

**Dugga i Elektromagnetisk fältteori för F2.**  
**EEF031 2007-11-24 kl. 8.30-12.30**

<b>Tillåtna hjälpmedel:</b>	BETA, Physics Handbook, Formelsamling i Elektromagnetisk fältteori, Valfri kalkylator men inga egna anteckningar utöver egna formler på sista bladet i formelsamlingen i Elektromagnetisk fältteori
<b>Förfrågningar:</b>	Andreas Fhager, 073-6731530
<b>Lösningar:</b>	anslås på kursens hemsida
<b>Resultatet:</b>	anslås på kursens hemsida
<b>Granskning:</b>	Sker på plats och tid enligt resultatlistan
<b>För godkänt:</b>	Elektrostatiken (tal 1 och 2) och Magnetostatiken (tal 3 och 4) bedöms var för sig så man kan bli godkänd på den ena delen utan att vara godkänd på den andra. På var och en av delarna gäller att man måste ha 60 % av totalpoängen för godkänt, med minst 40 % av totalpoängen på problemlösningsdelen respektive förståelsedelen. Godkänt på elektrostatiken och/eller magnetostatiken medför att första och/eller andra uppgiften på ordinarie tenta får hoppas över med full poäng.
<b>Ej godkänt:</b>	Den som inte når upp till gränsen för godkänt får istället ta med sig procenten av duggapoängen och sedan välja om man vill hoppa över elektrostatik- eller magnetostatiktalen på ordinarie tentamen med samma procentuella poäng.

---

## **OBS!**

**Svaren på både problemdel och förståelsedelen skall ges direkt på tesen som skall lämnas in.**

Rätt svar i problemlösningsdelen som ej motiveras där en motivering efterfrågas ger noll poäng. Rätt svar men felaktig motivering ger inte heller poäng. Svaren ska få plats på de streckade raderna i tesen.

**Eventuella svar på lösblad beaktas ej.**

Förståelsefrågorna besvaras genom att markera en av rutorna efter varje påstående till höger. En och endast en ruta på varje rad skall markeras. De tre svarsalternativen (från vänster till höger är) Rätt, Vet ej och Fel. Riktigt svar ger +0.2poäng oriktigt svar ger -0.2p. Vet ej är neutralt och ger noll poäng. Förståelseuppgifterna ger maximalt 1 poäng och lägst -1poäng och man kan därför få 1poäng även med ett vet ej svar.

Namn:

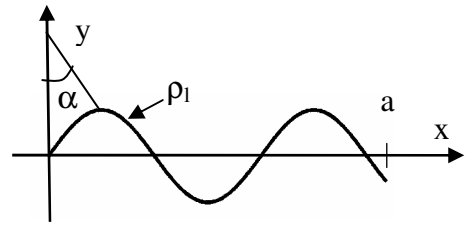
Personnummer:

Email:

# 1

## Problemlösningssdel (8 poäng)

- a) En sinusformad linjeladdning med konstant laddningstäthet  $\rho_l$  ligger längs med x-axeln mellan  $x = 0$  och  $x = a$  i xy-planet. Se figur. Förslag på beräkningsgång för att beräkna E-fältet på y-axeln finns nedan.



Källpunkt:  $\mathbf{R}_1 = x\hat{x} + \sin(x)\hat{y}$ , Fältpunkt:  $\mathbf{R}_2 = y\hat{y}$ , Uttryck för vinkeln

$\alpha$ :  $\cos\alpha = \frac{y - \sin x}{\sqrt{(y - \sin x)^2 + x^2}}$  och  $\sin\alpha = \frac{x}{\sqrt{(y - \sin x)^2 + x^2}}$ , Fältkomponenter i

x- och y-riktning:  $dE_x = -|dE|\sin\alpha$  och  $dE_y = |dE|\cos\alpha$ . Fältbidragen

kan nu integreras som: 
$$\mathbf{E}(y) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int \frac{\rho_l(\mathbf{R}_1)\hat{\mathbf{R}}_{12}}{R_{12}^2} dl = \frac{\rho_l}{4\pi\epsilon_0} \int_{x=0}^a \frac{\cos\alpha\hat{y} - \sin\alpha\hat{x}}{x^2 + (y - \sin x)^2} dx$$

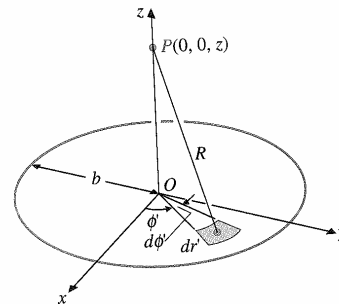
Är det föreslagna uttrycket för E-fältet på y-axeln korrekt? Korrekt motivering av svaret krävs för poäng. Om nej beskriv i ord hur lösningen ska korrigeras. (3 poäng)

.....

