

Fråga 1

Problemlösningsdel, 8poäng

a)

En sfäriskt symmetrisk laddningsfördelning i vakuum ger upphov till en sfäriskt symmetrisk potential $V(R)$ med utseendet

$$V(R) = \begin{cases} V_0 (1 - R^2/a^2) & \text{för } R \leq a \\ V_0 \cdot \frac{a}{R} & \text{för } R > a \end{cases}$$

- Beräkna härur
- a/ laddningsfördelningen
 - b/ systemets totala laddning Q !

Förståelsedel

b) Vilka postulat, satser eller lagar bygger problemlösningen ovan på? Vad säger de i ord och varför är de tillämpliga här?
1 poäng

c) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

Elfältet från en lång, tunn, homogent laddad, rak ledare kan man räkna ut genom att integrera upp bidraget till E-fältet från varje infinitesimalt bidrag. Det är viktigt att den är rak, tunn och homogent laddad för att denna räkning skall fungera.

ja ? nej

E-fältet från en lång tunn homogent laddad rak ledare kan man räkna ut genom att använda Gauss sats på integralform. Det är viktigt att den är rak och homogent laddad för att denna räkning skall fungera.

Kapacitansen ökar med ökande spänning.

Vi använder den elektriska dipolen som en modell för de magnetiska egenskaperna av ett material.

Polarisationsfältet P för ett linjärt, homogent och isotropt material beror på det elektriska fältet E .

Coloumbs kraftlag uttrycker att kraften mellan två punktladdningar är proportionell mot var och en av punktladdningarnas storlek och inverst proportionell mot avståndet mellan punktladdningarna i kvadrat.

d) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

ja ? nej

Elektrostatiken baseras på ett postulat

Potentialen från en punktladdning avtar med avståndet som $1/R$

Spänningen mellan två punkter representerar arbetet per laddning att föra en laddning mellan punkterna.

Det elektrostatiska fältet är källfritt

Det elektrostatiska fältet är konservativt

Det elektrostatiska fältet är rotationsfritt

e) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

ja ? nej

Gauss lag på differentialform och Gauss lag på integralform uttrycker egentligen samma sak.

På stort avstånd från en linjeladdning med ändlig längd avtar E-fältet som $1/R^2$

Coloumbfältet uttrycker hur det elektriska fältet från en punktladdning ser ut.

Om en punktladdning i origo läggs till laddningsfördelningen i uppgif a) ovan ändras potentialen i origo

Om en punktladdning i origo läggs till laddningsfördelningen i uppgif a) ovan ändras systemets energi

Laplaces ekvation är ett specialfall av Poissons ekvation

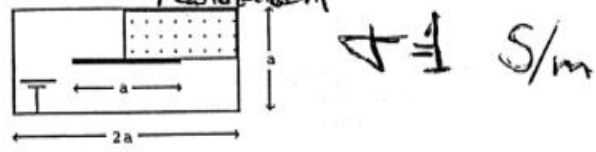
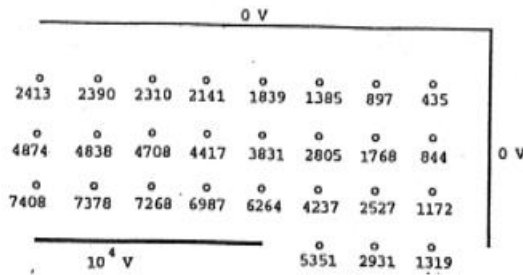
Fråga 2

Problemlösningsdel, 8poäng

a)

Vid en numerisk beräkning av potentialfördelningen i en "kabel" med rektangulärt tvärsnitt på ytterledaren och med en innerledare i form av ett platt band har nedanstående potentialvärden erhållits i rutnätets skärningspunkter.

Beräkna med hjälp av denna numeriska lösning ett approximativt värde på kabelns kapacitans per längdenhet!



