

## Tentamen i Elektromagnetisk fältteori för F2.

EEF031 2006-12-18 kl. 8.30-12.30

<b>Tillåtna hjälpmedel:</b>	BETA, Physics Handbook, Formelsamling i Elektromagnetisk fältteori, Valfri kalkylator men inga egna anteckningar utöver egna formler på sista bladet i formelsamlingen i Elektromagnetisk fältteori
<b>Förfrågningar:</b>	Andreas Fhager, 031-772 1723 Mikael Persson 031-772 1576
<b>Lösningar:</b>	anslås på kursens hemsida
<b>Resultatet:</b>	anslås på kursens hemsida
<b>Granskning:</b>	Sker på plats och tid enligt resultatlistan
<b>Kom ihåg</b>	Poängavdrag görs för otydliga figurer, utelämnade referensriktningar, dimensionsfel och utelämnade motiveringar.

---

# OBS!

Var vänlig ange på försättsbladet vilken del ni hoppar och som ni redan är godkända på från duggan.

Svaren på förståelsedelen skall ges på tesen som skall lämnas in.

Förståelsefrågorna besvaras genom att markera en av rutorna efter varje påstående till höger. En och endast en ruta på varje rad skall markeras.

De tre svarsalternativen (från vänster till höger är) Ja, Vet ej och Nej. Riktigt svar ger +0.2poäng oriktigt svar ger -0.2p. Vet ej är neutralt och ger noll poäng.

Förståelseuppgifterna ger maximalt 1 poäng och lägst -1poäng och man kan därför få 1poäng även med ett vet ej svar.

Namn:

Personnummer:

Email:

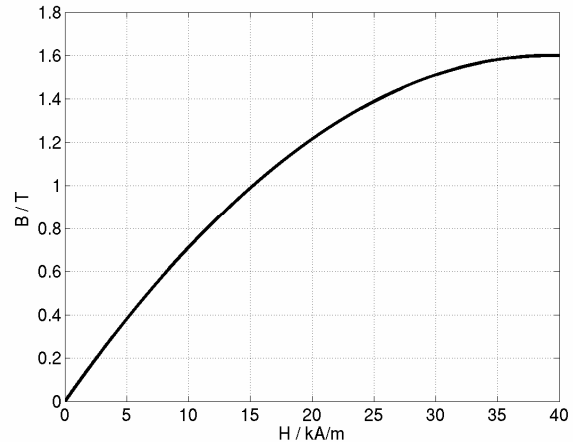
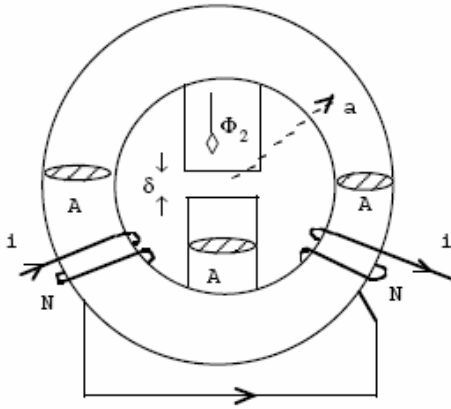
(Var vänlig ange den adress som används för inlämningsuppgifterna)



## 2

### Problemlösningsdel (8 poäng)

a) I en magnetisk krets enligt figuren vill man ha ett magnetiskt flöde  $\Phi_2 = 0,6$  mVs genom luftgapet. Beräkna erforderlig ström, om de båda lindningarna är seriekopplade och samverkar i mittbenet. Luftgapslängden  $d = 2$  mm, medelradien,  $a = 10$  cm, tvärsnittsytan för flödet  $A = 4$  cm<sup>2</sup>, antalet lindningsvarv  $N = 3000$  varv. Materialet är icke-linjärt och dess magnetiseringskurva finns i nedanstående graf. Gör nödvändiga avläsningar ur figuren för att lösa talet.



