

Fält 16. Tentamen i Elektromagnetisk fältteori F. för F2.
EEF031 11/3 2000 kl. 14.15-18.15

- Tillåtna hjälpmedel:** BETA, Physics Handbook, Formelsamling i Elektromagnetisk fältteori, Valfri kalkylator men inga egna anteckningar utöver egna formler på sista bladet i formelsamlingen i Elektromagnetisk fältteori
- Förfrågningar:** Mikael Persson Tel. ankn. 1576
- Lösningar:** anslås efter tentamens slut på kursens hemsida
- Resultatet:** sändes senast 14/4 2000 till studievägledningen F.
- Granskning:** sker på tid som anges på betygsglistan
- Betygen:** sändes till betygsexpeditionen senast 14/4 2000
- Kom ihåg** Poängavdrag göres för otydliga figurer, utelämnade referensriktningar, dimensionsfel och utelämnade motiveringar.

1.

Problemlösningsdel

En sfäriskt symmetrisk rymdladdningstäthet har värdena

$$\rho(R) = \rho_0 = \text{konstant, för } a < R < 2a$$

$$\rho(R) = 0, \text{ för övrigt}$$

- A) Beräkna potentialen $V(R)$ som denna laddningsfördelning ger upphov till. Sätt potentialen i oändligheten lika med noll. **4poäng**
- B) Beräkna systemets elektrostatiske energi **4poäng**

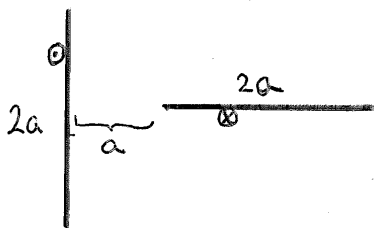
Förståelsedel

- C) Vilket eller vilka postulat bygger lösningen ovan på?
Vad säger det/de i ord?
Beskriv med ord hur man kommer från postulaten till det använda uttrycket i uppgift A). **1poäng**
- D) Definiera begreppen elektrostatiske energi, och elektrostatiske potential
De är relaterade. Beskriv kortfattat hur. **1poäng**
- E) I elektrostatisken använder vi att $\text{div}(\mathbf{J}) = 0$. Rita en figur och förklara vad detta motsvarar i kretsteorin. **1poäng**
- F) Rita en figur och förklara kortfattat vad uttrycket $\mathbf{E} + \mathbf{E}_k = \eta \mathbf{J}$, där \mathbf{E}_k är en yttre källterm, beskriver i kretsteorin **1poäng**

2.

Problemlösningsdel

I en likströmsapplikation utgörs fram- och återledaren av två långa platta metallband enligt figuren nedan.



- A) Beräkna kraften per längdenhet varmed den vänstra ledaren påverkar den högra ledaren. Dela in strömmen i strömrör och utnyttja uttrycket på magnetfältet från en lång rak ledare. **8poäng**
-

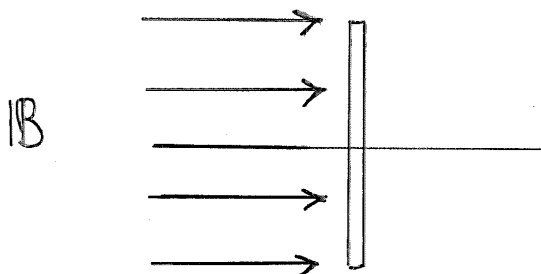
Förståelsedel

- B) Vilket eller vilka postulat bygger lösningen ovan på?
Vad säger det/de i ord?
Beskriv med ord hur man kommer från postulaten till det använda uttrycket i uppgift A) **1poäng**
- C) Kraften $dF = \mathbf{J} \times \mathbf{B} dV$ kan under vissa omständigheter övergå i formen $F = BIL$ som vi känner till från gymnasiet. Rita en bild och visa hur och under vilka förhållanden detta kan ske. **1poäng**
- D) Jämför de olika metoder som vi använt i kursen för att beräkna magnetfält från strömförande ledare. **1poäng**
- E) I en av datorlaborationerna beräknade man kraften på en järnkärna i en solenoid. Man kunde variera μ_r och fann mycket bättre överensstämmelse mellan den numeriska beräkningen och en teori baserad på virtuella förflyttningar när μ_r var relativt nära 1 jämfört med när det var mycket större än 1. Varför? **1poäng**

3.

