

Tentamen i Elektromagnetisk fältteori för F2.

EEF031 2012-12-20 kl. 8.30-12.30

| | |
|-----------------------------|---|
| Tillåtna hjälpmedel: | BETA, Physics Handbook, Formelsamling i Elektromagnetisk fältteori, Valfri kalkylator men inga egna anteckningar utöver egna formler på sista bladet i formelsamlingen i Elektromagnetisk fältteori |
| Förfrågningar: | Andreas Fhager, 076-125 7012, 031-772 1723 |
| Lösningar: | anslås på kursens hemsida |
| Resultatet: | anslås via LADOK |
| Granskning: | Sker på plats och tid enligt resultatlistan |
| Kom ihåg | Poängavdrag görs för otydliga figurer, utelämnade referensriktningar, dimensionsfel och utelämnade motiveringar. |

OBS!

Resultat från **årets** dugga får tillgodoräknas på elektrostatik- (tal 1) respektive magnetostatiktalet (tal 2). Bästa resultatet från duggan eller tentan räknas. Poäng på teoridelen respektive problemlösningsdelen räknas separat. Bonuspoäng från **årets** omgång av webb-frågorna får också tillgodoräknas till tentaresultatet.

Svaren på förståelsedelen skall ges på tesen som skall lämnas in.

Förståelsefrågorna besvaras genom att markera en av rutorna efter varje påstående till höger. En och endast en ruta på varje rad skall markeras.

De tre svarsalternativen (från vänster till höger är) 'Ja', 'Vet ej' och 'Nej'.

Riktigt svar ger +0,2 poäng oriktigt svar ger -0,2p. 'Vet ej' är neutralt och ger noll poäng. Förståelseuppgifterna ger maximalt 1 poäng och lägst -1 poäng och man kan därför få 1poäng även med ett 'Vet ej' svar.

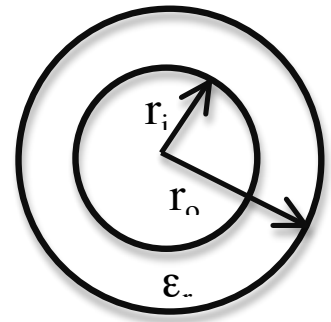
Anonym kod:

(Var vänlig ange den email-adress som används för inlämningsuppgifterna bland den dolda personinformationen på omslaget)

1 (Elektrostatik)

Problemlösningsdel (8 poäng)

a) En kondensator består av två koaxiala metallcylindrar med radierna $r_i=5\text{mm}$ respektive $r_o=7\text{mm}$, se figuren. Mellan cylindrarna finns ett dielektriskt material med en relativ permittivitet som varierar med radien $\epsilon_r(r) = 4 + \frac{8}{r}$, där r mäts i millimeter. Beräkna kapacitansen per längdenhet hos kondensatorn.



Förståelsedel (4 poäng)

b) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

| | ja | ? | nej |
|--|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| För att fullständigt beskriva den grundläggande fysiken i uppgiften ovan räcker två av Maxwells postulat. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| För att fullständigt beskriva den grundläggande fysiken i uppgiften ovan behövs alla fyra Maxwells postulat. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Den grundläggande fysiken i problemlösningsdelen ovan bygger bland annat på Gauss lag. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Den grundläggande fysiken i problemlösningsdelen ovan bygger bland annat på att B-fältet är källfritt. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Den grundläggande fysiken i problemlösningsdelen ovan bygger bland annat på att E-fältet är källfritt. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Den grundläggande fysiken i problemlösningsdelen ovan bygger bland annat på att rotationen av B-fältet är lika med den fria strömtätheten gånger permeabiliteten. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

c) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

| | ja | ? | nej |
|--|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| Enheten för det elektriska fältet är V (volt). | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Den elektriska potentialen är en vektorstorhet. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| På stort avstånd från en elektrisk dipol avtar E-fältet som $1/R^3$. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| På stort avstånd från en elektrisk dipol avtar potentialen som $1/R^2$. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Det elektrostatiska fältet i en perfekt ledare är alltid konstant lika med noll. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Vakuüm har den relativa permittiviteten $\epsilon_r=2,0$ | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

d) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

| | ja | ? | nej |
|---|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| P-fältet spelar ungefär samma roll i elektrostatiken som H-fältet i magnetostatiken. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| D-fältet spelar ungefär samma roll i elektrostatiken som B-fältet i magnetostatiken. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Potentialen V spelar ungefär samma roll i elektrostatiken som A-fältet i magnetostatiken. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Källan till förskjutningsfältet, D , är polarisationsladdningarna. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Dielektriska egenskaper modelleras med elektriska monopoler. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Summan av alla polarisationsladdningar och ytpolarisationsladdningar i ett oladdat objekt kan vara skild från noll. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

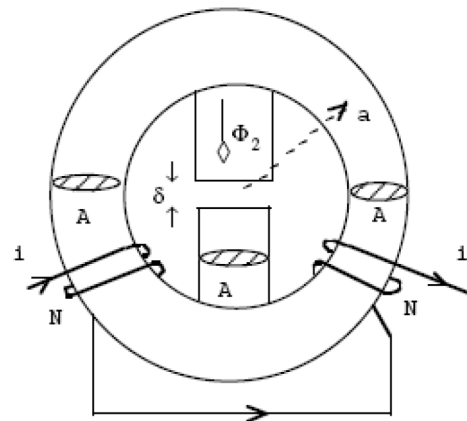
e) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

| | ja | ? | nej |
|--|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| I elektrostatiken är E-fältets tangentialkomponent kontinuerlig i gränsen mellan två material med olika permittivitet. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| I elektrostatiken är E-fältets normalkomponent kontinuerlig i gränsen mellan två material med olika permittivitet. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| I elektrostatiken är D-fältets tangentialkomponent kontinuerlig i gränsen mellan två material med olika permittivitet. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| I elektrostatiken är D-fältets normalkomponent kontinuerlig i gränsen mellan två material med olika permittivitet. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Randvillkoret för E-fältets tangentialkomponent härleds utifrån att E-fältet är konservativt. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Randvillkoret för E-fältets normalkomponent härleds utifrån att E-fältet är konservativt. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

2 (Magnetostatik)

Problemlösningssdel (8 poäng)

En järnring med medelradien $a=8$ cm och tvärsnittsytan $A = 2,0$ cm² är försedd med en diametral brygga av samma material som ringen. På ringhalvorna finns två seriekopplade lindningar med vardera $N = 100$ varv och strömmen är $i = 2$ mA. Det finns ett luftgap med längden $\delta = 2$ mm i bryggan. Permeabilitetsfaktorn i järnringen är $\mu_r=800$.



- Beräkna flödet Φ_2 genom bryggan. (4 poäng)
- Beräkna H-fältet i luftgapet. (2 poäng)
- Beräkna självinduktansen. (2 poäng)

Förståelsedel (4 poäng)

b) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

| | ja | ? | nej |
|--|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| I uppgiften frågas efter egeninduktansen för en krets. I allmänhet är den lika med den ömsesidiga induktansen för två likadana sådana slingor ligger tätt intill varandra. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| För att fullständigt beskriva den grundläggande fysiken i uppgiften ovan behövs endast ett av Maxwells postulat. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Den grundläggande fysiken i problemlösningssdelen ovan bygger endast på Gauss lag. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Den grundläggande fysiken i problemlösningssdelen ovan bygger endast på att B-fältet är källfritt. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Den grundläggande fysiken i problemlösningssdelen ovan bygger endast på att E-fältet är källfritt. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Den grundläggande fysiken i problemlösningssdelen ovan bygger endast på att rotationen av B-fältet är lika med den fria strömtätheten gånger permeabiliteten. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

c) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

| | ja | ? | nej |
|--|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| Den magnetiska vektorpotentialen kan definieras tack vare att B-fältet är källfritt. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Den magnetiska vektorpotentialen utanför en strömförande tråd cirkulerar runt tråden. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| $\text{Div}(\mathbf{J})=0$ är en konsekvens av att vi betraktar likströmmar. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Metoden med virtuella förflyttningar för att beräkna den magnetiska kraften kan göras utan att hålla varken flöde eller ström konstanta under den tänkta förflyttningen. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Om man håller strömmen konstant blir kraften större än om man håller flödet konstant eftersom batteriet i det fallet levererar energi till systemet för att hålla strömmen konstant. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Om vi håller det magnetiska flödet konstant ska vi ha ett minustecken framför derivatan av energin. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

d) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

| | ja | ? | nej |
|--|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| Lorentzkraften beror både på B- och E-fältet. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Laddningar i rörelse som <i>endast</i> utsätts för ett B-fält <i>kan</i> påverkas av en kraft. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Laddningar som rör sig <i>parallellt</i> med B-fältslinjerna utsätts för en kraft. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Laddningar i rörelse som <i>endast</i> utsätts för ett E-fält påverkas av en kraft. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Laddningar i <i>vila</i> som <i>endast</i> utsätts för ett B-fält <i>kan</i> påverkas av en kraft. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| I ett koordinatsystem som följer med en laddning som rör sig vinkelrätt mot B-fältslinjerna kommer $\mathbf{u} \times \mathbf{B}$ att bli noll och därmed påverkas inte laddningen av någon kraft. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

e) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

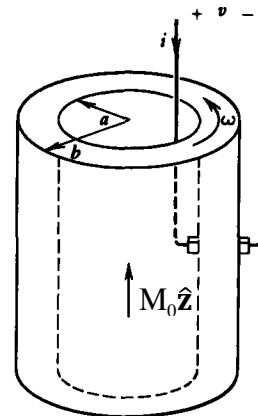
| | ja | ? | nej |
|---|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| Ett diamagnetiskt material motverkar ett pålagt externt fält. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Ett ferromagnetiskt material förstärker ett pålagt externt fält. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Permanentmagneter har ett magnetiseringsfält \mathbf{M} som är skilt från noll. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Ju kraftigare magnetisering som önskas i en permanentmagnet desto smalare bör hystereskurvan vara. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| I järnkärnan i en transformator är det önskvärt med en smal hystereskurva för att minimera förlusterna. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| En hystereskurva är ett exempel på ett icke-linjärt samband mellan H- och B-fälten. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

3

Problemlösningsdel (8 poäng)

En mycket lång, ihålig cylinder med en permanent magnetisering $\mathbf{M} = M_0 \hat{\mathbf{z}}$ roterar runt sin egen axel med konstant vinkelhastighet ω . Cylinderns innerradie respektive ytterradie är a respektive b och dess ytor kan antas vara perfekt ledande så att släpkontakter kan få mycket bra elektrisk kontakt.

- Ta fram approximativa uttryck på B- och H-fälten i magneten. (4 poäng)
- Antag att kretsen hålls öppen enligt figuren. Hur stor spänning, v , induceras då cylindern roterar. (4 poäng)



Förståelsedel (4 poäng)

b) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

| | ja | ? | nej |
|---|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| För att fullständigt beskriva den grundläggande fysiken i uppgiften ovan räcker två av Maxwells postulat. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| För att fullständigt beskriva den grundläggande fysiken i uppgiften ovan behövs alla fyra Maxwells postulat. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Den grundläggande fysiken i uppgiften ovan bygger bland annat på att rotationen av H-fältet är den fria strömtätheten plus tidsderivatan av förskjutningsfältet. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Den grundläggande fysiken i uppgiften ovan bygger bland annat på att B-fältet är konservativt. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Den grundläggande fysiken i uppgiften ovan bygger bland annat på att rotationen av E-fältet är lika med minus tidsderivatan av B-fältet. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Den grundläggande fysiken i uppgiften ovan bygger bland annat på att B-fältet är källfritt. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

c) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

| | ja | ? | nej |
|--|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| Gauss lag modifieras när man går från elektrostatik till elektrodynamik. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Kontinuitetsekvationen innehåller samma nollskilda termer i statiken som i dynamiken. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Faradays induktionslag uttrycker att ett elektriskt fält kan genereras utan laddningsseparation. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Lentz lag följer av Faradays lag. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Lentz lag säger att en inducerad spänning motverkar förändringen i det pålagda magnetfältet. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Man kan inducera spänning i en ledare trots att $-dB/dt$ termen i Faradays lag är noll. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

d) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

| | ja | ? | nej |
|---|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| $j\omega$ -metoden för fältberäkningar fungerar bara för fält med godtyckligt tidsberoende. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Tidsderivata i Maxwells ekvationer övergår i komplexa metoden till multiplikation med $j\omega$. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Enda sättet att definiera tidsberoendet för komplexa fält är $e^{-i\omega t}$. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Om β är direkt proportionellt mot ω är materialet dispersionsfritt. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Rent och perfekt vakuum är <i>icke</i> -dispersivt. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| För att ett material ska vara dispersionsfritt måste grupphastigheten vara skild från fashastigheten. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

e) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

| | ja | ? | nej |
|--|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| Retarderade potentialer kan användas för att beskriva hur fältet från en punktladdning som rör sig breder ut sig i rummet. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Retarderade potentialer är en konsekvens av att inget kan färdas snabbare än ljuset. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Retarderade potentialer är lösningar till Poissons ekvation. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Den retarderade potentialen har formen $A(t-R/c)$. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Det är praktiskt att använda komplex notation då man beskriver retarderade potentialer. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Den retarderade potentialen kan endast uttryckas med hjälp av den magnetiska vektorpotentialen, A . | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

Problemlösningsdel (8 poäng)

En sinusformad plan våg med det komplexa E-fältet

$$\vec{E} = \hat{y}10 e^{-j(6x-8z)} \text{ V/m}$$

propagerar i luft in mot ett perfekt ledande plan beläget vid $z=0$.

- a) Vad är frekvensen och propagationsriktningen hos vågen. (2 poäng)
 b) Beräkna E- och H-fälten för den reflekterade vågen. (4 poäng)
 c) Bestäm den inducerade strömtätheten på det ledande planet. (2 poäng)

Förståelsedel (4 poäng)**d) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?**

Elektromagnetisk fältteori tillhör den klassiska fysiken.

ja ? nej

Utöver Maxwells fyra postulat är kontinuitetsekvationen nödvändig för en fullständig beskrivning av den elektromagnetiska teorin.

Den grundläggande fysiken i uppgiften ovan bygger **endast** på att rotationen av H-fältet är den fria strömtätheten plus tidsderivatan av förskjutningsfältet.

Den grundläggande fysiken i uppgiften ovan bygger **endast** på att E-fältet är källfritt.

Den grundläggande fysiken i uppgiften ovan bygger **endast** på att rotationen av E-fältet är lika med minus tidsderivatan av B-fältet.

Den grundläggande fysiken i uppgiften ovan bygger **endast** på att B-fältet är källfritt.

e) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

För att Snells lag ska gälla måste permittiviteten vara samma på båda sidor om gränssytan.

ja ? nej

Snells reflektionslag säger att infallande och reflekterande fält har samma vinkel mot ytnormalen.

Snells brytningslag relaterar infallsvinkel till vinkeln på det transmitterade fältet.

Snells brytningslag härleds genom att betrakta randvillkoren för normalkomponenterna av E- och H-fälten i gränssytan.

Snells lag säger att när infallsvinkeln är större än kritiska vinkeln uppstår totalreflektion.

Totalreflektion uppstår då fältet går från ett optiskt tätare till ett optiskt tunnare medium.

d) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

Vågimpedansen hos luft är $Z=377\Omega$.

ja ? nej

I en god ledare ligger H-fältet 90° före E-fältet.

Absolutbeloppet av vågimpedansen för en *icke-ferromagnetisk* god ledare är lägre än för luft.

Vågimpedansen kan vara ett komplext tal.

Vågimpedansen relaterar E-fältet till J-fältet.

