

Tentamen i Elektromagnetisk fältteori för F2.
EEF031 onsdagen den 19 april 2006 kl. 14:00-18:00.

- Tillåtna hjälpmedel:** BETA, Physics Handbook, Formelsamling i elektromagnetisk fältteori, Valfri kalkylator, inga egna anteckningar utöver egna formler på sista bladet i formelsamlingen för elektromagnetisk fältteori.
- Förfrågningar:** Lovisa Nord, Tel. 0706-14 45 90.
Lärare besöker skrivsalen ca kl 15 och kl 17 för att besvara frågor.
- Lösningar:** Anslås på kursens hemsida efter tentamenstidens slut.
- Resultat:** Anslås på kursens hemsida senast den 6:e maj.
- Granskning:** Sker på plats och tid enligt resultatlistan.
- Betyg:** Sänds till betygsexpeditionen senast den 6:e maj.
- Kom ihåg:** Poängavdrag görs för otydliga figurer, utelämnade referensriktningar, dimensionsfel och utelämnade motiveringar.

Svaren på förståelsedelen skall ges på tesen som lämnas in. Flervalsfrågorna besvaras genom att markera en av rutorna på tesen efter varje påstående. En och endast en ruta på varje rad skall markeras.

De tre svarsalternativen (från vänster till höger) är *Rätt*, *Vet ej*, *Fel*. Riktigt svar på ett påstående ger +0.2 poäng. Oriktigt svar ger -0.2 poäng. Vet ej är neutralt och ger 0 poäng.

Förståelseuppgifterna ger maximalt 1 poäng och lägst -1 poäng. Man kan därför få 1 poäng även med ett vet ej svar.

Namn:.....

Email:.....

Personnummer:.....

Lycka till!

Problemlösningsdel (8 poäng)

I en plattkondensator är laddningen på den ena ledande skivan $+Q$, och laddningen på den andra ledande skivan är $-Q$. Kondensatorns tvärsnittsarea är A . Avståndet mellan de båda ledande skivorna är d . Mellan plattorna är det luft, med $\epsilon_r = 1$.

A) Bestäm elektriska förskjutningen \mathbf{D} mellan plattorna. (1 poäng)

B) Bestäm elektriska fältstyrkan \mathbf{E} mellan plattorna. (1 poäng)

C) Bestäm spänningen U_1 mellan de ledande skivorna. (2 poäng)

D) Bestäm kondensatorns kapacitans. (2 poäng)

E) Om en skiva av ett material med relativa permittiviteten ϵ_r skjuts in mellan de ledande skivorna så sjunker spänningen (kondensatorn är inte ansluten till något så Q ändrar sig inte). Bestäm den nya spänningen U_2 om den inskjutna skivan har tjockleken $\frac{d}{2}$. (2 poäng)

Förståelsedel (1 poäng vardera på uppgift **F**, **G**, **H** och **I**)

F) Den elektromagnetiska teorin baseras på postulat. Vilket eller vilka av följande påståenden om den grundläggande fysiken i ovanstående problemlösningsdel är riktiga? **Rätt ? Fel**

Den fysikaliska grunden beskrivs av *ett* postulat.

Den fysikaliska grunden beskrivs av *två* postulat.

Den fysikaliska grunden baseras på Amperes lag och på att B-fältet är källfritt.

Den fysikaliska grunden baseras på Gauss lag och på att E-fältet är rotationsfritt.

Den fysikaliska grunden baseras på att källan till E-fältet är laddningstätheten/ ϵ_0 och på att E-fältet är konservativt.

Den fysikaliska grunden baseras på att rotationen av B-fältet är lika med strömtätheten och på att B-fältet är divergensfritt.

G) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga? **Rätt ? Fel**

E-fältets tangentialkomponent är kontinuerlig i gränsen mellan olika material.

E-fältets normalkomponent är kontinuerlig i gränsen mellan olika material.

D-fältets normalkomponent är kontinuerlig i gränsen mellan olika material.

Spänningen mellan två punkter representerar arbetet per laddningsenhet att föra en laddning mellan punkterna.

