

Fält 06. Tentamen i Elektromagnetisk fältteori F. för F2.
14/1 1997.

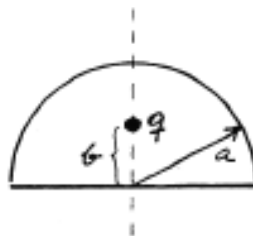
Tillåtna hjälpmedel:	BETA, SMT, Physics Handbook, Formelsamling i Elektromagnetisk fältteori, <u>valfri</u> kalkylator men inga <u>egna</u> anteckningar utöver egna <u>formler</u> på sista bladet i formelsamlingen i Elektromagnetisk fältteori.
Förfrågningar:	Tel. ankn. 1583
Lösningar	anslås efter tentamens slut vid Telesnack.
Resultatet	sändes senast den 31/1 1997 till studievägledningen F.
Granskning	sker på tid som anges på betygslistan.
Betygen	sändes till betygsexpeditionen senast den 6/2 1997. - 0 - 0 - 0 -
Kom ihåg!	Tydliga figurer, Referensriktningar, Dimensionskontroll, Motiveringar. - 0 - 0 - 0 -

Teoriuppgift Endast BETA och SMT får användas!

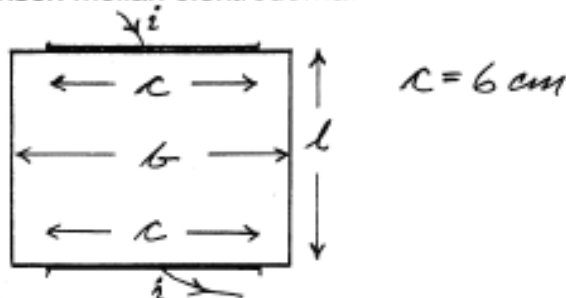
1. Härled, utgående från $\nabla \times \mathbf{E} = \mathbf{0}$ och $\nabla \cdot \mathbf{D} = \rho$, sambanden mellan tangentialkomponenterna hos \mathbf{E} -fälten och mellan normalkomponenterna hos \mathbf{D} -fälten på ömse sidor om en gränssyta mellan två olika material!

Räkneuppgifter Hjälpmedel enligt listan högst upp!

2. En liten metallkula med laddningen q och radien r_0 befinner sig inuti ett slutet tunt metallskal med formen av en halv sfär med radien $a \gg r_0$. Kulan befinner sig på halvsfärens symmetriaxel på avståndet $b \gg r_0$ från den plana ytan. Vidare gäller att även avståndet $a-b \gg r_0$. Beräkna ytladdningstätheten på insidan av den buktiga metallytan i den punkt där symmetriaxeln passerar ytan!



3. Två elektroder ligger an mot en del av övre och undre kanten av en rektangulär skiva med längden $l=6$ cm, bredden $b=8$ cm, tjockleken $d=1$ cm och ledningsförmågan $\sigma=0.05$ S/m, så som figuren visar. Beräkna en undre och en övre gräns för resistansen mellan elektroderna!



4. En tunn cirkulär metallskiva ligger i xy -planet med sin rotationssymmetriaxel längs z -axeln i ett i tiden sinusformigt varierande homogent magnetfält

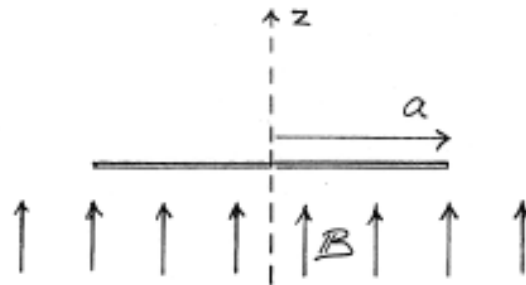
$$\mathbf{B}(t) = \hat{z} B_0 \cos(\omega t) ; \quad \omega = 2\pi \cdot 10^4 \text{ rad/s}$$

Skivans ledningsförmåga $\sigma = 58 \cdot 10^6 \text{ S/m}$, radie $a = 5 \text{ cm}$ och tjocklek $d = 0.1 \text{ mm}$.

A) Beräkna den inducerade virvelströmstätheten $\mathbf{J}(r,t)$ i skivan under antagandet att magnetfältet från de inducerade virvelströmmarna kan försummas!

B) Beräkna det magnetfält som de ovan beräknade virvelströmmarna ger upphov till i skivans centrum!

C) Kan det anses vara en rimlig approximation att i ovanstående situation försumma magnetfältet från de inducerade strömmarna?

