

Chalmers & Göteborgs Universitet
Institutionen för Fysik och teknisk fysik

TENTAMEN I VEKTORFÄLT OCH KLASSISK FYSIK,
FFM232/231

Tid: Måndag 18 augusti 2003, kl 14¹⁵ – 18¹⁵

Plats: V

Examinator: Ulf Torkelsson, tel. 031-772 3136 (arbete), 031-451404 (bostad)

Jourhavande: Ying Fu, tel. 031-772 5481, och Ulf Torkelsson

Hjälpmedel: Standard Math Tables, Beta, Physics Handbook, kursens formelsamling

Lösningarna anslås i trapphuset fysik den 19 augusti. Resultaten anslås senast den 29 augusti. Tentamensgranskning den 29 augusti kl. 12-13 i O7108B.

Varje uppgift ger maximalt 8 poäng. Uppgifterna är inte avsiktligt ordnade i svårighetsordning.

Betygsgränser (FFM232): Betyg 3 18 poäng; betyg 4 26 poäng; betyg 5 35 poäng.

(FFM231): Betyg 3 18 poäng; betyg 4 26 poäng; betyg 5 35 poäng.

UPPSTÄLLDA SAMBAND SKALL MOTIVERAS (gärna med en enkel skiss). Alla väsentliga steg i analys och beräkningar skall redovisas.

Ange om du tenterar den nya kursen FFM232 3 poäng eller den gamla kursen FFM231 4 poäng. Den sista uppgiften skiljer sig mellan de båda kurserna. Lös endast den uppgift som gäller för din kurs.

1. Ett magnetfält \mathbf{B} är strömfritt om strömmen $\mathbf{J} = \nabla \times \mathbf{B}/\mu_0$ är 0. Bestäm funktionen $h(x)$ så att magnetfältet

$$\mathbf{B} = \left(B_0 + A_0 \cos\left(\frac{2\pi y}{L_y}\right) h(x), A_0 \sin\left(\frac{2\pi y}{L_y}\right) h(x), 0 \right).$$

är strömfritt för $y > 0$. B_0 , A_0 och L_y är konstanter.

2. Beräkna integralen

$$\int_S \mathbf{F} \cdot d\mathbf{S},$$

där S är ytan

$$x^2 + y^2 + z^2 = a^2, \quad z > 0,$$

och fältet \mathbf{F} ges av

$$\mathbf{F} = \frac{F_0}{a^2} (ax, ay, x^2 + y^2).$$

a och F_0 är konstanter.

3. I en en-dimensionell halvledare av längden L har man laddningsfördelningen

$$\rho = \rho_0 \sin \frac{\pi x}{L} \quad -L \leq x \leq L,$$

där ρ_0 och L är konstanter. Beräkna potentialen $\Phi(x)$ i transistoren om randvillkoren är att $\Phi(-L) = \Phi(L) = 0$.

4. Beräkna integralen

$$\oint_C \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r},$$

där kurvan C ges av skärningen mellan ytorna

$$r^2 \sin^2 \theta (4 \cos^2 \varphi + \sin^2 \varphi) = 4a^2,$$

och

$$z = 0,$$

och fältet \mathbf{F} av

$$\mathbf{F} = F_0 \left[\left(\frac{a}{r} + \frac{r}{2a} \sin^2 \theta \sin 2\varphi \right) \hat{\mathbf{r}} + \left(\frac{a}{r} \cot \theta + \frac{r}{4a} \sin 2\theta \sin 2\varphi \right) \hat{\boldsymbol{\theta}} - \frac{r}{a} \sin \theta \sin^2 \varphi \hat{\boldsymbol{\varphi}} \right].$$

F_0 och a är konstanter.

5. (Endast för FFM232, 3p.) Kosmologen Klas studerar ett expanderande universum. Expansionen, det vill säga hur avståndet mellan olika galaxer växer med tiden, beskrivs av en tidsberoende skalfaktor $R(t)$ så att bågelementet ges av

$$ds^2 = R(t)^2 [dx^2 + dy^2 + dz^2].$$

Lägg märke till att koordinaterna x , y och z för de olika galaxerna inte förändras med tiden.

a. Härled en differentialekvation för hur partikeltätheten n varierar med tiden förutsatt att inga partiklar skapas eller förstörs (R är enhetslös).

b. Hur måste du modifiera differentialekvationen för att ta hänsyn till att partiklar kan skapas spontant med en hastighet q (q har enheten $m^{-3}s^{-1}$). Finn ett q sådant att n förblir konstant även om universum expanderar enligt

$$R(t) = \left(\frac{t}{t_0}\right)^{2/3},$$

där t_0 är en konstant.

5. (Endast för FFM231, 4p.) Beräkna käll- och virvelfördelningen för fältet

$$\mathbf{F} = \begin{cases} F_0 \left[\left(\frac{a}{\rho} + \frac{\rho}{a}\right) \hat{\rho} + \frac{a}{\rho} \hat{\varphi} \right] & z > 0 \\ F_0 \left[\left(\frac{a}{\rho} + \frac{\rho}{a}\right) \hat{\rho} - \frac{a}{\rho} \hat{\varphi} \right] & z < 0 \end{cases}$$

där F_0 och a är konstanter.

Information om datoruppgifter för FFM231

Studenter som läser den gamla kursen kan erhålla upp till fyra bonuspoäng genom att göra och skriftligt redovisa *Datoruppgift: Lösning av Poissons ekvation*. Laborationshandledningen finns tillgänglig på kursens hemsida

<http://fy.chalmers.se/torkel/Teaching/Vektor/2000.html>.

Den skriftliga rapporten inlämnas senast 25/8 till Ulf Torkelsson, rum O7108B, Origohuset vån. 7. Rapporten kan läggas i brevkorgen märkt *Ulf Torkelsson*. För mer information skicka e-mail till: torkel@fy.chalmers.se.