Förledning: Använd Gauss lag

Förståelsedel

b) Vilka postulat, satser eller lagar bygger problemlösningen ovan på? Vad säger de i ord och varför är de tillämpliga här?

c) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

- Man kan antingen se den elektrostatiske energin som lagrad i laddningsfördelningarna och potentialen eller alternativt kan man se energin som lagrad i fälten. ja ? nej
- Vid beräkning av elektrostatiske krafter kan man använda sig av metoden för virtuella förflyttningar. Antingen antar man att systemets olika delar har konstant laddning eller så antar man att potentialen hos systemets olika delar hålls konstant. Resultaten blir lika då kraften bara beror på fältet i en viss given tidpunkt.
- Med givna randvillkor är lösningen till Poissons ekvation entydig.
- Man kan definiera den ömsesidiga elektrostatiske energin för ett system, bestående av laddade sfärer, utifrån det arbete som krävs för att bygga upp systemet om man tar sfärerna från oändligheten.
- Vid användandet av finit differens för att lösa Laplace ekvation i två dimensioner uttrycks potentialen i en punkt som 4 gånger summan av potentialen i grannpunkterna.
- Om man i uppgift a) ovan byter plats på jord och spänningsförande fas kan man utsätta folk för fara.

d) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

- Man kan inte definiera kapacitans för en enskild ledare men kapacitansen mellan två ledare. ja ? nej
- I elektrostatiken gäller vid gränsytan mellan två olika material att E-fältets tangentialkomponent är kontinuerlig.
- Kapacitansen beror bara på geometrin och materialegenskaperna.
- $\text{Div}(\mathbf{J}) = 0$ är en konsekvens av att laddningstätheten är konstant i tiden vilket är fallet i elektrostatik.
- Ohms lag härleddes i kursen för ett kollisionsdominerat material
- I härledningen av Kirchofs spänningslag använder vi att strömtätheten beror av E-fältet

e) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

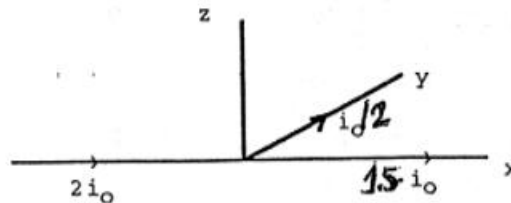
- Antagande om approximativ strömfördelning ger för låg approximativ resistans. Antagande om approximativ potentialfördelning ger för hög approximativ resistans. ja ? nej
- Speglingsmetoden används för att lösa Laplaces ekvation för godtyckliga laddningsfördelningar i godtycklig geometri.
- Vid spegling av strömmar kan man i vissa fall spegla i isolerande ytor.
- Strömmarna i vanliga kablar är kollisionsdominerade
- Det elektriska fältet från en elektrisk dipol härleds lättast från fältet från en strömförande ring.
- Dielektriska egenskaper modelleras med dipolmoment. Atomernas respons till yttre pålagt fält ger upphov till ett ytterligare E-fält.

Fråga 3

Problemlösningsdel, 8 poäng

a) En oändligt lång rak metalltråd ligger utmed x-axeln i ett rätvinkligt koordinatsystem. I origo är den förbunden med en halvoändlig rak metalltråd, som ligger utmed positiva y-axeln. Tråden längs negativa x-axeln för strömmen $2i_0$.

I origo delar strömmen upp sig så att i_0 flyter längs de positiva x- resp. y-axlarna. Beräkna storlek och riktning hos **B**-fältet i punkten $(0,0,a)$!