Man kan alltid lösa Poissons ekvation med hjälp av spegling.

Man kan definiera kapacitans för en enskild ledare.

H) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga? **Rätt ? Fel**

Källan till det elektrostatiska fältet är stillastående laddningar.

Kirchhoffs strömlag bygger på laddningskonservering.

Eftersom det elektrostatiska fältet är rotationsfritt kan en potential definieras.

Kapacitansen hos en ideal kapacitans beror av pålagd spänning.

Med givna randvillkor är lösningen till Laplaces ekvation entydig.

Enheten för elektrisk potential är Nm/As.

I) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga? **Rätt ? Fel**

Fältet utanför en oladdad ihålig metallsfär med en punktladdning i håligheten beror på punktladdningens placering i håligheten.

Fältet utanför en laddad ihålig metallsfär är samma som det från en ensam punktladdning placerad i platsen för centrum på sfären.

Den elektriska susceptibiliteten, χ_e , relateras till den relativa permittiviteten, ϵ_r , som $\epsilon_r = 1 + \chi_e$.

Källan till förskjutningsfältet är polarisationsladdningarna.

Dielektriska egenskaper modelleras med hjälp av magnetiska monopoler.

Inuti en perfekt ledare är det statiska E-fältet noll.

2

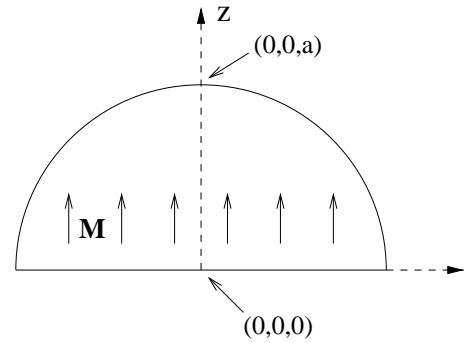
Problemlösningsdel (8 poäng)

En halvsfär av permanentmagnetmaterial har radien a och är placerad i ett koordinatsystem så som figuren visar. Halvsfären är homogent magnetiserad i z -led; $\mathbf{M} = \hat{\mathbf{z}}M_0$.

A) Beräkna de ekvivalenta magnetiseringsströmtätheterna \mathbf{J}_m och \mathbf{J}_{ms} . (2 poäng)

B) Beräkna magnetiska flödestätheten i punkten $(0,0,0)$. (3 poäng)

C) Beräkna magnetiska flödestätheten i punkten $(0,0,a)$. (3 poäng)



Förståelsedel (1 poäng vardera på uppgift D, E, F och G)

D) Den elektromagnetiska teorin baseras på postulat. Vilket eller vilka av följande påståenden om den grundläggande fysiken i ovanstående problemlösningsdel är riktiga?

	Rätt	?	Fel
Den fysikaliska grunden beskrivs av <i>ett</i> postulat.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den fysikaliska grunden beskrivs av <i>två</i> postulat.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den fysikaliska grunden baseras på Amperes lag och på att B-fältet är källfritt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den fysikaliska grunden baseras på Gauss lag och på att E-fältet är rotationsfritt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den fysikaliska grunden baseras på att källan till E-fältet är laddningstätheten/ ϵ_0 och på att E-fältet är konservativt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den fysikaliska grunden baseras på att rotationen av B-fältet är lika med strömtätheten och på att B-fältet är divergensfritt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

E) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

	Rätt	?	Fel
Vid spegling av strömmar kan man i vissa fall spegla i isolerande ytor.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
En ström i en kabel är ett exempel på en konvektionsström.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Ett blixtnedslag är ett exempel på en konduktionsström.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Ohms lag gäller för en konduktionsström.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Ohms lag gäller för en konvektionsström.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Strömtäthetens tangentialkomponent är kontinuerlig i gränsen mellan två material med olika σ .	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

F) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

	Rätt	?	Fel
En laddad partikel som rör sig i ett tidskonstant magnetfält accelereras.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
En laddad partikel som rör sig i ett tidskonstant magnetfält ökar sin hastighet.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
H-fältet spelar samma roll i magnetostatiken som E-fältet i elektrostatisken.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Enheten för magnetfält är Vs/m^2	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Lorentzkraften beror bara på det magnetiska fältet.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Ytintegralen av B-fältet över en sluten yta är alltid noll.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

G) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

	Rätt	?	Fel
Om ett material är anisotropt betyder det att det har samma egenskaper i alla riktningar.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Magnetiska monopoler används för att modellera magnetiska egenskaper.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
För en bra permanentmagnet spelar det ingen roll hur hystereskurvan ser ut.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
B-fältets normalkomponent är kontinuerlig i gränsen mellan två material om det går en ytström i gränsen.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
B-fältets tangentialkomponent är kontinuerlig i gränsen mellan två material om det går en ytström i gränsen.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
H-fältets normalkomponent är kontinuerlig i gränsen mellan två material om det går en ytström i gränsen.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

3

Problemlösningsdel (8 poäng)

Två spolar med N_1 respektive N_2 varv är lindade på en järnkärna enligt figuren. Järnkärnans tvärsnittsarea är A , och järnets relativa permeabilitet är μ_r .

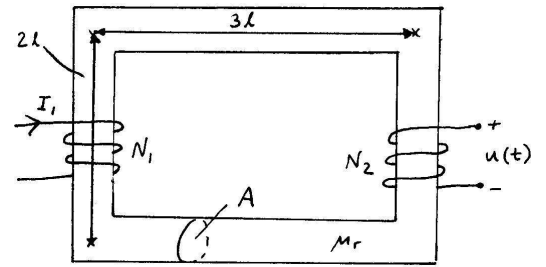
Medelväglängden för fältlinjerna i järnkärnan för ett varv är lika med $10l$. Strömstyrkan i den vänstra spolen är

$$I_1 = I_0 \sin(\omega t).$$

A) Bestäm spänningen $u(t)$ över den öppna högra spolen.

(4 poäng)

B) Bestäm den vänstra spolens självinduktans L . (4 poäng)



Förståelsedel (1 poäng vardera på uppgift C, D, E och F)

C) Den elektromagnetiska teorin baseras på postulat. Vilket eller vilka av följande påståenden om den grundläggande fysiken i ovanstående problemlösningsdel är riktiga?

	Rätt	?	Fel
Den fysikaliska grunden beskrivs av två postulat.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den fysikaliska grunden beskrivs av fyra postulat.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den fysikaliska grunden baseras på Faradays lag.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den fysikaliska grunden baseras på Amperes lag och på att B-fältet är källfritt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den fysikaliska grunden baseras på att källan till D-fältet är den fria laddningstätheten och på att E-fältet är konservativt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den fysikaliska grunden baseras på att rotationen av H-fältet är den fria strömtätheten och på att B-fältet är divergensfritt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

D) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

	Rätt	?	Fel
För en plan våg i en metall är E och H-fälten förskjutna 45° från varandra.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
B-fältet är källfritt även i elektromagnetismen.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
En plan våg är alltid linjärt polariserad.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
En elliptiskt polariserad våg kan aldrig vara en plan våg.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Fältet hos en plan våg är konstant vinkelrätt mot utbredningsriktningen.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Förskjutningsströmmen är lika med tidsderivatan av D-fältet.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

E) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

	Rätt	?	Fel
Enligt Lenz lag motverkar inducerade strömmar det ursprungliga magnetfältet.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Gauss lag måste förändras när man går från elektrostatik till elektromagnetism.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
De konstitutiva ekvationerna beskriver materialegenskaper.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Induktion är en mekanism där tex en krets försöker motverka flödesändringar.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Om man pratar om en spoles induktans menar man dess självinduktans.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Om man pratar om en spoles induktans menar man dess ömsesidiga induktans.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

F) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

	Rätt	?	Fel
Om gruppshastigheten är större än fashastigheten är materialet dispersionsfritt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Vakuüm är dispersionsfritt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Att materialet är dispersivt betyder att de dielektriska egenskaperna varierar med frekvensen.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
För en mycket god ledare gäller normalt att $\sigma/\omega\epsilon \gg 1$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
För en isolator gäller normalt att $\sigma/\omega\epsilon \ll 1$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Inträngningsdjupet definieras som $1/\beta$ där β är faskonstanten.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

Problemlösningsdel (8 poäng)

En ytvåg utbreder sig i vakuum i området $z > 0$ längs en yta med ekvationen $z = 0$.