.....

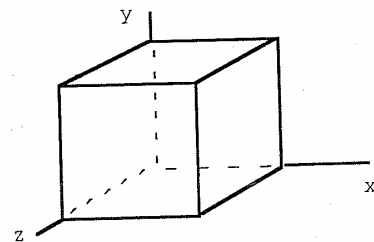
.....

- b) En tunn, icke ledande, cirkulär skiva har en ytladdningstäthet både på ovsidan och på undersidan. Laddningstätheten på respektive sida är cirkulärsymmetriskt fördelad, dvs ytladdningen beror bara av radien och skrivs  $\rho_s(r')$ . Skriv upp en integral för att beräkna E-fältet i punkten P som ligger på z-axeln. Använd beteckningar från figuren. Integralen behöver  $\mathbf{e}_j$  beräknas. (3 poäng)



.....

- c) En kub med sidan a har en ledningsförmåga som varierar enligt  $\sigma = \sigma_0(1+x/a)$ . Man anbringar sedan elektroder så att de helt täcker sidorna  $x = 0$  och  $x = a$ . Skriv upp ett integraluttryck på resistansen mellan elektroderna. Uttrycket behöver  $\mathbf{e}_j$  beräknas men förenklas så långt det är möjligt. (2 poäng)



.....

### Förståelsedel (4 poäng)

#### d) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

	ja	?	nej
I grunden bygger uppgift a på ett och endast ett postulat.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
I grunden bygger uppgift a på två och endast två postulat.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
I grunden bygger uppgift a på Gauss lag och på att E-fältet är rotationsfritt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
I grunden bygger uppgift a på Amperes lag och på att B-fältet är källfritt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
I grunden bygger uppgift a på att källan till D-fältet är den fria laddningstätheten och på att E-fältet är konservativt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
I grunden bygger uppgift a på att rotationen av H-fältet är den fria strömtätheten och på att B-fältet är divergensfritt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

#### e) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

	ja	?	nej
Coulombs lag härleds ifrån att E-fältet är konservativt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Laplaces ekvation kan härledas direkt från postulaten i elektrostatiken.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
På stort avstånd från en elektrisk dipol avtar fältet som $1/R^2$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
På litet avstånd från en elektrisk dipol avtar potentialen som $1/R^2$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
På stort avstånd från en godtycklig laddningsfördelning som endast innehåller positiv laddning avtar fältet som $1/R^2$ .	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
På stort avstånd från en godtycklig laddningsfördelning som både innehåller positiv och negativ laddning avtar fältet som $1/R^2$ .	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

#### f) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

	ja	?	nej
Då divergensen av det elektrostatiske fältet är noll kan den elektriska potentialen definieras.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Enda sättet att definiera den elektrostatiske potentialen är som $E = -\nabla V$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Det elektrostatiske fältet i en perfekt ledare är alltid konstant lika med noll.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Vakuüm har den relativa permittiviteten $\epsilon_r=1,0$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Luft har en något lägre relativ permittivitet än vakuüm.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Ju högre permittivitet ett material har desto fler molekyler polariseras då man lägger på ett externt elektriskt fält.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

#### g) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

	ja	?	nej
Källan till förskjutningsfältet $D$ är polarisationsladdningarna.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Polarisationsyt-laddningstätheten beräknas som divergensen av $D$ -fältet.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Summan av polarisationsyt-laddningstätheten och polarisationsladdningstätheten för ett oladdat objekt blir alltid noll.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Kapacitansen hos en kondensator beror på hur stor spänning man lägger på.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Resistans och kapacitans mellan två ledare är relaterade	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Elektrostatiken är en makroskopisk modell.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

## 2

### Problemlösningsdel (8 poäng)

- a) En homogen linjeladdning med tätheten  $\rho_l$  befinner sig på z-axeln mellan punkterna  $z = 0$  och  $z = c$ , se figur. Beräkna potentialen i punkten  $P(r_2, \varphi_2, z_2)$ .

