

**Dugga i Elektromagnetisk fältteori F. för F2.**  
**EEF031 2005-11-19 kl. 8.30-12.30**

**Tillåtna hjälpmedel:** BETA, Physics Handbook, Formelsamling i Elektromagnetisk fältteori, Valfri kalkylator men inga egna anteckningar utöver egna formler på sista bladet i formelsamlingen i Elektromagnetisk fältteori

**Förfrågningar:** Lovisa Nord 0706 14 45 90

**Lösningar:** anslås på kursens hemsida

**Granskning:** Sker på föreläsningarna

**Kom ihåg** Poängavdrag görs för otydliga figurer, utelämnade referensriktningar, dimensionsfel och utelämnade motiveringar.

---

# OBS!

Svaren på förståelsedelen skall ges på tesen som skall lämnas in.

Förståelsefrågorna besvaras genom att markera en av rutorna efter varje påstående till höger. En och endast en ruta på varje rad skall markeras.

De tre svarsalternativen (från vänster till höger är) Rätt, Vet ej och Fel. Riktigt svar ger +0.2poäng oriktigt svar ger -0.2p. Vet ej är neutralt och ger noll poäng.

Förståelseuppgifterna ger maximalt 1poäng och lägst -1poäng och man kan därför få 1poäng även med ett vet ej svar.

Notera att Elektrostatikdelen och Magnetostatikdelen bedöms separat.

Namn:

Personnummer:

Email:

## Fråga 1

### Problemlösningsdel, 8poäng

En sfäriskt symmetrisk laddningsfördelning i vakuum ger upphov till en sfäriskt symmetrisk potential  $V(R)$  med utseendet

$$V(R) = \begin{cases} V_0(1 - R^2/a^2) & \text{för } R \leq a \\ 0 & \text{för } R > a \end{cases}$$

Beräkna härur a/ laddningsfördelningen  
b/ systemets totala laddning  $Q$ !

c/ Gör om uppgiften men med  $V(3R_0)=7V_0$

### Förståelsedel 4poäng

**b) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?**

	ja	?	nej
I grunden bygger uppgift a) på ett postulat.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
I grunden bygger uppgift a) på två postulat.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
I grunden bygger uppgift a) på Gauss lag och på att E-fältet är rotationsfritt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
I grunden bygger uppgift a) på Amperes lag och på att B-fältet är källfritt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
I grunden bygger uppgift a) på att källan till D-fältet är den fria laddningstätheten och på att E-fältet är konservativt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
I grunden bygger uppgift a) på att rotationen av H-fältet är den fria strömtätheten och på att B-fältet är divergensfritt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

**c) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?**

	ja	?	nej
E-fältet från en godtycklig laddad, rak ledare kan man räkna ut genom att integrera upp bidraget till E-fältet från varje infinitesimalt bidrag.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
E-fältet från en lång tunn homogent laddad rak ledare kan man räkna ut genom att använda Gauss sats på integralform.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Med givna randvillkor är lösningen till Laplace ekvation entydig.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Man kan definiera den totala elektrostatiske energin för ett system, bestående av laddade sfärer, utifrån det arbete som krävs för att bygga upp systemet om man tar sfärerna från oändligheten.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Polarisationsfältet $P$ för ett linjärt, homogent och isotropt material beror på det elektriska fältet $E$ .	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

Vid användandet av finit differens för att lösa Laplace ekvation i två dimensioner uttrycks potentialen i en punkt som en fjärdedel av summan av potentialen i grannpunkterna.

**d) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?**

	ja	?	nej
I elektrostatisken gäller vid gränsytan mellan två olika material att E-fältets tangentialkomponent är kontinuerlig.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Potentialen från en punktladdning avtar med avståndet som $1/R$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Spänningen mellan två punkter representerar arbetet per laddning att föra en laddning mellan punkterna.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Antagande om approximativ potentialfördelning ger för låg approximativ resistans. Antagande om approximativ strömfördelning ger för hög approximativ resistans.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Vid spegling av strömmar kan man i vissa fall spegla i isolerande ytor.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Man kan definiera kapacitans för en enskild ledare.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