H-fältet ges av: $\mathbf{H} = \hat{\mathbf{y}}e^{-1000z} \cos(10^7t - \beta x)$.

A) Beräkna tillhörande **E**-fält. (3 poäng)

B) Är detta en plan våg? (uniform plane wave enligt Cheng) Motivera! (2 poäng)

C) Bestäm β med hjälp av vågekvationen. (3 poäng)

Förståelsedel (1 poäng vardera på uppgift **D**, **E**, **F** och **G**)

D) Den elektromagnetiska teorin baseras på postulat. Vilket eller vilka av följande påståenden om den grundläggande fysiken i ovanstående problemlösningsdel är riktiga? **Rätt ? Fel**

Den fysikaliska grunden beskrivs av *två* postulat.

Den fysikaliska grunden beskrivs av *fyra* postulat.

Den fysikaliska grunden baseras på Gauss lag och på att E-fältet är rotationsfritt.

Den fysikaliska grunden baseras på Amperes lag och på att B-fältet är källfritt.

Den fysikaliska grunden baseras på att källan till D-fältet är den fria laddningstätheten och på att E-fältet är konservativt.

Den fysikaliska grunden baseras på att rotationen av H-fältet är den fria strömtätheten och på att B-fältet är divergensfritt.

E) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga? **Rätt ? Fel**

Den retarderade potentialen beskriver hur potentialen från en laddning avtar med avståndet.

Vågekvationen för vektorpotentialen **A** kan härledas från Maxwells ekvationer.

Man får välja $\nabla \times \mathbf{A}$ som man vill.

Den magnetiska vektorpotentialen relateras till magnetfältet som $\nabla \cdot \mathbf{A} = \mathbf{B}$

Den magnetiska vektorpotentialen relateras till magnetfältet som $\nabla \cdot \mathbf{B} = \mathbf{A}$

Begreppet retarderade potentialer härrör sig från att inget kan färdas snabbare än ljuset.

F) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga? **Rätt ? Fel**

Snells lag gäller endast i gränssytor där permeabiliteten är samma på båda sidorna, dvs $\mu_1 = \mu_2$.

Snells reflektionslag säger att infallsvinkeln är samma som reflektionsvinkeln.

Poyntingvektorn på ytan av en lång rak ledare som för en ström är riktad i strömmens riktning.

Poyntingvektorn på ytan av en lång rak ledare som för en ström är riktad radiellt ut från ledarens centrum.

Ljushastigheten i ett medium bestäms av permeabiliteten och permittiviteten.

Direktiviteten är 1,0 för en Hertzdipol.

G) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga? **Rätt ? Fel**

En Hertzdipol är en kvarts våglängd lång.

Strömmen i antennen varierar inte längs en Hertzdipol.

Strålningsresistansen hos en kvartsvågsantenn är oberoende av strålningseffekten.

Strålningsresistansen hos dipolantenn minskar med längden.

En kvartsvågsantenn är ekvivalent med en halvstågsantenn över ett ledande plan.

Strömmen är konstant längs en halvstågsantenn.

Problemlösningsdel (8 poäng)

En kort sändarantenn kan behandlas som en elektrisk punktdipol: $\mathbf{p}(t) = p_0 \sin(\omega t)\hat{\mathbf{z}}$. Tänk dig en stor sfär med radie R som omsluter punktdipolen. Punktdipolen befinner sig i den tänkta sfärens centrum, och det gäller att $R \gg \lambda$.

A) Bestäm ögonblicksvärdet av den totala effekten $P(t)$ genom sfärens yta.