Förståelsedel

b) Vilka postulat, satser eller lagar bygger problemlösningen ovan på? Vad säger de i ord och varför är de tillämpliga här?

c) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

	ja	?	nej
Biot-Savarts lag är ett av postulaten i magnetostatiken.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Amperes lag är ett av postulaten i magnetostatiken.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Att B-fältets tangentialkomponent är kontinuerlig i gränsen mellan två material är ett resultat av att B-fältet är källfritt	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
För en given strömfördelning kan Biot-Savarts lag alltid användas i magnetostatiken för att beräkna magnetfältet.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
För en given strömfördelning kan Coloumbs lag aldrig användas i magnetostatiken för att beräkna magnetfältet.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Magnetfältet från en oändligt lång rak ledare fås lätt från Amperes lag genom att på lämpligt sätt lägga in en Ampereslinga och plocka ut B-fältet ur integralen.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

d) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

	ja	?	nej
Man kan välja rotationen av den magnetiska vektorpotentialen fritt	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
En laddad partikel i vila påverkas av en kraft som är proportionell mot magnetfältet	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Varje komponent av den magnetiska vektorpotentialen uppfyller Poisons ekvation	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Det magnetiska flödet genom en yta kan beräknas som en linjeintegral av magnetfältet längs den slinga som begränsar ytan.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Den magnetiska susceptibiliteten uttrycker förhållandet mellan magnetiseringsfältet och B-fältet	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Man kan härleda Amperes lag med hjälp av att man magnetfältet är källfritt	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

e) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?

	ja	?	nej
En magnetisk dipol används som modell när man vill beskriva de magnetiska egenskaperna hos ett material.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
I ett magnetiserat material kan man ha magnetiseringsströmmar. Dessa används för att beräkna magnetfältet på samma sätt som fria strömmar i vakuum.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
H fältet spelar samma roll i magnetostatiken som polarisationsfältet P i elektrostatiken	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Permeabilitetskonstanten spelar liknande roll i magnetostatiken som dielektricitetskonstanten gör i elektrostatiken.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Permanentmagneter har ett permanent magnetiseringsfält M.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Linjeintegralen av H fältet längs en sluten kurva är noll för en permanentmagnet	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

Fråga 4, 8poäng
Problemlösningssdel

a)

En cirkulär platta av magnetmaterial har radien a och tjockleken d . Plattan är homogent magnetiserad i axelriktningen ($\mathbf{M} = M_0 \hat{z}$).

a/ Beräkna storlek och riktning på såväl \mathbf{B} - som \mathbf{H} -fältet i plattans medelpunkt!

(0,2 rakt ovanför)

b/ Vilken demagnetiseringsfaktor $|\mathbf{H}/\mathbf{M}|$ får en tunn, mycket stor platta, magnetiserad enligt ovan?

Förståelsedel

b) Vilka postulat, satser eller lagar bygger problemlösningen ovan på? Vad säger de i ord och varför är de tillämpliga här?

- c) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?
- | | ja | ? | nej |
|--|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| I vakuum är den magnetiska fältstyrkan \mathbf{H} och den magnetiska flödestätheten \mathbf{B} relaterade genom permeabiliteten. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Den magnetiska fältstyrkan \mathbf{H} och den magnetiska flödestätheten \mathbf{B} är linjärt relaterade genom permeabiliteten för en permanentmagnet. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Den magnetiska susceptibiliteten uttrycker att Magnetiseringsfältet \mathbf{M} är proportionellt mot \mathbf{H} -fältet för ett isotropt, linjärt men inhomogent material. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Permeabiliteten i olika material kan vara både större eller mindre än permeabiliteten i vakuum | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Magnetiseringsströmmarna är beroende av magnetiseringen | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Härledningen av Biot-Savarts lag utnyttjar man uttrycket av den magnetiska vektorpotentialen från en strömkälla. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
- d) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?
- | | ja | ? | nej |
|---|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| I härledningen av randvillkoret för \mathbf{H} -fältets tagentialkomponent i gränssytan mellan två material utnyttjar man Amperes lag | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| I ett magnetiskt material kan man använda Amperes lag på samma sätt som i ett icke-magnetiskt material om man lägger till magnetiseringsströmtätheten. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Om man lindar en strömförande tråd runt ett ferromagnetiskt material motverkar magnetiseringen i materialet det av den drivande strömmen genererade magnetfältet. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Diamagnetiska material och paramagnetiska material har båda relativa permeabiliteter nära 1. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Ytan innanför en hystereskurva representerar energiförlusten för en period vid växelströmsdriven magnetisering av ett ferromagnetiskt material | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| En laddad partikel som rör sig i ett i tiden konstant magnetfält ökar inte sin hastighet. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
- e) Vilket eller vilka (om något) av följande påståenden är riktiga?
- | | ja | ? | nej |
|---|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| Reluktans för magnetfältskretsar motsvarar ungefär resistans för en elektrisk krets | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| \mathbf{H} -fältets normalkomponent är kontinuerlig mellan två olika material i avsaknad av ytströmtäthet i gränsskiktet mellan materialen. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| \mathbf{H} -fältets roll i magnetostatiken påminner om \mathbf{D} -fältets roll i elektostatiken. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Ytintegralen av \mathbf{B} -fältet över en sluten yta är alltid noll | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| Linjeintegralen över den magnetiska vektorpotentialen över en sluten slinga är alltid noll om magnetfältet är konstant i rummet. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| I en elektrisk maskin vill man ha ferromagnetiskt material med en bred hystereskurva | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

