Chalmers
Institutionen för Tillämpad Fysik

TENTAMEN I VEKTORFÄLT OCH KLASSISK FYSIK, FFM232

Tid: Torsdag 13 januari 2004, kl. $14^{00} - 18^{00}$
Plats: V
Examinator: Mats Persson
Jourhavande: Ulf Torkelsson, tel. 031-772 3136 (kontor), 0733-261681 (mobil)
Hjälpmedel: Beta, Physics Handbook, kursens formelsamling i vektoranalys av Olle Brander och Standard Math Tables.

Lösningarna anslås i trapphuset fysik den 14 januari. Resultaten anslås senast den 1 Februari. Tentamensgranskning den 3 februari kl. 12-13 i rum 3035 på Soliden.

Varje uppgift ger maximalt 8 poäng. Uppgifterna är inte avsiktligt ordnade i svårighetsordning. Maximal bonus från datoruppgifter är 5 poäng.
Betygsgränser: betyg 3: 20 poäng; betyg 4: 30 poäng; betyg 5: 40 poäng.

UPPSTÄLLDA SAMBAND SKALL MOTIVERAS (gärna med en enkel skiss). Alla väsentliga steg i analys och beräkningar skall redovisas.

---

1. Ett vektorfält $\mathbf{B}$ ges av vektorpotentialen $\mathbf{A}$ via sambandet $\mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A}$. Bestäm den fältlinje till $\mathbf{B}$ som går igenom punkten $a\hat{\mathbf{x}}$ om

$$\mathbf{A} = -\frac{A_0}{a^2}\rho^2\hat{\mathbf{z}}$$

i cylinderkoordinater $\rho\alpha z$. A_0 och a är konstanter.

2. Ett kroklinjigt koordinatsystem $uv\alpha$ ges av

$$\mathbf{r} = uv(\cos\alpha\hat{\mathbf{x}} + \sin\alpha\hat{\mathbf{y}}) + \frac{(u^2 - v^2)}{2}\hat{\mathbf{z}}$$

där $0 \leq u, v < \infty$ och $0 \leq \alpha < 2\pi$. Bestäm skalfaktorerna och beräkna $\nabla^2(uv)$.

VÄND !!

3. Beräkna normalytintegralen

$$\int_S \mathbf{F} \cdot d\mathbf{S}$$

där ytan S är given i cylinderkoordinater $\rho\alpha z$ av

$$\rho = 2a - z, \ -a < z < a, \ 0 \leq \alpha < 2\pi.$$

Ytnormalen pekar bort från origo. Fältet har formen

$$\mathbf{F}(\mathbf{r}) = F_0 \left((\frac{a}{\rho} + 2\frac{\rho \sin^2 \alpha}{a})\hat{\rho} + \frac{\rho}{a} \sin 2\alpha\hat{\alpha} + \frac{z}{a}\hat{\mathbf{z}} \right)$$

där F_0 och a är konstanter.

4. En elektrisk ledare som beskrivs av kurvan C: $\frac{x^2}{4} + y^2 = a^2$ och $z = 0$ genomlöps moturs av en ström I. Beräkna kraften

$$\mathbf{F} = \int_C I d\mathbf{r} \times \mathbf{B}$$

med vilken magnetfältet

$$\mathbf{B}(\mathbf{r}) = B_0 \left(-(\frac{x}{a})\hat{\mathbf{x}} + \left((\frac{y}{a})^2 + (\frac{z}{a}) \right) \hat{\mathbf{z}} \right)$$

påverkar ledaren. B_0 och a är konstanter.

5. En sfär med radien a innehåller en utbredd laddningsfördelning ρ_0 given i sfäriska koordinater $r\theta\varphi$ av

$$\rho_0(\mathbf{r}) = \frac{3\mu_0}{\pi a^4} \cos\theta$$

där μ_0 är en konstant. Bestäm den elektriska potentialen ϕ innanför och utanför sfären. (*Ledning:* ϕ och $\frac{\partial \phi}{\partial r}$ är kontinuerliga igenom sfären och ϕ är begränsad i $r = 0$ och $r \to \infty$.)