Problemlösningsdel

En tunn cirkulär metallskiva ligger med sin rotationssymmetriaxel längs ett i rummet konstant magnetfält som varierar sinusformigt i tiden.



- A) Använd formeln $V_{\text{ind}} = -d\phi/dt$ för att beräkna den inducerade virvelströmtätn $\mathbf{J}(\mathbf{r}, t)$ under antagandet att magnetfältet från de inducerade strömmarna kan försummas. **4poäng**
- B) Beräkna det magnetfält som dessa virvelströmmar ger upphov till i skivans centrum. **2poäng**
- C) Visa när antagandet i A) är rimligt och diskutera, utan att räkna i detalj, hur man generaliserar problemet till att ta med virvelströmmarna i beräkningen. **2poäng**

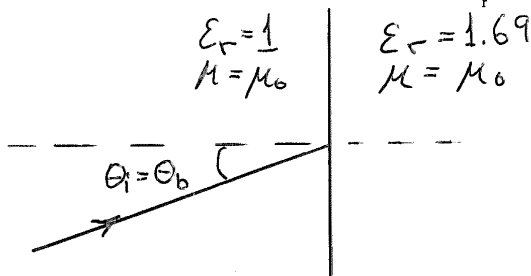
Förståelsedel

- D) Vilket eller vilka postulat bygger lösningen ovan på?
Vad säger det/de i ord?
Beskriv med ord hur man kommer från postulaten till det använda uttrycket i uppgift A) **1poäng**
- E) Beskriv begreppet induktion kortfattat utan att använda formler **1poäng**
- F) Rita, utifrån formeln i uppgift A), upp den ekvivalenta krets man får om man försummar virvelströmmarnas inverkan på magnetfältet. Rita sedan upp den ekvivalenta krets man får om man tar med denna inverkan. **1poäng**
- G) Beskriv kortfattat vad som händer med laddningar på en ledande stång som rör sig i ett statiskt magnetfält **1poäng**

4.

Problemlösningsdel

En cirkulärt polariserad plan våg i vakuum träffar en plan gränssyta till ett förlustfritt dielektrikum med dielektricitetsstalet $\epsilon_r = 1.69$ under Brewstervinkel.



- A) Skriv upp ett tidsberoende uttryck på det elektriska fältet hos den infallande vågen uttryckt i två lineärt polariserade vågor och rita en figur. **2poäng**
- B) Beräkna reflektionskoefficienterna för fälten. **2poäng**
- D) Beräkna transmissionskoefficienterna för fälten. **2poäng**
- E) Beräkna tidsmedelvärdena av Poytingvektorerna hos infallande, reflekterad och transmitterad våg. **2poäng**
-

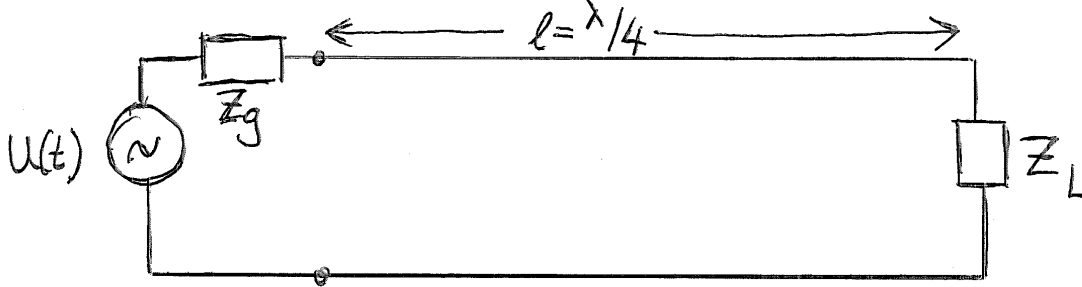
Förståelsedel

- F) Vilket eller vilka postulat bygger lösningarna ovan på?
Vad säger det/de i ord?
Beskriv med ord hur man kommer från postulaten till det använda uttrycket i uppgift B) **1poäng**
- G) Beskriv vad poytingvektorn uttrycker i ord. **1poäng**
- H) Beskriv kortfattat begreppen vågimpedens och fashastighet. **1poäng**
- I) Beskriv kortfattat begreppen total inre reflektion, Brewstervinkel, skineffekt och inträngningsdjup. **1poäng**

5.