### Förståelsedel

#### b) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

- Magnetfältet i luftgapet i uppgift a) är mindre än i järnkärnan.  ja  ?  nej
- H-fältet i luftgapet i uppgift a) är mindre än i järnkärnan.  ja  ?  nej
- Magnetostatiska energitätheten i luftgapet i uppgift a) är mindre än i järnkärnan.  ja  ?  nej
- I uppgift a) ovan använder man lämpligen Amperes lag.  ja  ?  nej
- Vänder man riktningen på en av lindningarna i a) ovan minskar flödet i luftgapet.  ja  ?  nej
- Parallellkopplar man lindningarna i a) ovan ökar flödet i luftgapet om strömmen är oförändrad.  ja  ?  nej

#### c) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

- Man kan välja divergensen av den magnetiska vektorpotentialen fritt.  ja  ?  nej
- Den magnetiska vektorpotentialen från en strömförande tråd är riktad åt samma håll som strömmen.  ja  ?  nej
- Det magnetiska dipolmomentet för olika atomer i en metall är ofta riktade åt samma håll.  ja  ?  nej
- Det magnetiska dipolmomentet ingår i härledningen av uttrycket för magnetiseringsfältet.  ja  ?  nej
- Den magnetiska vektorpotentialen från en magnetisk dipol avtar som  $1/R^3$  på stort avstånd från dipolen.  ja  ?  nej
- Fältet från en magnetisk dipol avtar som  $1/R^2$  på stort avstånd från dipolen.  ja  ?  nej

#### d) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

- Randvillkoret för B-fältets normalkomponent härleds från att B-fältet är divergensfritt.  ja  ?  nej
- B-fältets normalkomponent är kontinuerlig i gränsen mellan två material.  ja  ?  nej
- B-fältets tangentialkomponent är kontinuerlig i gränsen mellan två material.  ja  ?  nej
- H-fältets tangentialkomponent är kontinuerlig i gränsen mellan två material.  ja  ?  nej
- H-fältets normalkomponent är kontinuerlig i gränsen mellan två material.  ja  ?  nej
- En bra permanentmagnet ska ha en bred hystereskurva.  ja  ?  nej

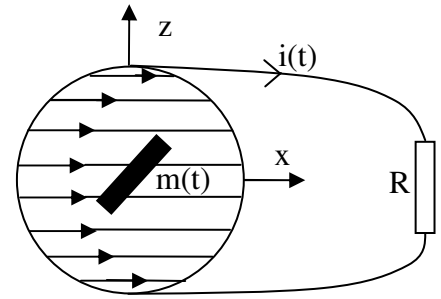
#### e) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

- Lorentz kraften beskriver kraften från enbart B-fält på laddade partiklar.  ja  ?  nej
- Laddningar i vila som utsätts för ett B-fält påverkas av en kraft.  ja  ?  nej
- Ferromagnetiska material har stor relativa permeabilitetstal.  ja  ?  nej
- Paramagnetiska material har negativa relativa permeabilitetstal.  ja  ?  nej
- Den magnetostatiska energin för en ensam slinga beror på strömmen i slingan i kvadrat.  ja  ?  nej
- Den magnetostatiska energin för en ensam slinga beror på flödet genom slingan i kvadrat.  ja  ?  nej

### 3

#### Problemlösningsdel (8 poäng)

a) En elektrisk generator är utformad enligt bilden. Den består av en isolerad ledningstråd som är lindad från botten till toppen utanpå ett tunt sfäriskt plastskal med ytterradien  $a$ . Tråden är mycket tätt lindad med konstant varvtäthet i  $\theta$ -led, där  $\theta$  är vinkeln från positiva  $z$ -axeln. Vid sfärens poler är lindningen ansluten till en yttre last, en resistor med resistansen  $R$ . I sfärens centrum finns en roterande permanentmagnet som roterar med vinkelhastigheten  $\omega = \omega \hat{y}$ , vinkelrätt mot dipolmomentaxeln så att det magnetiska dipolmomentet kan beskrivas som  $\mathbf{m}(t) = m_0[\sin(\omega t)\hat{x} + \cos(\omega t)\hat{z}]$ . Beräkna strömmen  $i(t)$  genom lindningen och resistansen. Ledning: Använd den magnetiska vektorpotentialen för att beräkna flödet genom lindningarna.