Förståelsedel (1 poäng vardera på uppgift **B**, **C**, **D** och **E**)

B) Den elektromagnetiska teorin baseras på postulat. Vilket eller vilka av följande påståenden om den grundläggande fysiken i ovanstående problemlösningsdel är riktiga? **Rätt ? Fel**

- | | | | |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| Den fysikaliska grunden beskrivs av <i>två</i> postulat. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Den fysikaliska grunden beskrivs av <i>fyra</i> postulat. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Den fysikaliska grunden baseras på Faradays lag. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Den fysikaliska grunden baseras på Amperes lag och på att B-fältet är källfritt. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Den fysikaliska grunden baseras på att källan till D-fältet är den fria laddningstätheten och på att E-fältet är konservativt. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Den fysikaliska grunden baseras på att rotationen av H-fältet är den fria strömtätheten och på att B-fältet är divergensfritt. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

C) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga? **Rätt ? Fel**

- | | | | |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| Poyntingvektorn uttrycker en vågs energi i en viss riktning. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Poyntingvektorn uttrycker en vågs intensitet och vågens utbredningsriktning. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Poyntings teorem uttrycker laddningskonservering. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| En vågs energi färdas med fashastigheten. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Reflektionskoefficienten för effekt vid vinkelrätt infall är det samma som kvadraten på reflektionskoefficienten för amplituden. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Transmissionskoefficienten för effekt vid vinkelrätt infall är det samma som kvadraten på transmissionskoefficienten för amplituden. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

D) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga? **Rätt ? Fel**

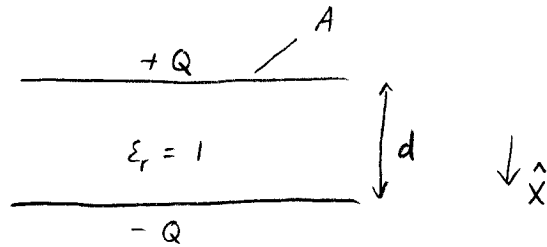
- | | | | |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| En monokromatisk våg innehåller flera frekvenskomponenter. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| En cirkulär polariserad plan våg träffar en plan gränssyta till ett förlustfritt dielektrikum under Brewstervinkeln. Reflektionen blir elliptiskt polariserad. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| En cirkulärpolariserad plan våg träffar en plan gränssyta till ett förlustfritt dielektrikum under Brewstervinkeln. Reflektionen blir cirkulärpolariserad. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| En cirkulärpolariserad plan våg träffar en plan gränssyta till ett förlustfritt dielektrikum under Brewstervinkeln. Reflektionen blir linjärpolariserad. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Kritiska vinkeln härleds utifrån Snells lag. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Brewstervinkeln kan härledas utifrån Snells lag. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

E) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga? **Rätt ? Fel**

- | | | | |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| Snells brytningslag härleds från Fresnels ekvationer. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| I Snells lag spelar vågens polarisering ingen roll. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Vid totalreflektion uppstår en ytvåg som ej uppfyller Maxwells ekvationer. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| En optisk fiber bygger på totalreflektion. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Totalreflektion sker vid alla infallsvinklar mellan 0° till 90° då ljusstrålen går från ett optiskt tätare till ett optiskt tunnare material. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Totalreflektion är även möjlig då ljusstrålen går från ett optiskt tunnare till ett optiskt tätare material. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

Lösningar 060419

①



a)
$$\underline{\underline{D = \frac{Q}{A} \hat{x}}}$$

b)
$$\underline{\underline{E = \frac{D}{\epsilon_0} = \frac{Q}{\epsilon_0 A} \hat{x}}}$$

c)
$$\underline{\underline{U_1 = \int E \cdot dR = E \cdot d = \frac{Qd}{\epsilon_0 A}}}$$

d)
$$\underline{\underline{C = \frac{Q}{U_1} = \epsilon_0 \frac{A}{d}}}$$

e)
$$D = [\text{oförändrat}] = \frac{Q}{A} \hat{x}$$

$$E_{\text{luft}} = \frac{D}{\epsilon_0}, \quad E_{\text{skiva}} = \frac{D}{\epsilon_r \epsilon_0}$$

$$\underline{\underline{U_2 = E_{\text{luft}} \cdot \frac{d}{2} + E_{\text{skiva}} \cdot \frac{d}{2} =}}$$

$$= \frac{Q}{\epsilon_0 A} \frac{d}{2} + \frac{Q}{\epsilon_r \epsilon_0 A} \frac{d}{2} =$$

$$= \frac{Qd}{\epsilon_0 A 2} \left(1 + \frac{1}{\epsilon_r} \right) =$$

$$= \underline{\underline{\frac{Qd}{2\epsilon_0 A} \frac{\epsilon_r + 1}{\epsilon_r}}}$$