**e) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?**

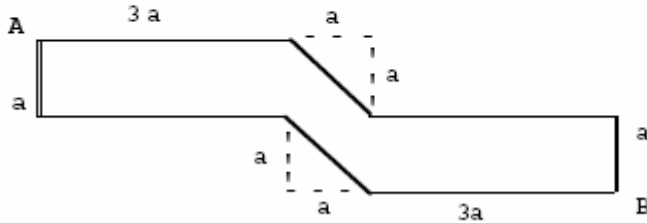
	ja	?	nej
Strömmarna i vanliga elkablar är kollisionsdominerade	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
På stort avstånd från en linjeladdning med ändlig längd avtar E-fältet som $1/R$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Fältet utanför en oladdad ihålig metallsfär med en punktladdning i håligheten beror på punktladdningens placering i håligheten.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Fältet utanför en laddad ihålig metallsfär är samma som det från en ensam punktladdning placerad i platsen för centrum på sfären.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Kirchoffs strömlag bygger på laddningskonservering	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Poissons ekvation är ett specialfall av Laplaces ekvation	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

## Fråga 2

### Problemlösningsdel, 8poäng

Ur en tunn plåt med ytresistiviteten  $s$  ( $\Omega$ ) har man klippt ut en bit med utseende enligt figuren. Beräkna en undre och en övre begränsning till resistansen mellan två elektroder anbragta vid A och B!

Använd metoden med fixerade potentialer resp. strömrör!



### Förståelsedel 4poäng

b) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

I grunden bygger uppgift a) på ett postulat.

I grunden bygger uppgift a) på två postulat.

I grunden bygger uppgift a) på Gauss lag och på att E-fältet är rotationsfritt.

I grunden bygger uppgift a) på Amperes lag och på att B-fältet är källfritt.

I grunden bygger uppgift a) på att källan till D-fältet är den fria laddningstätheten och på att E-fältet är konservativt.

I grunden bygger uppgift a) på att rotationen av H-fältet är den fria strömtätheten och på att B-fältet är divergensfritt.

c) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

E-fältets tangentialkomponent är kontinuerlig i gränsen mellan olika material.

E-fältets normalkomponent är kontinuerlig i gränsen mellan olika material

Spänningen mellan två punkter representerar arbetet per laddningsenhet att föra en laddning mellan punkterna

Man kan alltid lösa Poissons ekvation med hjälp av spegling.

Man kan definiera kapacitans för en enskild ledare.

Kapacitans beräkningar och resistansberäkningar är ofta i det närmaste identiska

c) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

Källan till det elektrostatiska fältet är stillastående laddningar.

Kirchoffs strömlag bygger på laddningskonservering.

Eftersom det elektrostatiska fältet är rotationsfritt kan en potential definieras.

Kapacitansen hos en ideal kapacitans beror av pålagd spänning.

Med givna randvillkor är lösningen till Laplaces ekvation entydig.

Fältet utanför en oladdad ihålig metallsfär med en punktladdning i håligheten beror på punktladdningens placering i håligheten.

c) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

Källan till förskjutningsfältet är polarisationsladdningarna.

Dielektriska egenskaper modelleras med hjälp av magnetiska monopoler

Inuti en perfekt ledare är det statiska E-fältet noll.

I tre dimensioner kan Laplace ekvation lösas genom att potentialen i en punkt blir en fjärdedel av summan av närmaste grannarna.

Vid härledning av Ohms lag medelvärdesbildar man över en mikroskopiskt liten volym.

Ohms lag kommer ur den stationära lösningen med balans mellan tröghet och friktion

Relaxationstiden är proportionell mot ledningsförmågan

ja ? nej

ja ? nej

ja ? nej

ja ? nej

### Fråga 3

## Problemlösningsdel, 8poäng

En cirkulär platta av magnetmaterial har radien  $a$  och tjockleken  $d$ . Plattan är homogent magnetiserad i axelriktningen ( $\mathbf{M} = M_0 \hat{z}$ ).

a/ Beräkna storlek och riktning på såväl  $\mathbf{B}$ - som  $\mathbf{H}$ -fältet i plattans medelpunkt!

