Föreläsning 8/10-13

Diffusion (värmeledning)

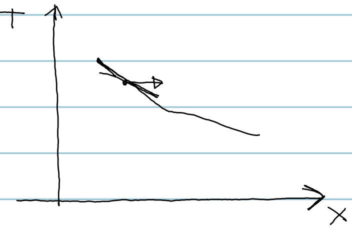
Hur sprider sig värme?

I något material: $\underset{\substack{\text{energitäthet} \\ J/m^3}}{\varepsilon} = \underset{J/(kgK)}{c}\,\underset{kg/m^3}{\rho}\,\underset{K}{T}$

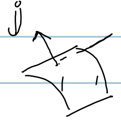
Hur rör sig denna energi och varför?

Värme "vill" flöda från varmare till kallare.

Men "lokalt": finns det en temp.gradient så ger det ett energiflöde. (*)



energiflöde: $\vec{j}$ J/(m²s)



Hur mycket flödar genom ytan/tidsenhet

$$\int_S \vec{j}\, d\vec{S}$$

Energikonservering ⇒ kont. ekv.: $\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + \nabla\cdot\vec{j} = 0$.

om ingen energi tillförs loko

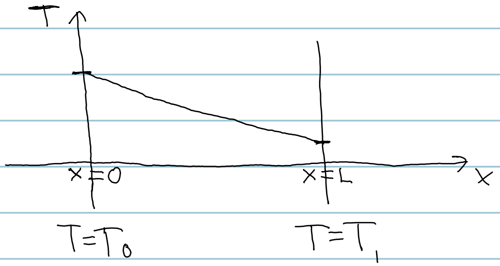
(*) enklast möjliga: $\vec{j} = -\lambda\nabla T$

vämeledningsförmåga

Sätt in i kont. ekv.: $c\rho\frac{\partial T}{\partial t} - \lambda\Delta T = 0$ (alt. väme-källtäthet)

$$\boxed{\frac{\partial T}{\partial t} - \overset{m^2/s}{k}\Delta T = 0} \quad (k = \lambda/(\rho c))$$

Värmeledningsekvationen.



Tidsoberoende,
en-dimensionellt.

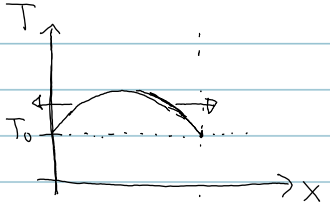
$\Delta T = 0$

$$\frac{d^2T}{dx^2} = 0$$

$T = a + bx$

Randvillkor $\Rightarrow T = T_0 + (T_1 - T_0)\frac{x}{L}$

* * *



$$-\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = \text{konstant} \cdot \overset{\text{konst.} > 0}{s}$$

R.V: T på randen

eller $\mathbf{n} \cdot \nabla T$ på randen.

$T(x) = -\frac{1}{2} s x^2 + ax + b$

* * *

$$\left.\begin{aligned} \mathbf{E} &= -\nabla \phi \\ \nabla \cdot \mathbf{E} &= \frac{\rho}{\varepsilon_0} \end{aligned}\right\} \quad \Delta \phi = -\frac{\rho}{\varepsilon_0}$$