②

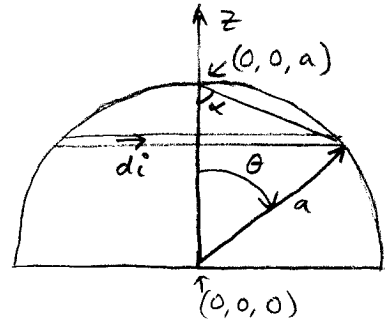
$$a) \quad \underline{\underline{\underline{J_m}}} = \nabla \times M = \nabla \times (M_0 \hat{z}) = \underline{\underline{\underline{0}}}$$

$$\underline{\underline{\underline{J_{ms}}} = M \times \hat{n} = M \times \hat{R} = \hat{z} M_0 \times \hat{R} = \hat{\varphi} M_0 \sin \theta}$$

b) Dela in J_{ms} i cirkulära strömmar,
 $di = M_0 \sin \theta \cdot a d\theta$.

Formeln för B på axeln till en
 cirkulär stambana ger

$$dB(0,0,0) = \frac{\mu_0 di}{2 \cdot a \sin \theta} \sin^3 \theta \hat{z}$$



$$\underline{\underline{\underline{B(0,0,0)}}} = \frac{\mu_0}{2a} \hat{z} \int_0^{\pi/2} M_0 \sin \theta a d\theta \sin^2 \theta =$$

$$= \frac{\mu_0}{2} M_0 \hat{z} \int_0^{\pi/2} \sin^3 \theta d\theta = \underline{\underline{\underline{\hat{z} \frac{\mu_0 M_0}{3}}}}$$

$$c) \quad dB(0,0,a) = \hat{z} \frac{\mu_0 di}{2 \cdot a \sin \theta} \sin^3 \alpha = \frac{\mu_0 M_0 \hat{z}}{2} d\theta \sin^3 \left(\frac{\pi - \theta}{2} \right)$$

$$\underline{\underline{\underline{B(0,0,a)}}} = \hat{z} \frac{\mu_0 M_0}{2} \int_0^{\pi/2} \cos^3(\theta/2) d\theta =$$

$$= \hat{z} \mu_0 M_0 \int_0^{\pi/4} \cos^3 \beta d\beta = \underline{\underline{\underline{\hat{z} \frac{\mu_0 M_0}{6\sqrt{2}}}}}$$

$$\begin{aligned}
 \textcircled{3} \quad a) \quad \underline{\underline{v(t)}} &= N_2 \frac{d\phi(t)}{dt} = N_2 \frac{d}{dt} \frac{N_1 I_0 \sin(\omega t) \mu_r \mu_0 A}{10L} = \\
 &= \underline{\underline{\frac{N_1 N_2 I_0 \omega \cos(\omega t) \mu_r \mu_0 A}{10L}}}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 b) \quad \underline{\underline{L}} &= \frac{\Lambda}{I} = \frac{N_1 \phi}{I_1} = \frac{N_1}{I_1} \cdot \frac{N_1 I_1 \mu_r \mu_0 A}{10L} = \\
 &= \underline{\underline{\frac{N_1^2 \mu_r \mu_0 A}{10L}}}
 \end{aligned}$$