Vågimpedansen är *inte frekvensberoende*.

f) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

$j\omega$ -metoden för fältberäkningar härleds utan antagande om fältens tidsberoende.

ja ? nej

Tidsderivata i Maxwells ekvationer övergår i komplexa metoden till multiplikation med $j\omega$

Enda sättet att definiera tidsberoendet för komplexa fält är $e^{-i\omega t}$.

Om β är direkt proportionellt mot ω är materialet dispersionsfritt.

Rent och perfekt vakuum är dispersivt.

För att ett material ska vara dispersionsfritt måste gruppshastigheten vara skild från fashastigheten.

Problemlösningsdel (8 poäng)

Man har konstruerat en centermatad dipolantenn av längd $2h$. ($h \ll \lambda$) Amplituden hos den tidsharmoniska strömfördelningen längs antennen kan skrivas som

$$I(z) = I_0 \left(1 - \frac{|z|}{h} \right)$$

- Ta fram uttrycken för E- och H-fältet i fjärrfältszonen.
- Beräkna antennens strålningsresistans.

Förståelsedel (4 poäng)

c) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

| | ja | ? | nej |
|---|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| För att fullständigt beskriva den grundläggande fysiken i uppgiften ovan räcker två av Maxwells postulat. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| För att fullständigt beskriva den grundläggande fysiken i uppgiften ovan behövs alla fyra Maxwells postulat. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Den grundläggande fysiken i uppgiften ovan bygger bland annat på att rotationen av H-fältet är den fria strömtätheten plus tidsderivatan av förskjutningsfältet. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Den grundläggande fysiken i uppgiften ovan bygger bland annat på att E-fältet är källfritt. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Den grundläggande fysiken i uppgiften ovan bygger bland annat på att rotationen av E-fältet är lika med minus tidsderivatan av B-fältet. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Den grundläggande fysiken i uppgiften ovan bygger bland annat på att B-fältet är källfritt. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

d) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

| | ja | ? | nej |
|---|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| En halv vågsdipol har ett isotropt strålningsdiagram, dvs den strålar lika mycket effekt i alla riktningar. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| En bra sändarantenn bör ha så stor strålningsresistans som möjligt. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Antennen i en GPS mottagare bör ha så liten direktivitet som möjligt. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| En parabolantenn som används för att se satellit-TV är ett exempel på en antenn med mycket hög direktivitet. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Man kan använda två halv vågsdipoler monterade bredvid varandra för att öka direktiviteten hos sin antennenordning jämfört med om man bara använder en enda halv vågsdipol. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Uttrycket för fjärr-fältet från en halv vågsdipolantenn som vi sett i kursen är exakt, dvs det krävs inga approximationer för att härleda uttrycket. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

e) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

| | ja | ? | nej |
|---|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| En Hertzdipol är en halv våglängd lång. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Strömmen i antennen längs en Hertzdipol kan antas vara konstant. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Strömmen i en Hertzdipol kan antas vara konstant i tiden, dvs den är en likström. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Strålningsresistansen ökar med längden i kvadrat för en Hertzdipol. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| En kvartsvågsantenn är ekvivalent med en halv vågsantenn över ett ledande plan. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Strömmen antas vara noll i änden av en kvartsvågsantenn. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

e) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

| | ja | ? | nej |
|---|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| En monokromatisk våg innehåller flera frekvenskomponenter. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| För en god ledare är $\sigma/\omega\epsilon \ll 1$. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| I en god ledare är $\alpha \gg \beta$. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| För en metall är vågimpedansen $Z \approx \sqrt{j\omega\mu/\sigma}$. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Inträngningsdjupet är mindre för höga frekvenser än för låga frekvenser. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Normalt gäller för dielektriska material med små förluster att $\alpha \approx \beta$. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

① ELECTROSTATIC

A CAPACITOR CONSISTS OF TWO COAXIAL METALLIC CYLINDRICAL SURFACES OF RADII $r_1 = 5 \text{ mm}$ $r_2 = 7 \text{ mm}$. THE DIELECTRIC MATERIAL BETWEEN THE SURFACES HAS A RELATIVE PERMITTIVITY $\epsilon_r = 4 + \frac{8}{r}$ WITH r IN MILLIMETERS.