Välj ett linjeelement  $dl$  längs z-axeln med laddningen  $dq = \rho_l dz_1$ . Källpunkt:  $\mathbf{R}_1 = z_1 \hat{\mathbf{z}}$ , fältpunkt:

$\mathbf{R}_2 = z_2 \hat{\mathbf{z}} + r_2 \hat{\mathbf{r}}$ . Potentialbidragen

från varje  $dl$  ges av  $dV = \frac{\rho_l dz_1}{4\pi\epsilon_0 R_{12}}$ .

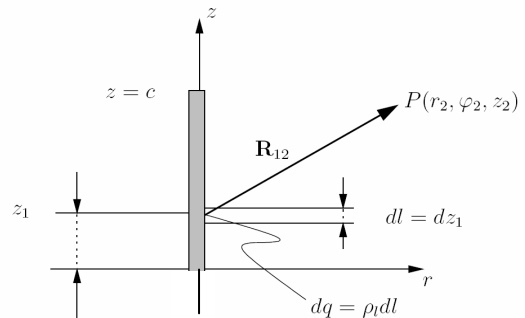
Totala potentialen ges av följande integral

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_{z_1=0}^c \frac{\rho_l dz_1}{\sqrt{r_2^2 + (z_2 - z_1)^2}}, \text{ med hjälp av följande integral för}$$

uträkningen  $\int \frac{dx}{\sqrt{u}} = \frac{1}{\sqrt{a}} \ln |x\sqrt{a} + \sqrt{u}|$  där  $u = ax^2 + b$  och  $a > 0$  fås den

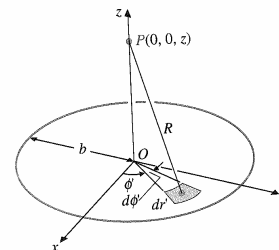
totala potentialen:  $V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \ln \left( \frac{(z_2 + c) + \sqrt{r_2^2 + (z_2 + c)^2}}{(z_2 - c) + \sqrt{r_2^2 + (z_2 - c)^2}} \right)$ . Är detta en korrekt

lösning? Svara ja eller nej! Korrekt motivering av svaret krävs för poäng. Om nej hur ska lösningen korrigeras och vad är i så fall potentialen i punkten P? (3 poäng)



.....  
 .....

- b) Skriv upp en integral för att beräkna potentialen rakt ovanför en cirkulär skiva med radien  $b$  som är centrerad i origo och har en godtycklig ytladdningstäthet,  $\rho_s(r', \Phi')$ . Använd beteckningar ur figuren. Integralen behöver **ej** beräknas. (3 poäng)



.....

- c) En sfäriskt symmetrisk laddningsfördelning ger upphov till potentialen  $V(r) = V_0(1-r^3/a^3)$  för  $r \leq a$  och  $V(r) = 0$  för  $r > a$ . Nedan finns ett lösningsförslag för att beräkna systemets totala laddning. Uppgiften är att gå igenom lösningen och se ifall den är korrekt. Om det finns något fel i beräkningen beskriv kort med ord vad felet är och hur man korrigerar lösningen.

Beräkna E-fältet som  $\mathbf{E} = -\nabla V$  Laddningsfördelningen  $\rho$  fås sedan som  $\rho = \nabla \cdot \mathbf{E}$  och ger  $\rho = 12\epsilon_0 V_0 r / a^3$  för  $R \leq a$  och  $\rho = 0$  för  $R > a$ .

Detta ger  $Q_{total} = \int_{r=0}^{\infty} \rho dV = \int_{r=0}^a \frac{12\epsilon_0 V_0 r}{a^3} 4\pi r^2 dr + \int_{r=a}^{\infty} 0 dr = 12\epsilon_0 V_0 \pi a$ . Är detta en korrekt

lösning? Svara ja eller nej! Korrekt motivering av svaret krävs för poäng. Om nej, hur ska lösningen korrigeras och vad är i så fall systemets totala laddning? (2 poäng)

.....  
 .....