4)

$$a) \quad H = \hat{y} e^{-1000z} \cos(10^7 t - \beta x) = H_y \hat{y}$$

$$\nabla \times H = \epsilon \frac{\partial E}{\partial t}$$

$$\nabla \times H = \begin{vmatrix} \hat{x} & \hat{y} & \hat{z} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ 0 & H_y & 0 \end{vmatrix} = -\hat{x} \frac{\partial H_y}{\partial z} + \hat{z} \frac{\partial H_y}{\partial x}$$

$$\begin{cases} \epsilon \frac{\partial E_x}{\partial t} = 1000 e^{-1000z} \cos(10^7 t - \beta x) \\ \epsilon \frac{\partial E_z}{\partial t} = \beta e^{-1000z} \sin(10^7 t - \beta x) \end{cases}$$

$$\begin{cases} E_x = \frac{10^{-4}}{\epsilon} e^{-1000z} \sin(10^7 t - \beta x) \\ E_z = \frac{-\beta 10^{-7}}{\epsilon} e^{-1000z} \cos(10^7 t - \beta x) \end{cases}$$

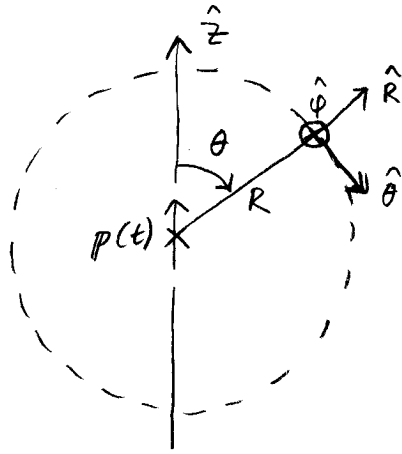
b) Detta är ingen plan våg ty $E \perp H$ är ej konstanta i planet vinkelrätt mot utbredningsriktningen.

c) Vågekvationen för H fältet:

$$\nabla^2 H_y + \frac{\omega^2}{c^2} H_y = 0$$

$$\Rightarrow 1000^2 - \beta^2 + \frac{\omega^2}{c^2} = 0 \Rightarrow \beta = \pm \sqrt{1000^2 + \left(\frac{\omega}{c}\right)^2}$$

⑤



$$\hat{z} \times \hat{R} = \sin \theta \hat{\varphi}$$

$$p(t) = p_0 \sin(\omega t) \hat{z}$$

$$\begin{aligned} B &= [R \gg \lambda] = \frac{\mu_0}{4\pi c} \frac{p''(t - \frac{R}{c}) \times \hat{R}}{R} = \\ &= \frac{\mu_0}{4\pi c} \frac{(-\omega^2) p_0 \sin(\omega(t - \frac{R}{c})) \hat{z} \times \hat{R}}{R} = \\ &= \underbrace{-\frac{\mu_0 \omega^2 p_0 \sin(\omega(t - \frac{R}{c}))}{4\pi c R}}_B \sin \theta \hat{\varphi} \end{aligned}$$

$E = cB \hat{\theta}$, enligt regeln om högersystem

$$P_s = E \times H = cB \hat{\theta} \times \frac{B}{\mu_0} \hat{\varphi} = \frac{cB^2}{\mu_0} \hat{R}$$

$$\begin{aligned} P(t) &= \oint P_s \cdot \hat{R} dS = \oint \frac{cB^2}{\mu_0} dS = \\ &= \int_0^\pi \frac{c}{\mu_0} \left(\frac{\mu_0 \omega^2 p_0 \sin(\omega(t - \frac{R}{c}))}{4\pi c R} \sin \theta \right)^2 R d\theta R \sin \theta 2\pi = \end{aligned}$$

$$= \frac{\mu_0}{c} \frac{\omega^4 p_0^2 \sin^2(\omega(t - \frac{R}{c}))}{8\pi} \int_0^\pi \sin^3 \theta d\theta$$

$$\int_0^\pi \sin^3 \theta d\theta = \left[-\cos(\theta) + \frac{\cos^3(\theta)}{3} \right]_0^\pi = 1 - \frac{1}{3} + 1 - \frac{1}{3} = \frac{4}{3}$$

$$P(t) = \frac{\mu_0 \omega^4 p_0^2 \sin^2(\omega(t - \frac{R}{c}))}{6\pi c}$$