#### Förståelsedel

##### b) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

Att Gauss lag gäller kan endast visas experimentellt.

ja      ?      nej

Att E-fältet är konservativt kan bevisas matematiskt.

I grunden bygger uppgift a) på Gauss lag och på att E-fältet är rotationsfritt.

I grunden bygger uppgift a) på Amperes lag och på att B-fältet är källfritt.

I grunden bygger uppgift a) på att rotationen av E-fältet är lika med negativa tidsderivatan på H-fältet.

I grunden bygger uppgift a) på att rotationen av H-fältet är den fria strömtätheten plus tidsderivatan av förskjutningsfältet.

##### c) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

ja      ?      nej

Amperes lag som förenklats något från elektromagnetismen används i elektrostatisken.

B-fältet är källfritt även för tidsvarierande fält.

Lenz lag är ett av Maxwells postulat.

Lenz lag säger att en inducerad spänning motverkar förändringen i det pålagda magnetfältet.

En spoles självinduktans beror på hur stor strömmen är i spolen.

Den ömsesidiga induktansen mellan två spolar beror på strömmen i de båda spolarna.

##### d) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

ja      ?      nej

I elektromagnetismen är E-fältets tangentialkomponent kontinuerlig i gränsen mellan två material med olika permittivitet.

I elektromagnetismen är E-fältets normalkomponent kontinuerlig i gränsen mellan två material med olika permittivitet.

I elektromagnetismen är H-fältets tangentialkomponent kontinuerlig i gränsen mellan två material med olika permeabilitet.

I elektromagnetismen är B-fältets normalkomponent kontinuerlig i gränsen mellan två material med olika permeabilitet.

E-fältets tangentialkomponent på en perfekt ledande yta är alltid noll för tidsvarierande fält.

E-fältets normalkomponent på en perfekt ledande yta är alltid noll för tidsvarierande fält.

##### e) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

ja      ?      nej

Vågimpedansen hos luft är  $Z=377\Omega$ .

Vågimpedansen för vatten är lägre än för luft.

Vågimpedansen för järn är lägre än för luft.

Vågimpedansen kan vara ett komplext tal.

Om den karakteristiska impedansen är reell betyder det att H- och E-fältet ligger i fas med varandra.

Om den karakteristiska impedansen är komplex betyder det att H- och E-fältet ligger i fas med varandra.

# 4

## Problemlösningsdel (8 poäng)

a) En plan elektromagnetisk våg med frekvensen 1 GHz sänds ut från en antennenordning under vatten, vågen propagerar 5 cm genom vattnet och reflekteras sedan mot ett material med relativ permittivitet  $\epsilon_r=3,0$  och konduktivitet  $\sigma=0,0$ . Antag att vattnet har den relativa permittiviteten  $\epsilon_r=78,0$  och konduktiviteten  $\sigma=0,2$  och att den utsända intensiteten från sändaren är  $1 \text{ W/m}^2$ . Hur stor är intensiteten hos den reflekterade våg som når tillbaka till antensystemet? Ni kan räkna med att vattnet är ett medium med låga förluster, dvs  $\sigma/\omega\epsilon \ll 1$ .

### Förståelsedel

#### b) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

	ja	?	nej
I grunden bygger uppgift a) bara på två av Maxwells postulat.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
I grunden bygger uppgift a) bara på fyra av Maxwells postulat.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
I grunden bygger uppgift a) på Gauss lag och på att E-fältet är rotationsfritt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
I grunden bygger uppgift a) på Amperes lag och på att B-fältet är källfritt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
I grunden bygger uppgift a) på att rotationen av E-fältet är lika med negativa tidsderivatan på H-fältet.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
I grunden bygger uppgift a) på att rotationen av H-fältet är den fria strömtätheten plus tidsderivatan av Förskjutningsfältet.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

#### c) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

	ja	?	nej
Snells lag gäller endast i gränssytor där permeabiliteten är samma på båda sidor.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Snells reflektionslag säger att då infallsvinkeln är större än en kritisk vinkel reflekteras inget fält.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Snells brytningslag relaterar infallsvinkel till den vinkeln på det transmitterade fältet.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Snells reflektionslag säger att reflekterad vinkel är samma som infallsvinkeln.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Snells lag säger att när infallsvinkeln är större än kritiska vinkeln uppstår totalreflektion.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Totalreflektion uppstår då fältet går från ett optiskt tunnare till ett optiskt tätare medium.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