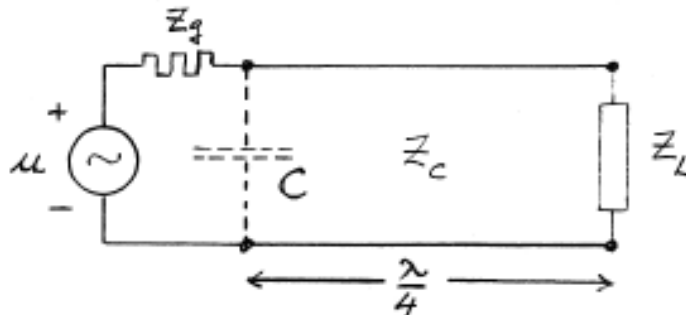


5. En linjärt polariserad plan elektromagnetisk våg i vakuum med \mathbf{E} -fältet parallellt med infallsplanet skulle egentligen träffa en plan gränssyta till ett förlustfritt dielektrikum med brytningsindex $n=1.6$ under Brewster-vinkel och därför ej ge någon reflekterad våg. Nu råkade emellertid infallsvinkeln bli 2° för stor. Beräkna reflexionsfaktorn för effekt i den för handen varande situationen!

6. En generator med tomgångsspänningen $u(t) = 5 \cos(3\pi \cdot 10^8 t) \text{ V}$ och inre impedansen $Z_g = (50 + j0) \Omega$ matar via en förlustfri kvartsvågsledning med karakteristiska impedansen $Z_c = 50 \Omega$ en belastning $Z_L = (50 - j100) \Omega$. Man vill öka effektutvecklingen i lasten Z_L genom att koppla en kondensator C över ingången till kabeln.

A) Beräkna lämpligaste värde på C !

B) Med hur många procent växer effektutvecklingen i lasten vid inkopplingen av kondensatorn enligt A) ?



CTH ELEKTRICITETS- LÄRA	Ämne	Datum	Blad nr
		10/1 - 97	1
		Signatur	
		H. S.	

Fält 06. 2d. magn. fält teori F, för F2, den 14/11 1997

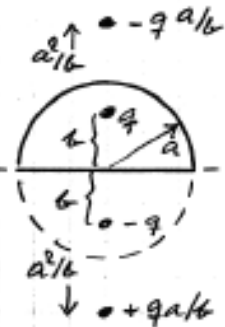
① Se föreläsning anteckningarna!

② Fältet inne i skalat ges av fyra pkt laddningar varav tre är bildladdningar.

$$D_z(0,0,a) = \frac{1}{4\pi} \left[\frac{qa/b}{(\frac{a^2}{b^2} - a)^2} + \frac{q}{(a-b)^2} + \frac{qa/b}{(\frac{a^2}{b^2} + a)^2} - \frac{q}{(a+b)^2} \right] =$$

$$= \dots = \frac{q}{4\pi} \cdot \frac{2b(3a^2 + b^2)}{a(a^2 - b^2)^2}; \quad \mathbf{E}_s = (-\hat{z}) \cdot (\hat{z} D_z) \Rightarrow$$

$$\mathbf{E}_s(0,0,a) = -\frac{q}{4\pi} \cdot \frac{2b(3a^2 + b^2)}{a(a^2 - b^2)^2}$$



③ Läg in felaktiga lodräta strömbاور mellan elektrodena, så får vi: $G = \sigma \frac{d \cdot c}{l}$; $R_o = \frac{1}{\sigma d} \cdot \frac{l}{c} = 2000 \Omega$

Läg in felaktiga horisontella strömbاور mellan elektrodena, så får vi: $R_u = \frac{1}{\sigma} \cdot \frac{l}{d \cdot b}$; $R_u = \frac{1}{\sigma d} \cdot \frac{l}{b} = 1500 \Omega$

④ Symmetri och Faradays induktionslag ger oss

$$2\pi r \bar{E}_\varphi(r) = -j\omega \pi r^2 B_o \Rightarrow \bar{J}_\varphi(r) = \sigma \bar{E}_\varphi(r) = -j\omega \sigma B_o r/2$$

A) $\underline{J}_\varphi(r,t) = \text{Re} \{ \bar{J}_\varphi(r) e^{j\omega t} \} = \omega \sigma B_o r/2 \cos(\omega t - \pi/2)$