Dugga 2003-11-22

- ① En sfäriskt symmetrisk laddningsfördelning i vakuum ger potentialen

$$V(R) = \begin{cases} V_0 \left(2 - \frac{R^2}{a^2}\right) & R \leq a \\ V_0 \frac{a}{R} & R > a \end{cases}$$

a) Laddningsfördelningen

Beräkna E -fältet som $E = -\nabla V$ i sfäriska koordinater

$$E(R) = \begin{cases} 2V_0 \frac{R}{a^2} \hat{r} & R \leq a \\ V_0 \frac{a}{R^2} & R > a \end{cases}$$

Laddningsfördelningen ρ ges av Gauss lag $\nabla \cdot E = \frac{\rho}{\epsilon_0}$

$$\rho = \begin{cases} \epsilon_0 \frac{1}{R^2} \frac{\partial [R^2 (2V_0 \frac{R}{a^2})]}{\partial R} = \frac{6V_0 \epsilon_0}{a^2} & R < a \\ \epsilon_0 \frac{1}{R^2} \frac{\partial [R^2 (V_0 \frac{a}{R^2})]}{\partial R} = 0 & R > a \end{cases}$$

D -fältet är ej kontinuerligt i pt. $R=a$. Alltså måste där finnas en ytladdningstäthet.

Med $D_1 = \frac{2V_0 \epsilon_0}{a} \hat{r}$ i pt $R=a$

och $D_2 = \frac{V_0 \epsilon_0}{a} \hat{r}$ i pt $R=a$ ges

$$\rho_s = D_2 - D_1 = -\frac{V_0 \epsilon_0}{a} \quad \text{i pt } R=a$$

b) Totala laddningen i systemet

$$Q_{\text{tot}} = \int_{r=0}^a \frac{6V_0 \epsilon_0}{a^2} 4\pi r^2 dr + 4\pi a^2 \left(-\frac{V_0 \epsilon_0}{a}\right) =$$
$$= \left[\frac{8\pi r^3 V_0 \epsilon_0}{a^2} \right]_0^a - 4\pi a V_0 \epsilon_0 = 4\pi a V_0 \epsilon_0$$

②

För att räkna ut resistansen använder vi Ohm's lag. Spänningsskillnaden är given. Vi behöver strömmen.

Vi betraktar en fjärdedel av ledaren så vi beräknar en fjärdedel av strömmen.

$$E\text{-fältet beräknas som } E = -\nabla V \approx \frac{U_{\text{inre pt.}} - U_{\text{yttre pt.}}}{h}$$

där h är avståndet mellan gridpunkterna

Betrakta nu potentialerna i yttre ledaren och de beräknade potentialerna närmast innanför.