#### d) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

	ja	?	nej
Man kan välja divergensen av den magnetiska vektorpotentialen fritt i elektromagnetismen.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Man väljer ofta divergensen av den magnetiska vektorpotentialen till samma som i statiken för att förenkla beräkningarna.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Vågekvationen för vektorpotentialen $\mathbf{A}$ kan härledas från Maxwells ekvationer.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den retarderade potentialen är lösningen till vågekvationen för vektorpotentialen $\mathbf{A}$ .	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den magnetiska vektorpotentialen relateras till magnetfältet som $\nabla \cdot \mathbf{B} = \mathbf{A}$ .	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den magnetiska vektorpotentialen relateras till magnetfältet som $\nabla \cdot \mathbf{A} = \mathbf{B}$ .	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

#### e) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

	ja	?	nej
En evanescent våg uppfyller vågekvationen.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Totalreflektion ger upphov till evanescenta vågor.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
En cirkulärpolariserad plan våg träffar en plan gränssyta till ett förlustfritt dielektrikum under Brewstervinkeln. Reflektionen blir då linjärpolariserad.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
En cirkulärpolariserad plan våg träffar en plan gränssyta till ett förlustfritt dielektrikum under Brewstervinkeln. Reflektionen blir då cirkulärpolariserad.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
En cirkulärpolariserad plan våg träffar en plan gränssyta till ett förlustfritt dielektrikum under Brewstervinkeln. Reflektionen blir då elliptiskt polariserad.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
En monokromatisk våg innehåller ett stort antal frekvenskomponenter.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

# 5

## Problemlösningsdel (8 poäng)

a) Man vill konstruera ett antensystem som skall kunna sända till den ena eller den andra av två stationära mobiltelefonanvändare. I ett första försök att åstadkomma ett sådant system använder man sig av två stycken Hertzdipoler.

Fjärrfältet från en Hertzdipolantenn kan skrivas:

$$\bar{\mathbf{E}}_{rad} = \hat{\theta} Z_0 \frac{j\omega l \bar{I}_0 \sin \theta}{4\pi cr} e^{-j\beta r}$$

$$\bar{\mathbf{H}}_{rad} = \hat{\phi} \frac{j\omega l \bar{I}_0 \sin \theta}{4\pi cr} e^{-j\beta r}$$

Visa hur man med två hjälp av två sådana antenner genom att kontrollera faserna hos de drivande strömmarna kan uppnå detta resultat. Hur bra är det föreslagna systemet? Hur skulle man kunna göra detta bättre.

### Förståelsedel

#### b) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

	ja	?	nej
I grunden bygger uppgift a) bara på två av Maxwells postulat.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
I grunden bygger uppgift a) bara på fyra av Maxwells postulat.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
I grunden bygger uppgift a) på Gauss lag och på att E-fältet är rotationsfritt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
I grunden bygger uppgift a) på Amperes lag och på att B-fältet är källfritt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
I grunden bygger uppgift a) på att rotationen av E-fältet är lika med negativa tidsderivatan på H-fältet.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
I grunden bygger uppgift a) på att rotationen av H-fältet är den fria strömtätheten plus tidsderivatan av Förskjutningsfältet.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

#### c) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

	ja	?	nej
Poyntingvektorn uttrycker en vågs intensitet i en viss riktning.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Poyntingvektorn beskriver en vågs utbredningsriktning.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Poyntings teorem uttrycker energikonservering.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
En vågs energi utbreder sig med gruppshastigheten.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Reflektionskoefficienten för effekt vid vinkelrätt infall är densamma som kvadraten på reflektionskoefficienten för amplituden.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Transmissionskoefficienten för effekt vid vinkelrätt infall är densamma som kvadraten på transmissionskoefficienten för amplituden.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