Problemlösningssdel

En generator med tomgångsspänningen $u(t) = 5\cos(3\pi \cdot 10^8 t)$ V och en reell inre impedans $Z_g = 120 \Omega$ matar, via en förlustfri kvartvågsledning med karakteristiska impedansen $Z_c = 100 \Omega$ en belastning $Z_L = (50 - j100) \Omega$. Man finner att effektutveckling vid lasten är låg.



A) Lös problemet och visa hur mycket bättre det blir med din lösning.

8poäng

Förståelsedel

B) Vilket eller vilka postulat bygger lösningen ovan på?

Vad säger det/de i ord?

Beskriv med ord hur man kommer från postulaten till det använda uttrycket i uppgift A).

1poäng

C) Beskriv begreppet anpassning.

1poäng

D) Beskriv kortfattat skillnaden mellan ledningsteori och kretsteori och varför man vid i en snar framtid kommer att behöva ledningsteori för design av nya datorsystem.

1poäng

E) Vad är en plan våg hur är den relaterad till TEM vågor?

1poäng

① Sfärisk symmetri & Gauss' lag: $E = E(R)\hat{R}$

A) $2a < R < \infty$: $4\pi R^2 E(R) = \frac{1}{\epsilon_0} \rho_0 \frac{4\pi}{3} (8a^3 - a^3)$

$$E(R) = \frac{\rho_0}{3\epsilon_0} \cdot \frac{7a^3}{R^2} \Rightarrow V(R) = \int_R^{\infty} E(R) dR$$

$$V(R) = \frac{\rho_0}{3\epsilon_0} \frac{7a^3}{R} ; V(2a) = \frac{\rho_0}{3\epsilon_0} \frac{7a^2}{2}$$

$$a < R < 2a : 4\pi R^2 E(R) = \frac{1}{\epsilon_0} \cdot \int_a^R \rho_0 4\pi R^2 dR = \frac{4\pi}{3\epsilon_0} \rho_0 (R^3 - a^3)$$

$$E(R) = \frac{\rho_0}{3\epsilon_0} \left(R - \frac{a^3}{R^2} \right)$$

$$V(R) = \int_R^{2a} E(R) dR + V(2a)$$

$$V(R) = \frac{\rho_0}{3\epsilon_0} \left\{ \left(\frac{11a^2}{2} - \frac{R^2}{2} \right) - a^3 \left(\frac{1}{R} - \frac{1}{2a} \right) \right\}$$

$$V(a) = \frac{\rho_0}{3\epsilon_0} \left(\frac{9a^2}{2} \right) = \frac{\rho_0}{2\epsilon_0} 3a^2$$

$$0 < R < a : 4\pi R E(R) = 0 \Rightarrow E(R) = 0$$

$$V(R) = V(a) = \frac{\rho_0}{2\epsilon_0} 3a^2$$

B) $W_e = \frac{1}{2} \int \rho(R) V(R) dV =$

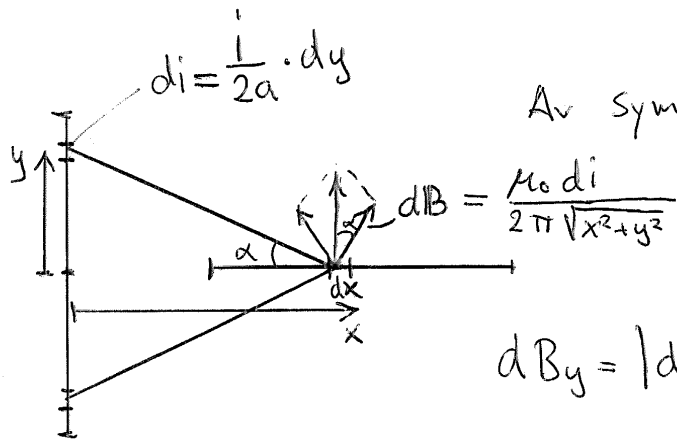
$$= \frac{1}{2} \int_a^{2a} \rho_0 \left(\frac{\rho_0}{3\epsilon_0} \left\{ \left(\frac{11a^2}{2} - \frac{R^2}{2} \right) - a^3 \left(\frac{1}{R} - \frac{1}{2a} \right) \right\} \right) 4\pi R^2 dR$$