DETERMINING THE CAPACITANCE PER UNIT OF LENGTH OF THE CAPACITOR.

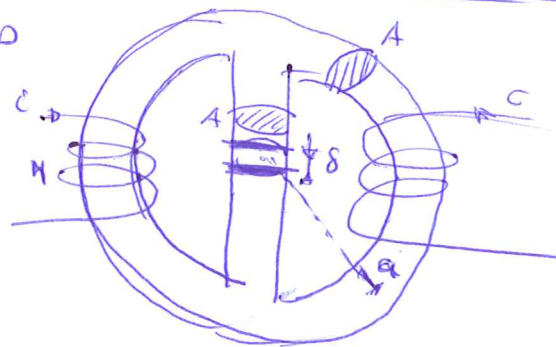
$$\begin{cases} Q = \int_S \vec{D} \cdot d\vec{s} \\ \vec{D} = \epsilon_0 \left(4 + \frac{8}{r}\right) \vec{E} \\ \vec{E} = E_r \hat{r} \end{cases} \Rightarrow Q = \int_{z=0}^{z=l} \int_{\phi=0}^{\phi=2\pi} \left(\epsilon_0 \left(4 + \frac{8}{r}\right) E_r \hat{r}\right) \cdot (r d\phi dz \hat{r}) \Rightarrow Q = \epsilon_0 \left(4 + \frac{8}{r}\right) E_r \cdot 2\pi r l$$
$$= P E_r = \frac{Q}{8\pi l \epsilon_0 (r+2)}$$

$$V = - \int_{r=r_2}^{r=r_1} \vec{E} \cdot d\vec{l} = - \int_{r=r_2}^{r=r_1} \frac{Q}{8\pi l \epsilon_0 (r+2)} \hat{r} \cdot \hat{r} dr = \frac{Q}{8\pi l \epsilon_0} \left[\ln(r+2) \right]_{\frac{7}{7}}^{\frac{7}{5}} = P \frac{Q}{8\pi l \epsilon_0} \ln \frac{9}{7}$$

$$\Rightarrow \frac{C}{l} = \frac{Q/l}{V} = \frac{8\pi \epsilon_0}{\ln \frac{9}{7}} \approx 0,886 \mu\text{F/m}$$

2) MAGNETOSTATIC

AN IRON RING WITH RADIUS $a = 8 \text{ cm}$ AND CROSS SECTION AREA $A = 30 \text{ cm}^2$ HAVE A BRIDGE ALONG THE DIAMETER OF THE SAME MATERIAL.



THE RING HAVE TWO SERIE-CONNECTED WINDINGS ON THE TWO HALVES WITH $N = 100$ TURNS AND CURRENT $i = 2 \text{ mA}$ IN THE BRIDGE THERE IS A AIR GAP OF LENGTH $\delta = 2 \text{ mm}$

THE PERMEABILITY OF IRON IS $\mu_r = 800$. CALCULATE THE FLOW ϕ_2 THROUGH THE BRIDGE.

CALCULATE THE H-FIELD IN THE AIR

CALCULATE THE SELF INDUCTANCE.



$$\begin{cases} \phi_L + \phi_R = \phi_2 \\ \phi_L = \phi_R \end{cases} \Rightarrow \phi_2 = 2\phi_L$$

$$H_L \cdot \pi a + H_B (2a - \delta) + H_{air} \delta = Ni$$

$$\Rightarrow \frac{\phi_L}{\mu A} \cdot \pi a + \frac{\phi_2}{\mu A} (2a - \delta) + \frac{\phi_2}{\mu_0 A} \delta = Ni$$

$$\Rightarrow \left(\frac{\pi a}{2\mu A} + \frac{2a - \delta}{\mu A} + \frac{\phi_2}{\mu_0 A} \right) \phi_2 = Ni$$