Strömmen kan vi nu skriva som ($1/4$ av strömmen) för 1 m av ledaren.

$$\frac{I}{4} = \int_S \mathbf{J} \cdot d\mathbf{s} = \sigma \int_S \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s} \approx \sigma \sum E_i ds_i = \sigma \sum \frac{U_{i, \text{inre}} - U_{i, \text{yttre}}}{h} ds_i$$

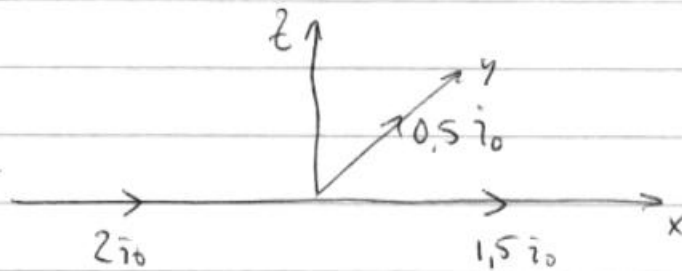
$$= 1 \left(\frac{2413 + 2390 + 2310 + 2141 + 1839 + 1385 + 897 + 2 \cdot 435 + 844 + 1172 + \frac{1319}{2}}{2} \right) \cdot \frac{h}{h}$$

$$\Rightarrow I = 62,9 \text{ kA}$$

Resistansen fås nu med Ohm's lag för 1 m kabel

$$R = \frac{U}{I} = \frac{10^4}{62,9 \cdot 10^3} = 0,16 \Omega$$

③



Beräkna B-fältet i punkten $(0,0,a)$

Fältpunkt: $R_2 = a\hat{z}$

Använder Biot-Savarts lag och integrerar över ledarna.
Räknar de tre delarna med $2i_0$, $1,5i_0$ och $0,5i_0$ var för sig.

$2i_0$ Källpt: $R_1 = x\hat{x} \Rightarrow R_{12} = R_2 - R_1 = a\hat{z} - x\hat{x}$
 $R_{12} = \sqrt{a^2 + x^2}$

$$B_{2i_0} = \frac{\mu_0 2i_0}{4\pi} \int_{x=-\infty}^0 \frac{(dx\hat{x}) \times (a\hat{z} - x\hat{x})}{(a^2 + x^2)^{3/2}} = \frac{\mu_0 2i_0}{4\pi} \int_{x=-\infty}^0 \frac{-a dx \hat{y}}{(a^2 + x^2)^{3/2}} = \frac{\mu_0 2i_0 a}{4\pi} \left[\frac{x \hat{y}}{a^2 \sqrt{a^2 + x^2}} \right]_{-\infty}^0$$
$$= -\frac{\mu_0 2i_0 a}{4\pi a} \hat{y}$$

$1,5i_0$ Källpt $R_1 = x\hat{x} \Rightarrow R_{12} = a\hat{z} - x\hat{x} \quad R_{12} = \sqrt{a^2 + x^2}$

$$B_{1,5i_0} = \frac{\mu_0 1,5i_0}{4\pi} \int_0^{\infty} \frac{(dx\hat{x}) \times (a\hat{z} - x\hat{x})}{(a^2 + x^2)^{3/2}} = \frac{\mu_0 1,5i_0}{4\pi} \int_0^{\infty} \frac{-a dx \hat{y}}{(a^2 + x^2)^{3/2}} = \frac{\mu_0 1,5i_0 a}{4\pi} \left[\frac{x \hat{y}}{a^2 \sqrt{a^2 + x^2}} \right]_0^{\infty}$$
$$= -\frac{\mu_0 1,5i_0 a}{4\pi a} \hat{y}$$

0,5 i₀

Källpt $R_1 = y\hat{y} \Rightarrow R_{1z} = a\hat{z} - y\hat{y} \quad R_{12} = \sqrt{a^2 + y^2}$