### Förståelsedel (4 poäng)

#### d) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

	ja	?	nej
Gauss lag på punktform kan bevisas matematiskt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Att E-fältet är konservativt kan bevisas matematiskt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
I grunden bygger uppgift c på Gauss lag och på att E-fältet är rotationsfritt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
I grunden bygger uppgift c på Amperes lag och på att B-fältet är källfritt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
I grunden bygger uppgift c på att källan till D-fältet är den fria laddningstätheten och på att E-fältet är konservativt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
I grunden bygger uppgift c på att rotationen av H-fältet är den fria strömtätheten och på att B-fältet är divergensfritt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

#### e) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

	ja	?	nej
Potentialen från en godtycklig laddningsfördelning avtar som $1/R$ på stort avstånd.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Potentialen från en elektrisk dipol avtar som $1/R^3$ på stort avstånd.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Potentialen från en godtycklig laddningsfördelning kan beräknas med hjälp Poissons ekvation.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
En perfekt ledande metall är en ekvipotentialyta.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Speglingsmetoden kan alltid användas för att lösa Poissons ekvation.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den elektriska suseptibiliteten är en materialparameter som relaterar potential till E-fält.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

#### f) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

	ja	?	nej
I elektrostatiken är E-fältets tangentialkomponent kontinuerlig i gränsen mellan två material med olika permittivitet.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
I elektrostatiken är E-fältets normalkomponent kontinuerlig i gränsen mellan två material med olika permittivitet.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
I elektrostatiken är D-fältets tangentialkomponent kontinuerlig i gränsen mellan två material med olika permittivitet.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
I elektrostatiken är D-fältets normalkomponent kontinuerlig i gränsen mellan två material med olika permittivitet.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Randvillkoret för E-fältets tangentialkomponent härleds från att E-fältet är konservativt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Randvillkoret för E-fältets normalkomponent härleds från Gauss lag	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

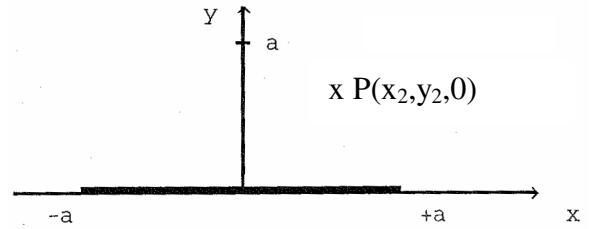
#### g) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

	ja	?	nej
En elektrisk monopol används som modell när man vill beskriva de elektriska egenskaperna hos ett material	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Dipolmomentet hos en elektrisk dipol ökar med avståndet mellan laddningarna i kvadrat.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
E-fältet från en elektrisk dipol är inte rotationsfritt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Ohms lag härleds i kursen för ett material där konduktionsströmmar dominerar.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Vid resistansberäkningar kan man beräkna en approximativ undre gräns genom att lägga in ekvipotentialytor i materialet.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
De elektriska fältlinjerna är parallella med en ekvipotentialyta.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

### 3

**Problemlösningsdel (8 poäng)**

- a) Ett mycket långt platt metallband med bredden  $2a$  ligger i  $xz$ -planet och för strömmen  $i_0$  i  $z$ -riktningen. Strömmen är jämnt fördelad över bandets bredd. För att beräkna  $B$ -fältet i punkten  $P$  kan vi integrera upp fältbidrag av



typen  $d\mathbf{B} = \frac{\mu_0 J_s dx_1}{2\pi R_{12}} \hat{\phi}$  där vi kan

uttrycka  $\hat{\phi} = \frac{\hat{y}(x_2 - x_1) - \hat{x}y_2}{\sqrt{(x_2 - x_1)^2 + y_2^2}}$  i punkten  $P$ .  $R_{12}$  definieras som

vanligt. Är detta korrekt? Svara ja eller nej! Om det är korrekt vad representerar i så fall variablerna  $x_1$  och  $J_s$ . Om nej, hur ska lösningen korrigeras? Korrekt motivering av svaret krävs för poäng. (2 poäng)

.....

.....

.....

- b) Efter en eventuell korrigering av uttrycket för  $d\mathbf{B}$  ovan kan vi skriva det totala fältet i punkten  $P$  som  $\mathbf{B}(x_2, y_2, 0) = \frac{\mu_0 J_s}{2\pi} \int_{x_1=-a}^a \int_{z=-\infty}^{\infty} \frac{\hat{y}(x_2 - x_1 - z) - \hat{x}y_2}{(x_2 - x_1 - z)^2 + y_2^2} dz dx_1$ ? Är detta

korrekt? Svara ja eller nej! Korrekt motivering av svaret krävs för poäng. Om nej, hur ska lösningen korrigeras? (2 poäng)

.....