$$\Rightarrow \phi_2 = \frac{Ni}{\frac{\pi a}{2\mu_r} + \frac{2a - \delta}{\mu_r} + \delta} = \frac{Ni \mu_0 A}{\frac{\pi a}{2\mu_r} + \frac{2a - \delta}{\mu_r} + \delta} \approx 2,10 \frac{\text{wb}}{10^{-8}}$$

$$H_{air} = \frac{\phi_2}{\mu_0 A} = 83,56 \text{ A/m}$$

$$L = \frac{\Lambda}{i} = \frac{2N\phi_L}{i} = \frac{2 \cdot 100 \cdot \phi_2/2}{i} \approx 1,06 \text{ mH}$$

3

a) Ta först fram ylmagnetiseringsströmmarna

$$\mathbf{J}_{ms} = \mathbf{M} \times \hat{\mathbf{a}}_n$$

På cylinderns utsida fås $\mathbf{J}_{ms} = M_0 \hat{\mathbf{z}} \times \hat{\mathbf{r}} = M_0 \hat{\boldsymbol{\phi}}$
 (På insidan $\mathbf{J}_{ms} = M_0 \hat{\mathbf{z}} \times -\hat{\mathbf{r}} = -M_0 \hat{\boldsymbol{\phi}}$)

\mathbf{B} -fältet i cylindern fås från uttrycket för en lång solenoid

$$\mathbf{B} = \hat{\mathbf{z}} \mu_0 M_0$$

(Utöver cylindern och i centrumhålet är $\mathbf{B} = 0$)

I en icke-linjär materialmodell som tar hänsyn till hysteresieffekter fås att $\mathbf{H} = 0$

b) På samma sätt som för Faradays disk generator fås inducerad spänning som

$$\begin{aligned} V &= \int_b^a \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{B} \cdot d\mathbf{l} = \int_b^a (\hat{\boldsymbol{\phi}} r \omega \times \hat{\mathbf{z}} \mu_0 M_0) \cdot \hat{\mathbf{r}} dr = \\ &= \omega \mu_0 M_0 \int_b^a r dr = \frac{\omega \mu_0 M_0 (a^2 - b^2)}{2} \end{aligned}$$

④ PROPAGATION

A SINUSOIDAL PLANE WAVE WITH COMPLEX E-FIELD: $\vec{E} = \hat{y} 10 e^{-j(6x-8z)}$ V/m
 PROPAGATES IN THE AIR TOWARD A PERFECTLY CONDUCTING PLANE LOCATED AT $z=0$.

WHAT IS THE FREQUENCY OF THE WAVE?

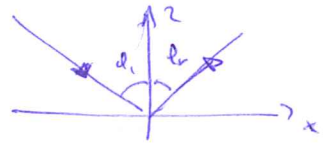
CALCULATE THE E AND H FIELDS OF THE REFLECTED WAVE

DETERMINE THE INDUCED CURRENT DENSITY ON THE CONDUCTING PLANE.

$$\vec{E}_i = \hat{y} 10 e^{-j(6x-8z)} = \vec{E}_{i0} e^{-j(6x-8z)}$$

$$\rightarrow \vec{k}_i = 6\hat{x} - 8\hat{z} \Rightarrow |\vec{k}_i| = \sqrt{6^2 + 8^2} = 10$$

$$|\vec{k}_i|^2 = \frac{\omega^2}{c^2} \Rightarrow f = \frac{k_i c}{2\pi} = \frac{10 \cdot 3 \cdot 10^8}{2\pi} \approx 4.8 \cdot 10^8 \text{ Hz}$$



$$\rightarrow \Gamma = -1 \Rightarrow \vec{E}_r = \Gamma \vec{E}_{i0} e^{-j\vec{k}_r \cdot \vec{r}} = -\hat{y} 10 e^{-j(6x+8z)}$$

$$\vec{H}_r = \hat{k}_r \times \frac{\vec{E}_{i0}}{\eta_0} = \frac{1}{\eta_0} \left(\frac{3\hat{x} + 4\hat{z}}{5} \right) \times \left(-\hat{y} 10 e^{-j(6x+8z)} \right) = \frac{1}{\eta_0} (-6\hat{z} + 8\hat{x}) e^{-j(6x+8z)}$$