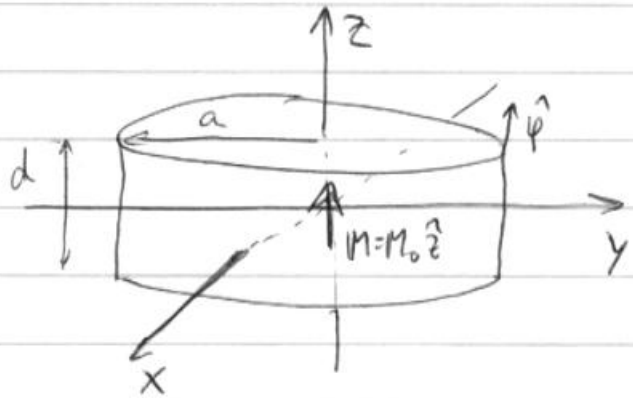
$$B_{0,5i_0} = \frac{\mu_0 0,5 i_0}{4\pi} \int_{y=0}^{\infty} \frac{(dy \hat{y}) \times (a\hat{z} - y\hat{y})}{(a^2 + y^2)^{3/2}} = \frac{\mu_0 0,5 i_0}{4\pi} \int_0^{\infty} \frac{a dy \hat{x}}{(a^2 + y^2)^{3/2}}$$

$$= \frac{\mu_0 0,5 i_0 a}{4\pi} \left[\frac{y}{a^2 \sqrt{a^2 + y^2}} \right]_0^{\infty} \hat{x} = \frac{\mu_0 0,5 i_0}{4\pi a} \hat{x}$$

Summera nu för att få totala fältet i punkten (0,0,a)

$$B = B_{2i_0} + B_{1,5i_0} + B_{0,5i_0} = -\frac{\mu_0 2i_0}{4\pi a} \hat{y} - \frac{\mu_0 1,5i_0}{4\pi a} \hat{y} + \frac{\mu_0 0,5i_0}{4\pi a} \hat{x}$$
$$= \frac{\mu_0 i_0}{4\pi a} (0,5 \hat{x} - 3,5 \hat{y})$$

4



a) Bestäm \mathbf{B} och \mathbf{H} i punkten $a/2$ ovanför plattans
nedelpunkt.

Magnetiseringsströmmarna:

$$\mathbf{J}_{mv} = \nabla \times \mathbf{M} = \nabla \times (M_0 \hat{\mathbf{z}}) = \mathbf{0}$$

$$\mathbf{J}_{ms} = \mathbf{M} \times \hat{\mathbf{n}} = M_0 \hat{\mathbf{z}} \times \begin{cases} -\hat{\mathbf{z}} & \text{på botten} \\ \hat{\mathbf{r}} & \text{på markelytan} \\ \hat{\mathbf{z}} & \text{på toppen} \end{cases} = \begin{cases} \mathbf{0} \\ M_0 \hat{\boldsymbol{\varphi}} \\ \mathbf{0} \end{cases}$$

Integrera från den magnetiska flödestätheten från markelytans
ytströmtäthet.

$$\mathbf{B}(\mathbf{R}_2) = \int_{\text{Smarkelyt}} \frac{\mu_0 \mathbf{J}_{ms}(\mathbf{R}_1) \times \mathbf{R}_{12}}{4\pi R_{12}^3} dS,$$

$$\mathbf{R}_1 = a\hat{\mathbf{r}} + z_1\hat{\mathbf{z}} \quad (\text{källpunkt}); \quad \mathbf{R}_2 = \frac{a}{2}\hat{\mathbf{z}} \quad (\text{fältpunkt})$$

$$\mathbf{R}_{12} = \mathbf{R}_2 - \mathbf{R}_1 = -a\hat{\mathbf{r}} + \left(\frac{a}{2} - z_1\right)\hat{\mathbf{z}}; \quad R_{12} = \sqrt{a^2 + \left(\frac{a}{2} - z_1\right)^2}$$

$$\mathbf{J}_{ms} \times \mathbf{R}_{12} = M_0 \hat{\boldsymbol{\varphi}} \times \left(-a\hat{\mathbf{r}} + \left(\frac{a}{2} - z_1\right)\hat{\mathbf{z}}\right) = M_0 \left(a\hat{\mathbf{z}} + \left(\frac{a}{2} - z_1\right)\hat{\mathbf{r}}\right)$$