#### d) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

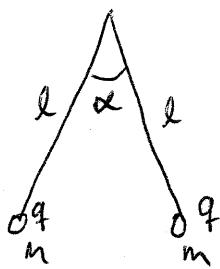
	ja	?	nej
En Hertzdipol är en hel våglängd lång.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Strömmen i antennen är konstant längs en Hertzdipol.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Strålningsresistansen hos en halv vågsantenn är oberoende av strålningseffekten.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Strålningsresistansen ökar med längden i kvadrat för alla dipolantenner.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
En halv vågsantenn är ekvivalet med en kvartsvågsantenn över ett ledande plan.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Strömmen är konstant längs en kvartsvågsantenn.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

#### e) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

	ja	?	nej
$j\omega$ -metoden för fältberäkningar fungerar bara för harmoniskt varierande fält.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Tidsderivata i Maxwells ekvationer övergår i $j\omega$ -metoden till multiplikation med $j\omega^2$ .	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Ett komplext uttryck på E-fältet kan ej innehålla ett tidsberoende.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Tidsderivata i Maxwells ekvationer övergår i $j\omega$ -metoden till multiplikation med $j\omega$ .	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Vakuum är dispersionsfritt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Om gruppshastigheten är samma som fashastigheten är materialet dispersionsfritt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

# Tenta 061218

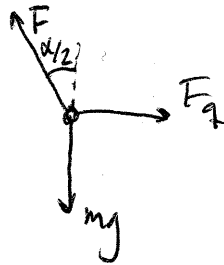
1. Krafter mellan de laddade sfärerna ska balanseras av tyngdkrafter



Krafter mellan laddningarna ges av Coulombs lag  $F_q = \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 x^2}$

dar  $x$  är avståndet mellan laddningarna.

Kraftsituation:



Vid jämvikt gäller

$$mg \tan \frac{\alpha}{2} = \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 (2l \sin \frac{\alpha}{2})^2}$$

$$mg \frac{\sin \frac{\alpha}{2}}{\cos \frac{\alpha}{2}} = \frac{q^2}{16\pi\epsilon_0 l^2 \sin^2 \frac{\alpha}{2}} \Rightarrow \frac{\sin^3 \frac{\alpha}{2}}{\cos \frac{\alpha}{2}} = \frac{q^2}{16mg\pi\epsilon_0 l^2}$$

Om vi antar  $m=1\text{kg}$ ,  $l=1\text{m}$ ,  $q=5\mu\text{C}$  och så antar vi små vinklar så att  $\sin^3 \frac{\alpha}{2} \approx \left(\frac{\alpha}{2}\right)^3$

$$\cos \frac{\alpha}{2} \approx 1$$

$$\left(\frac{\alpha}{2}\right)^3 = \frac{q^2}{16mg\pi\epsilon_0 l^2} \Rightarrow \alpha = 20.5^\circ$$

(För denna vinkel är även approximationen av  $\sin(x)$  för små vinklar okej)

2. Vi vill ästadkomma  $\Phi_2 = 0,6 \text{ mVs}$  i luftgapet

Flödet i mittberet är samma i järnet som i luftgapet

Pga symmetrin samverkar flödet från de yttre delarna i mittberet, så att  $2\Phi_1 = \Phi_2$ , om  $\Phi_1$  är flödet i yttre delen av järnkärnan

$$\text{Så vi ska ha } \Phi_1 = 0,3 \text{ mVs} \Rightarrow B_1 = \frac{\Phi_1}{A} = 0,75 \text{ T}$$

$$\text{Ur tabellen fås att detta motsvarar } H_1 = 12 \text{ kA/m}$$

I mittberet har vi på motsvarande sätt i järnet

$$\Phi_2 = 0,6 \text{ mVs} \Rightarrow B_2 = 1,5 \text{ T} \Rightarrow H_2^{\text{Fe}} = 30 \text{ kA/m}$$

och i luftgapet

$$\Phi_2 = 0,6 \text{ mVs} \Rightarrow B_2 = 1,5 \text{ T} \Rightarrow H_2^{\text{luft}} = \frac{B}{\mu_0} = 1,19 \text{ MA/m}$$

Ampères lag ger nu

$$N \cdot I = H_1 \cdot \pi a + H_2^{\text{Fe}} \cdot 2a + H_2^{\text{luft}} \cdot d$$

$$\Rightarrow I = 4,0 \text{ A}$$



3

Till att börja med ser vi att endast dipolens z-komponent ger flödesbidrag i de lindade varven.

