft på en testladdning: $\mathbb{F} = q\mathbb{E}$, $[\mathbb{E}] = V/m$

Elektrostatiken definieras av två postulat:

$$\nabla \cdot \mathbb{E} = \rho/\varepsilon_0$$

$$\nabla \times \mathbb{E} = 0$$

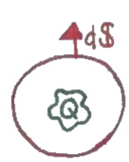
Naturkonstant: $\varepsilon_0 \approx \frac{10^{-9}}{36\pi}$ As/Vm

Gauss lag

$\nabla \cdot \mathbb{E} = \rho/\varepsilon_0$

Tag volymintegral: $\int \nabla \cdot \mathbb{E} \, dV = \int \frac{\rho}{\varepsilon_0} dV$

$$\underbrace{\oint_S \mathbb{E} \cdot d\mathbb{S} = \frac{Q}{\varepsilon_0}}_{\text{divergens-teoremet}}$$



Konservativt fält

$\nabla \times \mathbb{E} = 0$

integrera över en yta: $\int_S \nabla \times \mathbb{E} \cdot d\mathbb{S} = 0$ Stokes sats

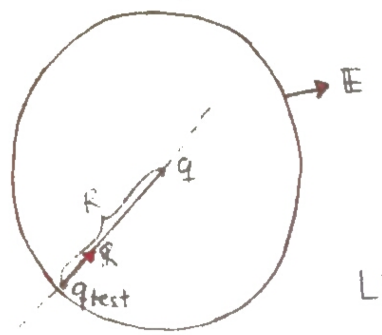
$\oint_L \mathbb{E} \cdot d\mathbb{l} = 0$

Vektoridentiteten: $\nabla \times \nabla A = 0$

→ Definiera en potential $\mathbb{E} = -\nabla V$

↑ mer om minustecknet snart...

Coulombs lag 3.3



Från symmetri: $\mathbb{E} = \hat{\mathbb{R}} E(R)$

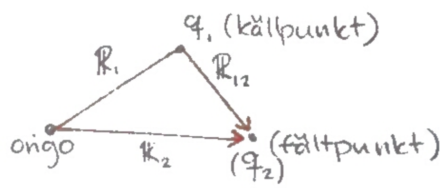
Stoppa in i Gauss lag:

$\int_S E(R)\hat{\mathbb{R}} \cdot \hat{\mathbb{R}}\, dS = q/\varepsilon_0$

$4\pi R^2 E(R) = q/\varepsilon_0$

Lös ut: $\mathbb{E}(R) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q}{R^2} \hat{\mathbb{R}}$

Nu lade vi q i origo, men egentligen:



I kursboken
$\mathbb{R}_1 = \mathbb{R}'$
$\mathbb{R}_2 = \mathbb{R}$

Läs i boken,

$$\mathbb{E}(\mathbb{R}_2) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q_1}{R_{12}^2} \hat{\mathbb{R}}_{12} \quad ; \ |\mathbb{R}_{12}| = R_{12}$$

Placera en laddning q_2 i fältet från q_1,

$$\mathbb{F}_{12} = q_2 \mathbb{E}_1(\mathbb{R}_2) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q_1 q_2}{R_{12}^2} \hat{\mathbb{R}}_{12} \qquad \text{Coulombs lag}$$

Lagen om kraft och motkraft ger $-\mathbb{F}_{12} = \mathbb{F}_{21}$

Superposition gäller ⇒ Fält från diskreta laddningar kan summeras:

$$\mathbb{E}(\mathbb{R}) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \sum_{k=1}^{n} \frac{q_k (\mathbb{R} - \mathbb{R}_k')}{|\mathbb{R} - \mathbb{R}_k'|^3}$$

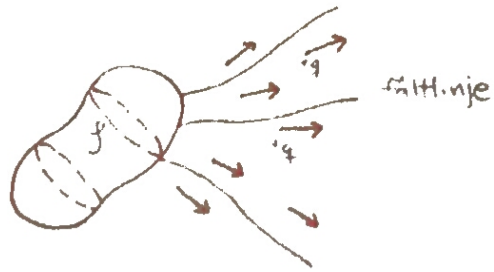
Fältet från kontinuerliga laddningsfördelningar:

$$\mathbb{E}(\mathbb{R}) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \int \frac{dQ}{R^2} \hat{\mathbb{R}} = \{\text{volym}\} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \int_V \frac{\rho\, dV}{R^2} \hat{\mathbb{R}}$$

För yta $dQ = \rho_s dS$, För linje $dQ = \rho_\ell d\ell$

Studera hemma exempel: 3.4, 3.5, 3.7

Fältlinjer/Fältvektorer

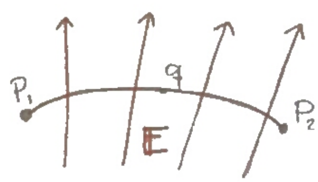


Elektrisk potential

$\nabla \times \mathbb{E} = 0$, vad ger det?

Mha $\nabla \times \nabla A \equiv 0 \implies \mathbb{E} = -\nabla V$

Med minustecknet så blir qV ett mått på den elektriska lägesenergin hos testladdning q. Fungerar som för mekanisk energi. Om man tillför arbete så ökar lägesenergin.



Fältet orsakar en kraft på q, $\mathbb{F} = q\mathbb{E}$
Om vi vill flytta q från P_1 till P_2 får vi motverka denna kraft:

$$\mathbb{F}_{mek} = -\mathbb{F}$$

Arbete vid förflyttning:

$$W_{mek} = \int_{P_1}^{P_2} \mathbb{F}_{mek}\, d\mathbb{l} = \int_{P_2}^{P_1} \mathbb{F}\, d\mathbb{l} = q\int_{P_2}^{P_1} \mathbb{E}\, d\mathbb{l} = q\int_{P_2}^{P_1} (-\nabla V)\cdot d\mathbb{l} = q\int_{P_2}^{P_1} -dV =$$

$$= q\left[V(P_2) - V(P_1)\right]$$