Ledning: Använd gärna uttrycket för en ändlig rak spole.

## Förståelsedel 4poäng

**b) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?**

	ja	?	nej
I grunden bygger uppgift a) på ett postulat.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
I grunden bygger uppgift a) på två postulat.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
I grunden bygger uppgift a) på Gauss lag och på att E-fältet är rotationsfritt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
I grunden bygger uppgift a) på Amperes lag och på att B-fältet är källfritt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
I grunden bygger uppgift a) på att källan till D-fältet är den fria laddningstätheten och på att E-fältet är konservativt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
I grunden bygger uppgift a) på att rotationen av H-fältet är den fria strömtätheten och på att B-fältet är divergensfritt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

**c) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?**

	ja	?	nej
Biot-Savarts lag är ett av postulaten i magnetostatiken.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Amperes lag är ett av postulaten i magnetostatiken.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Att B-fältets tangentialkomponent är kontinuerlig i gränsen mellan två material är ett resultat av att B-fältet är källfritt	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
För en given strömfördelning kan Biot-Savarts lag alltid användas i magnetostatiken för att beräkna magnetfältet.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
För en given strömfördelning kan Coloumbs lag aldrig användas i magnetostatiken för att beräkna magnetfältet.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Magnetfältet från en oändligt lång rak ledare fås lätt från Amperes lag genom att på lämpligt sätt lägga in en Ampereslinga och plocka ut B-fältet ur integralen.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

**d) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?**

	ja	?	nej
Man kan välja divergensen av den magnetiska vektorpotentialen fritt	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
En laddad partikel i vila påverkas av en kraft som är proportionell mot magnetfältet	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Varje komponent av den magnetiska vektorpotentialen uppfyller Poissons ekvation	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Det magnetiska flödet genom en yta kan beräknas som en linjeintegral av magnetfältet längs den slinga som begränsar ytan.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den magnetiska susceptibiliteten uttrycker förhållandet mellan magnetiseringsfältet och B-fältet	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Man kan härleda Amperes lag med hjälp av att man antar att magnetfältet är källfritt	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

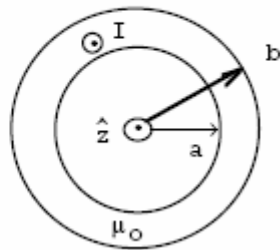
**e) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?**

	ja	?	nej
En magnetisk dipol används som modell när man vill beskriva de magnetiska egenskaperna hos ett material	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
I ett magnetiserat material kan man ha magnetiseringsströmmar. Dessa används för att beräkna magnetfältet på samma sätt som fria strömmar i vakuum.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
H fältet spelar samma roll i magnetostatiken som polarisationsfältet P i elektrostatiken	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Permeabilitetskonstanten spelar liknande roll i magnetostatiken som dielektricitetskonstanten gör i elektrostatiken.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Permanentmagneter har permanent polarisering.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Linjeintegralen av H fältet längs en sluten kurva är noll för en permanentmagnet	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

Fråga 4

**Problemlösningsdel, 8Poäng**

a) Strömmen  $I$  flyter i  $\hat{z}$ -riktningen i ett cylindriskt skal med innerradien  $a$  och ytterradien  $b$ . Beräkna  $\mathbf{B}$  överallt!



b) Antag istället att strömmen  $I$  går området  $r < a$  och att det cylindriska skalet  $a < r < b$  består av ett material med permeabiliteten  $m$ . Beräkna  $\mathbf{B}$  och  $\mathbf{H}$  överallt.

**Förståelsedel 4poäng**

b) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

	ja	?	nej
I grunden bygger uppgift a) på ett postulat.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
I grunden bygger uppgift a) på två postulat.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
I grunden bygger uppgift a) på Gauss lag och på att E-fältet är rotationsfritt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
I grunden bygger uppgift a) på Amperes lag och på att B-fältet är källfritt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
I grunden bygger uppgift a) på att källan till D-fältet är den fria laddningstätheten och på att E-fältet är konservativt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
I grunden bygger uppgift a) på att rotationen av H-fältet är den fria strömtätheten och på att B-fältet är divergensfritt.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

c) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

	ja	?	nej
Vid spegling av strömmar kan man i vissa fall spegla i isolerande yt	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Ett blixtnedslag är ett exempel på en konduktionsström.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Ohms lag gäller för en konduktionsström.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Strömtäthetens tangentialkomponent är kontinuerlig i gränsen mellan två material	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