Vektorpotentialen från z-komponenten blir:

$$\vec{A}(r, \theta, \phi, t) = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{m_2 \times \vec{r}}{r^2} = \frac{\mu_0 m_0}{4\pi} \cos(\omega t) \frac{\vec{z} \times \vec{r}}{r^2} = \frac{\mu_0 m_0}{4\pi} \cos(\omega t) \frac{\sin\theta}{r^2} \hat{\phi}(\theta)$$

Flödet genom ett varv av lindningen beläget vid polvinkeln  $\theta$  blir:

$$\Phi(\theta, t) = \oint \vec{A} \cdot d\vec{l} = \frac{\mu_0 m_0}{4\pi} \cos(\omega t) \frac{\sin\theta}{a^2} \int_0^{2\pi} \hat{\phi} \cdot (a \sin\theta \hat{\phi} d\phi) = \frac{\mu_0 m_0}{2a} \cos(\omega t) \sin^2\theta$$

Med jämn varvbeläggning i  $\theta$ -led får vi i intervallet  $d\theta$  finns

$$dN = \frac{N}{\pi} d\theta \text{ varv som passerar av flödet } \Phi(\theta)$$

Detta ger ett bidrag till det sammanlagda flödet:  $d\Phi = \Phi dN = \frac{\mu_0 m_0 N}{2\pi a} \cos(\omega t) \sin^2\theta$

$$\text{Totala flödet: } \Phi_{\text{total}}(t) = \frac{\mu_0 m_0 N}{2\pi a} \cos(\omega t) \int_0^{\pi} \sin^2\theta d\theta = \frac{\mu_0 m_0 N}{4a} \cos(\omega t)$$

Den inducerade spänningen

$$V = -\frac{d\Phi_{\text{total}}}{dt} = \frac{\mu_0 m_0 N \omega}{4a} \sin(\omega t)$$

$$\text{Strömmen i resistansen blir } \vec{i} = \frac{V}{R} = \frac{\mu_0 m_0 N \omega}{4aR} \sin(\omega t)$$

4

1 W/m<sup>2</sup> effekt propagerar som i vatten  $\epsilon_r = 78, \sigma = 0,2$   
frekvensen 1 GHz.

Reflekteras mot material med  $\epsilon_r = 3, \sigma = 0$  och propagerar tillbaka till antensystemet.

Vi väntar med  $\frac{\sigma}{\omega\epsilon} \ll 1$ , För denna situation har vi  $\frac{\sigma}{\omega\epsilon} \approx 0,046$

Hur effekten transmitteras genom ett medium beskrivs av

$$P(z) = \frac{E_0^2}{2|Z_c|} e^{-2\alpha z} \cos \theta_z \quad \text{Där vägimpedansen } Z_c = |Z_c| e^{j\theta_z}$$

$$\text{Vid } z=0 \text{ för vi: } 1 = \frac{E_0^2}{2|Z_c|} \cos \theta_z$$

$$\text{För } \frac{\sigma}{\omega\epsilon} \ll 1 \text{ gäller } \alpha = \frac{\omega\epsilon''}{2} \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon'}} = \left\{ \text{i vatten} \right\} = 4,27 \text{ m}^{-1}$$

Vi behöver även reflektionskoefficienten för reflektion i gränsen mellan de två materialen.

$$\text{Vägimpedansen beräknas som } Z_c = \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon'}} \left( 1 + j \frac{\epsilon''}{2\epsilon'} \right)$$

$$\text{Det ger reflektionskoefficienten } r_{12} = \frac{\sqrt{\frac{\mu_0}{78\epsilon_0}} \left( 1 + j \frac{0,2}{4\pi \cdot 10^9 \cdot 78\epsilon_0} \right) - \sqrt{\frac{\mu_0}{3\epsilon_0}}}{\sqrt{\frac{\mu_0}{78\epsilon_0}} \left( 1 + j \frac{0,2}{4\pi \cdot 10^9 \cdot 78\epsilon_0} \right) + \sqrt{\frac{\mu_0}{3\epsilon_0}}} = \frac{-45988 + j427}{67683 + j966}$$