.....

.....

- c) Hur måste vi förändra vår beräkning jämfört med uttrycket i **b** för att beräkna fältet i punkten  $P$  i det fall att metallbandet inte är oändligt långt i  $z$ -led? Beskriv kortfattat. (2 poäng)

.....

.....

.....

- d) Är det möjligt att hitta en Ampereslinga med konstant magnetfält i  $xy$ -planet som omsluter metallbandet och som sedan kan användas i Amperes lag för att beräkna magnetfältet i en godtycklig punkt  $P$ ? Svara ja eller nej. Motivera ditt svar. (2 poäng)

.....

.....

.....

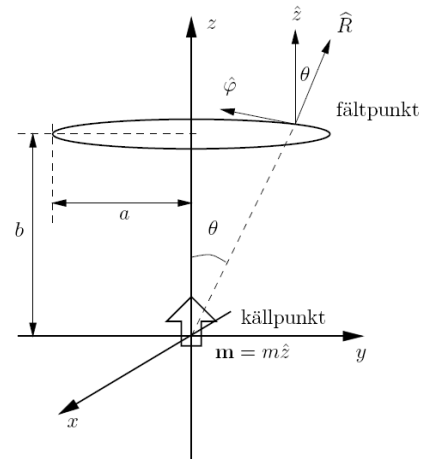
### Förståelsedel (4 poäng)

<b>e) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?</b>	<b>ja</b>	<b>?</b>	<b>nej</b>
I grunden bygger problemlösningsdelen på ett och endast ett postulat.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
I grunden bygger problemlösningsdelen på två och endast två postulat.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
I grunden bygger problemlösningsdelen på Gauss lag och på att E-fältet är rotationsfritt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
I grunden bygger problemlösningsdelen på Amperes lag och på att B-fältet är källfritt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
I grunden bygger problemlösningsdelen på att källan till D-fältet är den fria laddningstätheten och på att E-fältet är konservativt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
I grunden bygger problemlösningsdelen på att rotationen av H-fältet är den fria strömtätheten och på att B-fältet är divergensfritt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<b>f) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?</b>	<b>ja</b>	<b>?</b>	<b>nej</b>
Biot-Savarts lag är ett av postulaten i magnetostatiken.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Faradays lag är ett av postulaten i magnetostatiken.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Att B-fältets tangentialkomponent är kontinuerlig i gränsen mellan två material är ett resultat av att B-fältet är källfritt	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
För en given strömfördelning kan Biot-Savarts lag alltid användas i magnetostatiken för att beräkna magnetfältet.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
För en given strömfördelning kan Amperes lag alltid användas i magnetostatiken för att beräkna magnetfältet.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Biot-Savarts lag kan endast användas då man integrerar över en sluten slinga.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<b>g) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?</b>	<b>ja</b>	<b>?</b>	<b>nej</b>
Man kan välja divergensen av den magnetiska vektorpotentialen fritt	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
En laddad partikel i vila påverkas av en kraft som är proportionell mot magnetfältet	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Varje komponent av den magnetiska vektorpotentialen uppfyller Poissons ekvation	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Det magnetiska flödet genom en yta kan beräknas som en linjeintegral av den magnetiska vektorpotentialen längs den slinga som begränsar ytan.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den magnetiska susceptibiliteten uttrycker förhållandet mellan magnetiseringsfältet och H-fältet	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Man kan härleda Amperes lag med hjälp av att man antar att magnetfältet är källfritt	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<b>h) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?</b>	<b>ja</b>	<b>?</b>	<b>nej</b>
En magnetisk monopol används som modell när man vill beskriva de magnetiska egenskaperna hos ett material.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
I ett magnetiserat material kan man ha magnetiseringsströmmar. Dessa används för att beräkna magnetfältet på samma sätt som fria strömmar i vakuum.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
H-fältet spelar samma roll i magnetostatiken som E-fältet i elektrostatiken	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Permeabilitetskonstanten spelar liknande roll i magnetostatiken som dielektricitetskonstanten gör i elektrostatiken.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Permanentmagneter har ett H-fält trots att ingen extern ström läggs på.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Linjeintegralen av H fältet längs en sluten kurva är noll för en permanentmagnet	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