Magnetiseringsströmmarna modellerar spinn i atomerna	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Ytmagnetiseringsströmmar finns bara om magnetiseringen har en rotation skild från noll	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

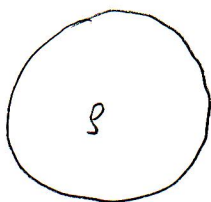
d) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

	ja	?	nej
Ohms lag gäller för en konvektionsström.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
H-fältet spelar samma roll i magnetostatiken som D-fältet i elektrostatiken	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
En laddad partikel som rör sig i ett magnetfält ändrar sin hastighet men inte sin fart	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Enheten för magnetfält är Vs/m	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Ytintegralen för magnetfältet över en öppen yta är alltid noll	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Om ett material är homogent betyder det att det har samma egenskaper i olika riktningar	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

e) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

	ja	?	nej
En ström i en kabel är exempel på en konvektionsström	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
En bra permanentmagnet har bred hystereskurva	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
B-fältet är alltid kontinuerligt i gränsen mella två olika material	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
I en permanentmagnet kan H-fältet byta riktning när man går längs en fältlinje	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Magnetiska domäner är viktiga för paramagnetiska material	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Det magnetiska momentet är den magnetostatiska motsvarigheten till det elektrostatiska dipolmomentet	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

①



a) Laddningsfördelningen inuti sfären:

$$\vec{E} = -\nabla V = -\hat{r} \frac{\partial V}{\partial R} = \hat{r} V_0 \frac{2R}{a^2}$$

$$\begin{aligned} \underline{\underline{\rho}} &= \nabla \cdot (\epsilon_0 \vec{E}) = \frac{1}{R^2} \frac{\partial}{\partial R} (R^2 \epsilon_0 E) = \frac{1}{R^2} \frac{\partial}{\partial R} \left( R^2 \epsilon_0 V_0 \frac{2R}{a^2} \right) = \\ &= \frac{1}{R^2} \frac{\epsilon_0 V_0}{a^2} 6R^2 = \underline{\underline{\frac{6 \epsilon_0 V_0}{a^2}}} \end{aligned}$$

b) Om potentialen ska vara 0 utanför sfären måste det finnas en ytladdning som "tar ut" volymladdningen.

$V=0$  utanför  $\Rightarrow \vec{D} = \vec{0}$  utanför.

Gauss lag  $\oint_S \vec{D} \cdot d\vec{s} = Q_{inne} \Rightarrow$  Då gaussytan innesluter

hela sfären måste  $Q_{inne} = 0$ .

$\vec{D}$  endast radiellt utåt;  $D_{norm}$

$$\rho_s = D_{utanför} - D_{inne} \Big|_{R=a} = -2 \epsilon_0 \frac{V_0}{a}$$

$$\underline{\underline{Q_{tot}}} = \rho \cdot \text{volymen} + \rho_s \cdot \text{ytan} = \frac{6 \epsilon_0 V_0}{a^2} \frac{4\pi a^3}{3} - \frac{2 \epsilon_0 V_0}{a} 4\pi a^2 = \underline{\underline{0}}$$

c) Med det nya kravet  $V(3a) = 7V_0$  kan inte de ursprungliga villkoren gälla; potentialen skulle då bli diskontinuerlig.