B) Superponera bidrag från cirkulära strömlinor, så får

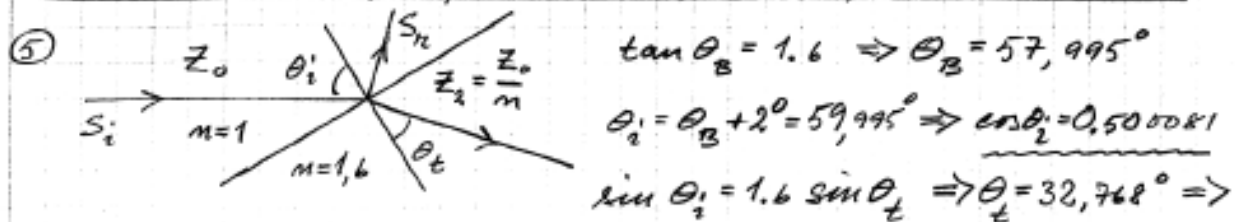
$$d\bar{B}_{\text{inr}} = \hat{z} \frac{\mu_0 di}{2r} = \hat{z} \frac{\mu_0}{2r} \cdot \bar{J}_\varphi(r) \cdot d \cdot dr = \hat{z} \frac{\mu_0}{4} (-j\omega) \sigma B_o \cdot d \cdot dr$$

$$\bar{B}_{\text{inr}} = \int_{r=0}^a d\bar{B}_{\text{inr}} = -\hat{z} j\omega \mu_0 \sigma B_o \cdot d \cdot a/4$$

$$\underline{B}_{\text{inr}}(t) = \text{Re} \{ \bar{B}_{\text{inr}} e^{j\omega t} \} = \hat{z} \frac{\omega \mu_0 \sigma d a}{4} B_o \cos(\omega t - \pi/2)$$

C) $\omega \mu_0 \sigma d a / 4 = 5.7$ i vårt fall, vilket ger vid handen att vi ej får tillförlitliga resultat om vi försummar det egna magnetfältet.

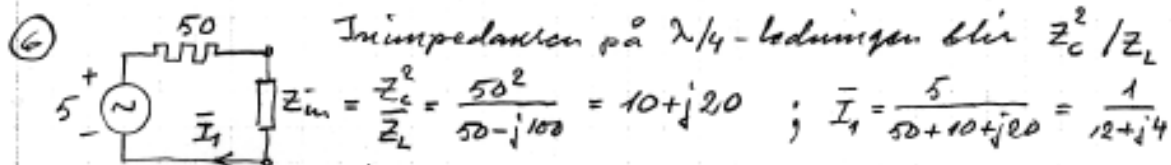
Fält öb. Ed. magn. fälteteri F, för F2, den 14/1 1997



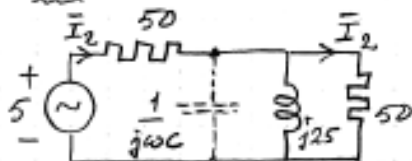
$$\cos \theta_t = 0,840870$$

$$\left(\frac{\bar{E}_{k0}}{\bar{E}_{i0}} \right)_{\parallel} = \frac{-Z_0 \cos \theta_i + (Z_0/m) \cos \theta_t}{Z_0 \cos \theta_i + (Z_0/m) \cos \theta_t} = 0,024826$$

$$\underline{R} = \frac{S_r}{S_i} = \left| \left(\frac{\bar{E}_{k0}}{\bar{E}_{i0}} \right)_{\parallel} \right|^2 = 0,024826^2 = \underline{\underline{6,16 \cdot 10^{-4}}}$$



$$P_1 = \frac{1}{2} 10 \cdot |\bar{I}_1|^2 = 5 \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{2^2 + 1^2} = \frac{1}{32} \text{ (W)}$$



$$Y_{in} = \frac{1}{Z_{in}} = \frac{1}{10 + j20} = \frac{10 - j20}{500} = \frac{1}{50} + \frac{1}{j25}$$

Välj C så att vi får parallellresonans!

$$j\omega C + \frac{1}{j25} = 0 \Rightarrow C = \frac{1}{25\omega} = \frac{1}{25 \cdot 3\pi \cdot 10^8} = \underline{\underline{42,4 \cdot 10^{-12} \text{ (F)}}}$$

$$\bar{I}_2 = \frac{5}{50 + 50} ; P_2 = \frac{1}{2} 50 \cdot |\bar{I}_2|^2 = 25 \cdot \left(\frac{1}{20} \right)^2 = \frac{1}{16} \text{ (W)}$$

$$\underline{\underline{\frac{P_2 - P_1}{P_1} = 2 - 1 = 100\% \text{ ökning av effekten}}}$$

vid inkoppling av C