$$= \frac{\rho_0^2 2\pi}{3\epsilon_0} a^5 \left(\frac{47}{5} \right)$$

C) - F) Se föreläsninganteckningarna

②

A)



Av symmetri $B = B_y \hat{y}$

$$dB = \frac{\mu_0 di}{2\pi \sqrt{x^2 + y^2}}$$

$$dB_y = |dB| \cdot \cos \alpha$$

$$dB_y = \frac{\mu_0 i dy / 2a}{2\pi \sqrt{x^2 + y^2}} \cdot \frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}}$$

$$B_y = \int_{y=-a}^a dB_y = \frac{\mu_0 i}{4\pi a} 2 \arctan \frac{a}{x}$$

$$dF = di_z (-\hat{z}) \cdot l \times B_y = \hat{x} l \underbrace{\frac{dx}{2a}}_{di_z} \cdot \frac{\mu_0 i}{4\pi a} \arctan \frac{a}{x}$$

$$F = \hat{x} l \cdot \frac{\mu_0 i^2}{4a^2} \int_a^{3a} \arctan \frac{a}{x} dx = \hat{x} l \frac{\mu_0 i^2}{4\pi} \left[\frac{5\pi}{4} - 3 \arctan 3 + \ln 5 \right]$$

$$= \hat{x} l \frac{\mu_0 i^2}{4\pi} 0.9846$$

$$F_l = \frac{F}{l} = \hat{x} \frac{\mu_0 i^2}{4\pi} 0.9846$$

B) - E) Se föreläsninganteckningarna

3

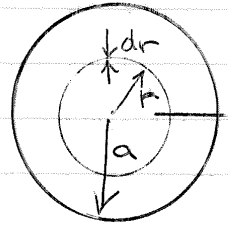
A) $V_{ind} = - \frac{d\phi}{dt}$ $B = B_0 \cos \omega t \hat{z}$

Symmetri: $2\pi r \bar{E}_\varphi = j\omega \pi r^2 B_0$

$$\bar{J}_\varphi = \nabla \bar{E}_\varphi(r) = -j\omega \dagger B_0 \frac{r}{2}$$

$$I = \int \bar{J}_\varphi \hat{\varphi} = \hat{\varphi} \cdot \text{Re} \{ e^{j\omega t} \bar{J}_\varphi \} =$$

$$= \omega \dagger B_0 \frac{r}{2} \cos(\omega t - \frac{\pi}{2})$$



Cirkulära strömrör

B) $d\bar{B}_{\text{origo}}^{\text{virv}} = \hat{z} \frac{\mu_0 d\bar{I}}{2r} = \hat{z} \frac{\mu_0}{2r} \bar{J}_\varphi \cdot d \cdot dr$

$$\bar{B}_{\text{origo}}^{\text{virv}} = \int_{r=0}^a d\bar{B}_{\text{origo}}^{\text{virv}} = -\hat{z} j\omega \mu_0 \dagger B_0 d \cdot a / 4$$

$$|B_{\text{origo}}^{\text{virv}}| = \text{Re} \{ e^{j\omega t} |B_{\text{origo}}^{\text{virv}}| \} = \frac{1}{2} \frac{\omega \mu_0 \dagger d \cdot a}{4} B_0 \cos(\omega t - \frac{\pi}{2})$$

C) Rimligt om $\frac{\omega \mu_0 \dagger d \cdot a}{4} \ll 1$

Annars: $V_{ind} = - \frac{d\phi^{\text{stret}}}{dt} - \frac{d\phi^{\text{virvel}}}{dt}$