I stället skulle man kunna ha en potential som avtar som tex  $\frac{1}{R}$  och blir  $7V_0$  precis i  $R=3a$ , exempelvis  $V$  från

$$\text{punktladdning} \Rightarrow V(3a) = \frac{q}{4\pi \epsilon_0 3a} = 7V_0 \Rightarrow q = 84V_0 a \pi \epsilon_0.$$

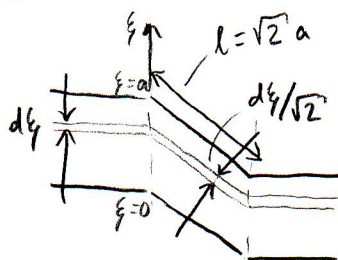
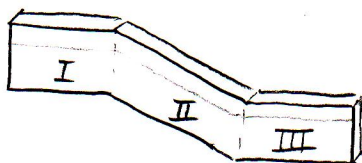
En annan lösning är att modifiera det gamla villkoret till

$$V(R) = V_0(1 - R^2/a^2) + 7V_0. \text{ Man har då bytt referenspotential från } V_{\infty} = 0 \text{ till } V_{\infty} = 7V_0.$$

Det viktiga här är att komma ihåg att potentialen alltid är kontinuerlig!

②

Metoden med strömrör ger övre gränsen, eftersom strömrören separeras mha tunna skikt där  $R = \infty$ .



Eftersom strömmen måste flyta vinkelrätt en tvärsnittsytta får vi anta att plåten har en tjocklek  $d$ .

I område I och III kan vi använda exakta resistansformeln som den är;  $R^I = R^{III} = \frac{l}{\sigma S} = \frac{3a}{\sigma ad} = \frac{3}{\sigma d} = 3s$

(Ytresistiviteten  $s$ , och inte konduktiviteten  $\sigma$ , var given.  
Resistivitet =  $\frac{1}{\sigma} [\Omega m] \Rightarrow$  ytresistivitet  $s = \frac{1}{\sigma} \cdot \frac{1}{d} [\Omega]$ )

I område II flyter inte strömmen vinkelrätt mot tvärsnittsytan, så formeln gäller ej. Vi får parallellkoppla resistansen i strömrör  $\Rightarrow$  seriekoppla deras konduktans  $G$ .

$$\text{För ett strömrör: } dG^{II} = \frac{\sigma}{l} S = \frac{\sigma}{\sqrt{2}a} \frac{d d\xi}{\sqrt{2}}$$

$$\Rightarrow G^{II} = \int_0^a \frac{\sigma d}{\sqrt{2}a} \frac{d\xi}{\sqrt{2}} = \frac{\sigma ad}{2a} = \frac{\sigma d}{2}$$

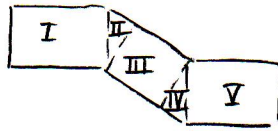
$$\Rightarrow R^{II} = \frac{2}{\sigma d} = 2s$$

$$R^{\text{övre}} = R^I + R^{II} + R^{III} = 8s$$

forts.  $\longrightarrow$

2. forts)

Metoden med fixerade potentialer ger undre gränsen, eftersom man lägger in ytor med oändlig konduktivitet;  $R = 0$ .



Vi "gör oss av med" de sneda bitarna II och IV genom att lägga in ekvipotentialytor (som avgränsar de numrerade områdena från varandra) och sätta  $\sigma = \infty$  på II och IV. Den exakta resistansformeln kan användas på område I, III och V.

$$R^I = R^V = \frac{L}{\sigma S} = \frac{3a}{\sigma ad} = 3s$$

$$R^{III} = \frac{L}{\sigma S} = \frac{a/\sqrt{2}}{\sigma (a/\sqrt{2}) d} = s$$

$$R^{II} = R^{IV} = 0 \text{ enligt ovan.}$$

$$R_{\text{undre}} = R^I + R^{II} + R^{III} + R^{IV} + R^V = 7s$$

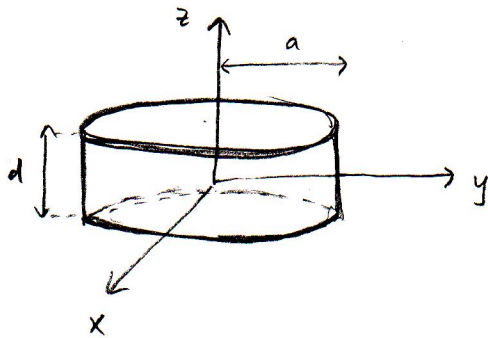
---

Den verkliga resistansen uppfyller således

$$R_{\text{undre}} = 7s < R < 8s = R_{\text{övre}}$$



3



$$\bar{M} = M_0 \hat{z}$$

Vi kan använda de ekvivalenta strömtätheterna som magnetiseringen ger upphov till:

$$\bar{J}_{mv} = \nabla \times \bar{M} = \nabla \times M_0 \hat{z} = \bar{0}$$

$$\bar{J}_{ms} = \bar{M} \times \hat{n} = (M_0 \hat{z}) \times \begin{cases} -\hat{z} & \text{på botten} \\ \hat{r} & \text{på manteln} \\ \hat{z} & \text{på locket} \end{cases} = \begin{cases} \bar{0} & \text{på botten} \\ M_0 \hat{\phi} & \text{på manteln} \\ \bar{0} & \text{på locket} \end{cases}$$

Vi får alltså endast en ekvivalent ytströmtäthet på manteln. Kan ses som en spole.

Ur formelraml: " $\bar{B}$  på axeln till cirkulär solenoid..."

$$\bar{B} = \hat{z} \frac{\mu_0 N I}{l} \frac{\cos \alpha_1 + \cos \alpha_2}{2}, \quad \begin{array}{c} I \odot \odot \odot \dots \\ \alpha_1 \quad \alpha_2 \\ \text{B} \\ \otimes \otimes \otimes \dots \end{array} \quad z$$

$$\cos \alpha_1 = \cos \alpha_2 = (d/2) / \sqrt{(d/2)^2 + a^2}$$

$$J_{ms} \text{ har enhet A/m ; } J_{ms} = \frac{NI}{l}$$

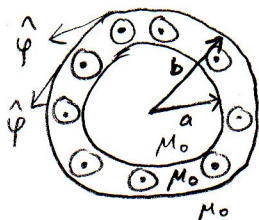
$$\Rightarrow \bar{B} = \hat{z} \mu_0 M_0 \frac{(d/2)}{\sqrt{a^2 + (d/2)^2}}$$

$$\begin{aligned} \bar{B} = \mu_0 (\bar{H} + \bar{M}) &\Rightarrow \underline{\underline{\bar{H}}} = \mu_0^{-1} \bar{B} - \bar{M} = M_0 \cos \alpha \hat{z} - M_0 \hat{z} = \\ &= \underline{\underline{M_0 (\cos \alpha - 1) \hat{z}}} \end{aligned}$$

$\bar{B}$  kunde också ha beräknats mha Biot-Savarts lag, se lösning till uppgift 8.2.

(4)

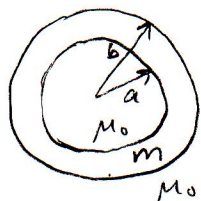
a)

Ampères lag  $\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I$  $\vec{B} = B \hat{\varphi}$  enligt skruvregeln. $r < a$ : inneslutna strömmen  $I = 0 \Rightarrow B = 0$ 
 $a \leq r \leq b$ :  $B \cdot 2\pi r = \mu_0 I \cdot \frac{r^2\pi - a^2\pi}{b^2\pi - a^2\pi}$  (vi antar att strömmen är jämnt fördelad i skalet)

$$\Rightarrow B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \frac{(r^2 - a^2)}{(b^2 - a^2)}$$

 $r > b$ :  $B \cdot 2\pi r = \mu_0 I \Rightarrow B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$ 

b)

permeabiliteten  $m$ Antag att strömmen är jämnt fördelad över arean  $a^2\pi$ .
 $r < a$ :  $B \cdot 2\pi r = \mu_0 I \frac{r^2\pi}{a^2\pi} \Rightarrow B = \frac{\mu_0 I r}{2\pi a^2}$ 
 $a \leq r \leq b$ :  $B \cdot 2\pi r = m I \Rightarrow B = \frac{m I}{2\pi r}$ 
 $r > b$ :  $B \cdot 2\pi r = \mu_0 I \Rightarrow B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$ 
 $\vec{H}$ -fältet:  $H = \mu^{-1} B$ 

$$\left\{ \begin{array}{l} r < a: H = \frac{I r}{2\pi a^2} \\ a \leq r \leq b: H = \frac{I}{2\pi r} \\ r > b: H = \frac{I}{2\pi r} \end{array} \right.$$