Imaginär delen är så liten så den kan försummas  $\Rightarrow$  Reflektionskoefficient för effekt

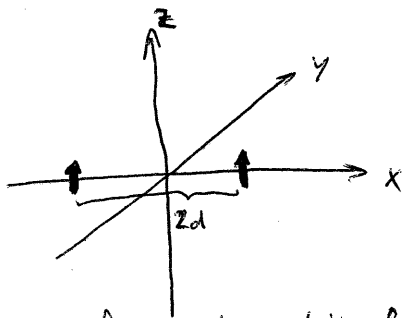
$$R = |r_{12}|^2 = 0,45$$

Reflekterad effekt efter propagation tillbaka till antensystemet blir

$$P = 1 e^{-2 \cdot 4,27 \cdot 0,1} \cdot 0,45 \text{ W/m}^2 = 0,19 \text{ W/m}^2$$

5

Placera dipolerna enligt följande (med avståndet  $2d$ ) på x-axeln

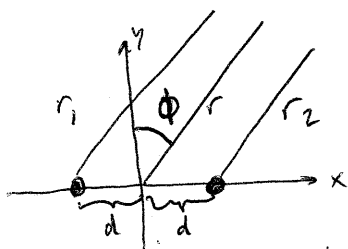


E-fältet från en dipol ges av:

$$\vec{E} = \hat{\theta} Z_0 \frac{j\omega L \bar{I}_0 \sin\theta}{4\pi\epsilon_0 r} e^{-j\beta r}$$

Vi begränsar analysen till x-y-planet så  $\theta = 90^\circ$

Avstånden från antenn till fältpunkt:



Vi får för fasvariationerna  $r_1 \approx r + d \sin\phi$

$$r_2 \approx r - d \sin\phi$$

För amplitudvariationerna  $r_1 \approx r_2 \approx r$

Vi låter också dipolerna drivas med strömmar vars fasskillnad är  $\chi$ .

$$\bar{I}_{01} = I_0 e^{j\frac{\chi}{2}}$$

$$\bar{I}_{02} = I_0 e^{-j\frac{\chi}{2}}$$

Det totala fältet kan vi nu summera från som:

$$\begin{aligned} E &= E_1 + E_2 = Z_0 \frac{j\omega L I_0}{4\pi\epsilon_0 r} \left( e^{-j\beta(r+d\sin\phi)} e^{j\frac{\chi}{2}} + e^{-j\beta(r-d\sin\phi)} e^{-j\frac{\chi}{2}} \right) \\ &= Z_0 \frac{j\omega L I_0}{4\pi\epsilon_0 r} e^{-j\beta r} \left( e^{-j\beta d \sin\phi + j\frac{\chi}{2}} + e^{j\beta d \sin\phi - j\frac{\chi}{2}} \right) \\ &= Z_0 \frac{j\omega L I_0}{4\pi\epsilon_0 r} e^{-j\beta r} 2 \cos(\beta d \sin\phi - \frac{\chi}{2}) \end{aligned}$$

För att få riktverkan krävs att  $\cos(\beta d \sin\phi - \frac{\chi}{2}) = 1$  i önskad riktning.

$$\text{dvs } \beta d \sin\phi = \frac{\chi}{2} \Rightarrow \phi = \arcsin \frac{\chi}{\beta d 2}$$

Här ser vi att givet avståndet,  $d$ , mellan antennerna och propagationskonstanten  $\beta$  så kan riktnings  $\phi$  som ger maximal fältstyrka bestämmas med  $\chi$

Nackdelen med detta system är att om vi vill ha ett maximum i en viss riktning  $\phi$  så fås även ett i riktningen  $180^\circ - \phi$  (pga arcsin)

Genom att använda fler antenner kan bättre kontroll på fältbilderna erhållas.