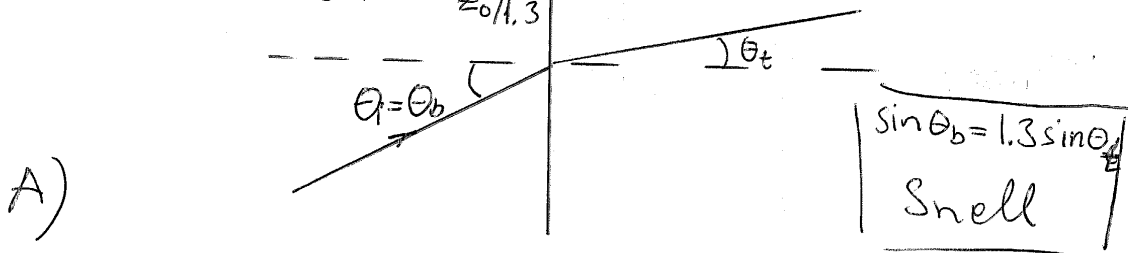
D) - G) Se föreläsningens anteckningarna

4

$$Z = Z_0 \quad \epsilon_r = 1 \quad \mu = \mu_0$$

$$\tan \theta_b = n_2 = 1.3 = \frac{Z_0}{Z_0/1.3}$$

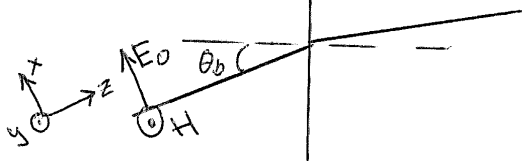
$$\epsilon_r = 1.69 \quad \mu = \mu_0 \quad Z = Z_0 \cdot \sqrt{\frac{1}{1.69}} = \frac{Z_0}{1.3}$$



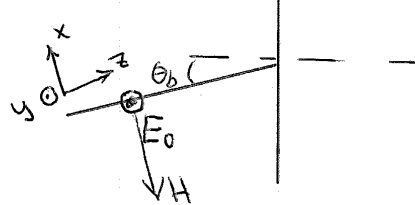
A)

$$E_i = \hat{x} E_0 \cos(\omega t - \beta z) + \hat{y} E_0 \sin(\omega t - \beta z)$$

parallell polarisering



Vinkelrät polarisering



B)

$$\left(\frac{\bar{E}_{r0}}{\bar{E}_{i0}} \right)_{||} = 0$$

$$\left(\frac{\bar{E}_{r0}}{\bar{E}_{i0}} \right)_{\perp} = \frac{1/Z_0 \cos \theta_b - 1.3/Z_0 \cos \theta_t}{1/Z_0 \cos \theta_b + 1.3/Z_0 \cos \theta_t} = -0.26$$

$$D) \left(\frac{\bar{E}_{t0}}{\bar{E}_{i0}} \right)_{||} = \frac{2(Z_0/1.3) \cos \theta_b}{Z_0 \cos \theta_b + (Z_0/1.3) \cos \theta_t} = 0.77 \quad \left(\frac{\bar{E}_{t0}}{\bar{E}_{i0}} \right)_{\perp} = \frac{2/Z_0 \cos \theta_b}{(1/Z_0) \cos \theta_b + (1.3/Z_0) \cos \theta_t} = 0.74$$

E)

$$S_{med} = 2 \cdot \frac{E_0^2}{2Z_0}$$

$$S_{rmed} = \frac{E_0^2}{2Z_0} (-0.26)^2$$

$$S_{tmed} = \frac{E_0^2}{2(Z_0/1.3)} [0.74^2 + 0.77^2] = \frac{E_0^2}{2Z_0} 1.49$$

F)-I) Se föreläsninganteckningarna

⑤ Många olika möjligheter

A) Se tex: uppgift 4 tentan 11/1 2000
eller uppgift 5 tentan 16/3 1996
eller uppgift 14.11 exempelsamlingen
eller uppgift 6 tentan 14/1 1997

B)–E) Se exempelsamlingen.