# 4

## Problemlösningsdel (8 poäng)

- a) En magnetisk dipol, med dipolmomentet  $m\hat{z}$ , och en metalltrådsring är arrangerade enligt figuren. Skriv upp ett uttryck för den magnetiska vektorpotentialen,  $\mathbf{A}$ , från dipolen på metalltrådsringen uttryckt i de storheter som är definierade i figuren. (2 poäng)



- b) Skriv upp ett integraluttryck på det elektromagnetiska flödet,  $\Phi$ , som omsluts av metalltrådsringen. Uttrycket ska skrivas som en integral av vektorpotentialen  $\mathbf{A}$  och uttryckas i storheterna i figuren. (2 poäng)

- c) En permanentmagnet har formen av en puck, mått enligt figur. Magnetens magnetisering är konstant med  $\mathbf{M} = M\hat{z}$ . För att beräkna magnetfältet på z-axeln gör vi enligt följande:

Magnetiseringsströmtätheten:

$\mathbf{J}_m = 0$  Ytmagnetiseringsströmtätheten:  $\mathbf{J}_{ms} = M\hat{\phi}$  då  $r = a$ .

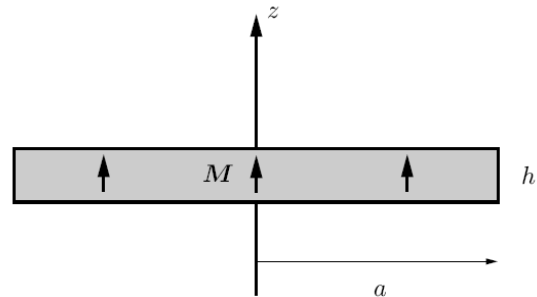
Källpunkten:  $\mathbf{R}_1 = r_1\hat{r} + z_1\hat{z}$

Fältpunkten:  $\mathbf{R}_2 = z_2\hat{z}$

Fältet kan nu rent allmänt integreras fram med Biot-Savarts

lag som: 
$$\mathbf{B}(z) = \frac{\mu_0}{4\pi} \iiint_V \frac{\mathbf{J}_m(\mathbf{R}_1) \times \mathbf{R}_{12}}{|\mathbf{R}_{12}|^3} dV + \frac{\mu_0}{4\pi} \iint_S \frac{\mathbf{J}_{ms}(\mathbf{R}_1) \times \mathbf{R}_{12}}{|\mathbf{R}_{12}|^3} dS$$

Uttryck denna integral i termer av måtten i figuren och de vektorer som är givna här ovan. Integranden och gränserna på integralen ska anges, använd cylindriska koordinater. Du behöver **inte** räkna ut integralen. (2 poäng)



- d) Utan att räkna. Vilken riktning har  $\mathbf{B}$ -fältet i uppgift c på den positiva z-axeln för  $z > h/2$ . Motivera ditt svar. (2 poäng)