Integrera nu från fältet. Pga symmetrin ser vi att \mathbf{B} -fältet
inte kan ha någon r -komponent utefter z -axeln.
Alltså $\mathbf{B}(\mathbf{R}_2) = B_z(\mathbf{R}_2)\hat{\mathbf{z}}$

$$B_z(r_z) = \int_{z_1=-d/2}^{d/2} \frac{\mu_0 M_0 a}{4\pi [a^2 + (\frac{a}{2} - z_1)^2]^{3/2}} 2\pi a dz_1 = \frac{\mu_0 M_0 a^2}{2} \int_{z_1=-d/2}^{d/2} \frac{dz_1}{[a^2 + (\frac{a}{2} - z_1)^2]^{3/2}} =$$

$$= \frac{\mu_0 M_0}{4} \left(\frac{a+d}{\sqrt{(\frac{a+d}{2})^2 + a^2}} - \frac{a-d}{\sqrt{(\frac{a-d}{2})^2 + a^2}} \right)$$

Na fäs H w sambandet $B = \mu_0 (H + IM)$
 $\Rightarrow H = \mu_0^{-1} B - IM$

Vi för två fall, antingen $a > d \Rightarrow$ pt $\frac{a}{2}$ utanför plattan
 eller $a < d \Rightarrow$ pt $\frac{a}{2}$ innanför plattan

$a > d \Rightarrow IM = 0$

$$H = \frac{\mu_0}{4} \left(\frac{a+d}{\sqrt{(\frac{a+d}{2})^2 + a^2}} - \frac{a-d}{\sqrt{(\frac{a-d}{2})^2 + a^2}} \right) \hat{z}$$

$a < d \Rightarrow IM = M_0 \hat{z}$

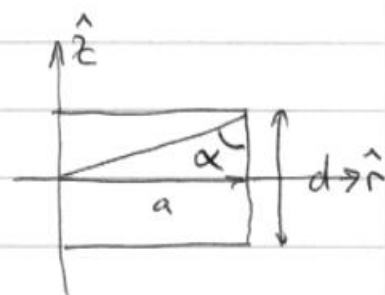
$$H = \frac{\mu_0}{4} \left(\frac{a+d}{\sqrt{(\frac{a+d}{2})^2 + a^2}} - \frac{a-d}{\sqrt{(\frac{a-d}{2})^2 + a^2}} \right) \hat{z} - M_0 \hat{z}$$

b) Demagnetiseringsfaktorn $\left(\frac{H}{M}\right)$ för en tunn, mycket stor platta.

P.s.s. som i uppg a) fås nu B och H i plattans centrum, dvs vi räknar i pt $z=0$ istället för $z=\frac{a}{2}$.

$$B = \mu_0 M_0 \frac{d/2 \hat{z}}{\sqrt{a^2 + (d/2)^2}} = \mu_0 M_0 \cos \alpha \hat{z}$$

Vinkeln α def. enligt



$$H \text{ fås som } H = \mu_0^{-1} B - M = M_0 (\cos \alpha - 1) \hat{z}$$

Demagnetiseringsfaktorn för en tunn stor platta.

$$\left(\frac{H}{M}\right) = \left|\frac{M_0 \cos \alpha - 1}{M_0}\right| = |\cos \alpha - 1|$$

För tunn stor platta gäller att $\alpha \rightarrow \frac{\pi}{2}$

$$\lim_{\alpha \rightarrow \frac{\pi}{2}} \left(\frac{H}{M}\right) = \lim_{\alpha \rightarrow \frac{\pi}{2}} |\cos \alpha - 1| = 1$$