$$\rightarrow \vec{H}_i = \hat{k}_i \times \frac{\vec{E}_i}{\eta_0} = \frac{1}{\eta_0} \left(\frac{3\hat{x} - 4\hat{z}}{5} \right) \times \left[\hat{y} 10 e^{-j(6x-8z)} \right] = \frac{1}{\eta_0} (6\hat{x} + 8\hat{z}) e^{-j(6x-8z)}$$

$$n \times (\vec{H}_1 - \vec{H}_2) = \vec{J}_s \Rightarrow \left(\begin{array}{l} \vec{H}_1 = \vec{H}_i + \vec{H}_r \\ \vec{H}_2 = \phi \end{array} \right) \Rightarrow \vec{J}_s = \hat{z} \times \frac{1}{\eta_0} (16\hat{x}) e^{-j6x} = \frac{16}{\eta_0} \hat{y} e^{-j6x} = \frac{1}{15\pi} \hat{y} e^{-j6x}$$

5 RADIATORS II

CONSIDER A CENTER-FED DIPOLE ANTENNA OF LENGTH $2h$ ($h \ll \lambda$)
 THE AMPLITUDE OF THE TIME HARMONIC CURRENT DISTRIBUTION IS:

$$I(z) = I_0 \left(1 - \frac{|z|}{h}\right)$$

CALCULATE THE EXPRESSIONS OF E, H FIELD IN FAR FIELD ZONE
 CALCULATE THE ANTENNA RADIATION RESISTANCE

From the far field of a elementary current $I dz$, and integrating among $R' \approx R$

$$dE_{\theta} = \gamma_0 dH_{\phi} = j \frac{I dz}{4\pi R'} \frac{e^{-j\beta R'}}{R'} \gamma_0 \beta \sin \theta$$

$$E_{\theta} = \gamma_0 H_{\phi} = j \frac{I_0 \beta \sin \theta}{4\pi R} e^{-j\beta R} \int_{-h}^h \left(1 - \frac{|z|}{h}\right) e^{j\beta z \cos \theta} dz = \frac{j I_0 \beta \sin \theta}{4\pi R} \left[\int_{-h}^h \left(1 - \frac{|z|}{h}\right) e^{j\beta z \cos \theta} dz \right]$$

$$\Rightarrow j \frac{I_0 \gamma_0 \beta \sin \theta}{2\pi R} e^{-j\beta R} \int_{-h}^h \left(1 - \frac{|z|}{h}\right) \cos(\beta z \cos \theta) dz$$

$$= j \frac{I_0 \gamma_0 \beta \sin \theta}{2\pi R} e^{-j\beta R} \frac{1 - \cos(\beta h \cos \theta)}{h \beta^2 \cos^2 \theta} = j \frac{I_0 \gamma_0 \sin \theta}{2\pi R h \beta \cos^2 \theta} e^{-j\beta R} (1 - \cos(\beta h \cos \theta))$$

→ (power) $P_{av} = \frac{1}{2} E_{\theta} H_{\phi}^* = \frac{I_0^2 \gamma_0}{2^2 \pi^2 h^2 \beta^2 R^2} \left(\frac{\sin \theta (1 - \cos(\beta h \cos \theta))}{\cos^2 \theta} \right)^2$

$$P_r = \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} P_{av}(\theta) R^2 \sin \theta d\theta d\phi = \frac{I_0^2 \gamma_0}{4\pi h^2 \beta^2} \int_0^{\pi} \left(\frac{\sin \theta (1 - \cos(\beta h \cos \theta))}{\cos^2 \theta} \right)^2 \sin \theta d\theta$$

$$R_r = \frac{2P_r}{I_0^2} = \frac{\gamma_0}{2\pi h^2 \beta^2} \int_0^{\pi} \left(\frac{\sin \theta (1 - \cos(\beta h \cos \theta))}{\cos^2 \theta} \right)^2 \sin \theta d\theta$$