### Förståelsedel (4 poäng)

<b>e) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?</b>	<b>ja</b>	<b>?</b>	<b>nej</b>
I grunden bygger uppgift <b>a</b> och <b>b</b> på ett och endast ett postulat.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
I grunden bygger uppgift <b>a</b> och <b>b</b> på två och endast två postulat.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
I grunden bygger uppgift <b>a</b> och <b>b</b> på Gauss lag och på att E-fältet är rotationsfritt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
I grunden bygger uppgift <b>a</b> och <b>b</b> på Amperes lag och på att B-fältet är källfritt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
I grunden bygger uppgift <b>a</b> och <b>b</b> på att källan till D-fältet är den fria laddningstätheten och på att E-fältet är konservativt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
I grunden bygger uppgift <b>a</b> och <b>b</b> på att rotationen av H-fältet är den fria strömtätheten och på att B-fältet är divergensfritt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<b>f) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?</b>	<b>ja</b>	<b>?</b>	<b>nej</b>
Lorentz kraften beror bara på B-fältet.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
En laddad partikel som rör sig i ett konstant B-fält accelereras i sin rörelseriktning.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
En laddad partikel som ligger still i ett konstant B-fält känner en kraft i fältets riktning.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Om vi använder metoden med virtuella förflyttningar för att beräkna den magnetiska kraften kan både flöde och ström hållas konstanta under den tänkta förflyttningen.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Om man håller strömmen konstant blir kraften större än om man håller flödet konstant eftersom batteriet i det fallet levererar energi till systemet för att hålla strömmen konstant.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Om vi håller det magnetiska flödet konstant ska vi ha ett minustecken framför derivatan av energin.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<b>g) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?</b>	<b>ja</b>	<b>?</b>	<b>nej</b>
Den magnetiska vektorpotentialen är entydigt bestämd av B-fältet.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den magnetiska suseptibiliteten är en materialegenskap	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den magnetiska permeabiliteten är en materialegenskap	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Varje komponent av den magnetiska vektorpotentialen uppfyller Poissons ekvation	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
H-fältet och B-fältet är alltid riktade åt samma håll i en permanentmagnet	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
H-fältets tangentialkomponent är aldrig kontinuerlig mellan två magnetiska material	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
<b>h) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?</b>	<b>ja</b>	<b>?</b>	<b>nej</b>
Ferromagnetiska material har små relativa permeabilitetstal	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Paramagnetiska material har stor relativa permeabilitetstal	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Magnetiska material kan ses som homogena material där magnetiseringsvektorn pekar åt samma håll i alla delar av materialet.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Hystereskurvans bredd är ett mått på energiförluster när man varierar magnetiseringen i ett material	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den magnetostatiska energin för en ensam slinga beror på strömmen i slingan i kvadrat	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den magnetostatiska energin för en ensam slinga beror på flödet genom slingan i kvadrat	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

1a) Svaret är fel. Längdelementet  $dl$  måste uttryckas längs linjeladdningen inte som i lösningsförslaget längs x-axeln. Längdelementet är  $dl = \sqrt{dx^2 + dy^2}$ . Med  $dx$  längs x-axeln för vinkel  $\theta$  led  $dy = \cos \theta dx$ .

$$b) E = \frac{z}{\epsilon_0} \int_{r=0}^a \frac{\rho_s(r') r' dr'}{(r^2 + z^2)^{3/2}}$$

$$c) R = \int_0^a \frac{dx}{\sigma_0 (1 + \frac{x}{a}) a^2}$$

2a) Nej! I svaret saknas laddningstätheten  $\rho_s$ . Dessutom är integrationsgränserna i svaret  $z_1 = -c$  till  $z_2 = c$ . Uppgiften var att räkna för  $z_1 = 0$  till  $z_2 = c$ .

$$b) V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_0^{2\pi} \int_0^b \frac{\rho_s(r', \phi') r'}{(z^2 + r'^2)} dr' d\phi'$$

c) Nej! Ytladdningen på  $r=a$  är inte medräknad. Eftersom potentialen  $V=0$  för  $r>a$  måste även totala laddningen vara noll.

3a) Ja!  $x_1$  är källpunktshoordinaten,  $J_s$  är strömstätheten  $J_s = \frac{I_0}{2a}$ . dB uttrycker fältet från strömmen  $J_s dx$ , där man antar att strömmen går i en oändligt lång ledare.

b) Nej! Man ska ej integrera i z-led. dB är ju redan uttryckt som fältet från en oändligt lång ledare som ligger i z-led.

c) Att använda bidrag från oändligt långa ledare fungerar inte. Vi får ta Biot-Savarts lag och integrera korta längdelement över  $z$  och  $\varphi$ . Eller så använder vi formel för fält från en kort ledare

d) Nej! Det finns inte tillräcklig symmetri i problemet.

$$4a) \quad A = \frac{\mu_0 M}{4\pi (a^2 + b^2)} \frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}} \hat{\varphi}$$

$$b) \quad \phi = \int_0^{2\pi} \frac{\mu_0 M}{4\pi (a^2 + b^2)} \frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}} a d\varphi$$

$$c) \quad B = \frac{M \mu_0}{4\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^h \frac{a \hat{z} + (z_2 - z_1) \hat{r}}{(a^2 + (z_2 - z_1)^2)^{3/2}} dz_1 a d\varphi$$

(Av symmetrin kan man inse att  $\hat{r}$  komponenten är noll.)

d) Positiv  $z$ -led. Sanna riktning som  $M$ -vektorn.