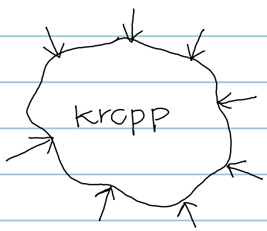
Föreläsning 6/12-13

Idag: 5.9. Fluidstatik

definieras som en inkompressibel fluid

En fluid (vätska eller en gas) i jämvikt kan bara utöva en normalkraft (inte någon skjuvkraft) på en annan kropp i en statisk situation



Normalkraft / ytenhet

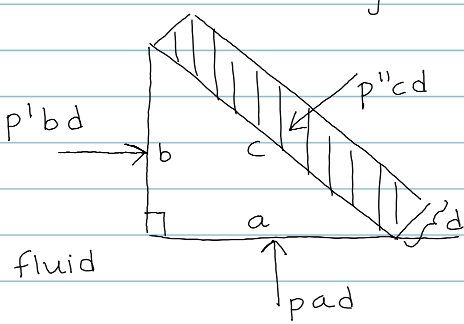
kallas för tryck

Enhet: $N/m^2 = Pa$ (Pascal)

Teorem (Pascals lag)

Trycket i en fluid beror på läget, inte på kontaktytans orientering

BEVIS Frilägg ett litet prisma nedsänkt i den omgivande fluiden



tjockleken på prismat

djup d vinkelrät mot tavlan

→

Antag att eventuellt är p, p', p'' olika

Ställ upp jämviktsekvationerna:

$\uparrow$: $pad - p''cd\,\frac{a}{c} = 0$

den vertikala projektionen

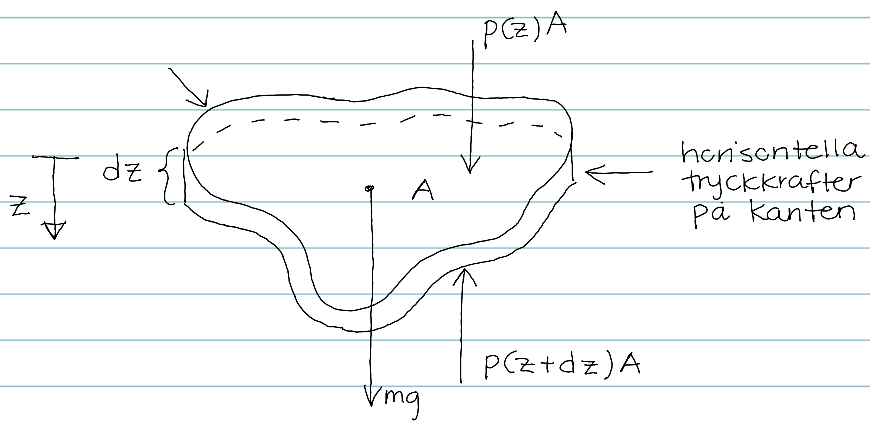
så att $p = p''$

På samma sätt inser vi att trycket $p = p(\mathbf{r})$ bara beror av läget $\mathbf{r}$

QED

Hur beror trycket av läget $\mathbf{r}$?

Frilägg en tunn horisontell skiva fluid med area A och tjocklek dz i vertikalled mellan koordinaterna z och $z + dz$



Skivans massa $m = \rho(z)\,A\,dz$

fluidens densitet

Ställ upp jämviktsekv. i vertikalled

$\uparrow$: $\underbrace{p(z+dz)}_{= p(z) + p'(z)dz + \dots} A - p(z)A - mg = 0$

så att $p'(z)\, dz\, A = \rho(z) A\, dz\, g$

$$\Longrightarrow \boxed{p'(z) = \rho(z) g}$$

I allmänhet finns det för en fluid ett visst samband mellan tryck och densitet ρ i en punkt

Ex. Allmänna gaslagen $p = \frac{nR}{V} T$ ← partiklar/volym

$p \sim \rho$

Viktigt exempel i denna kurs:

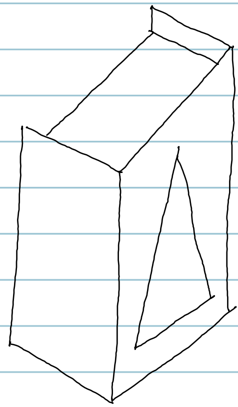
En inkompressibel fluid (en vätska) har ρ = konstant oberoende av p

Lösningen till $p'(z) = \rho(z) g$ blir då

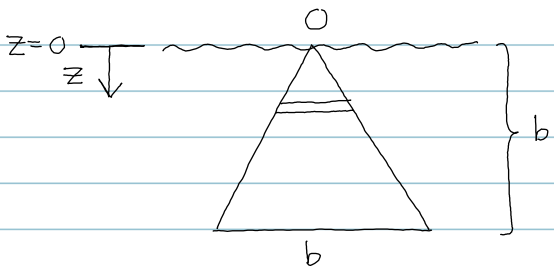
$$p(z) = \rho g z + p_0$$

← trycket vid $z = 0$

Ex. 5/205



Vi bestämmer den totala tryckkraften genom att integrera tryckkraftsfördelningen över fönstret



En strimla på djupet z har bredden

$$b \cdot \frac{z}{b} = z \quad \text{(horisontellt)}$$

linjär funktion av z, ska vara noll för z = 0 och lika med b för z = b

Kraften blir $R = \int_{\text{fönstret}} p\,dA = \int_0^b \left(\underbrace{dz\, z}_{=dA}\; p(z)\right) =$ →

$$= \int_0^b z(\rho g z + \underset{\text{det yttre lufttrycket}}{p_0})\, dz$$

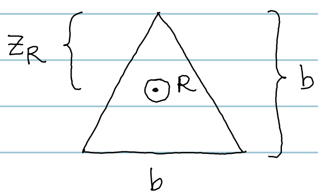
Men om vi är intresserade av tryckskillnaden mellan de två sidorna av glaset så kan vi sätta $p_0 = 0$

$$\Longrightarrow \quad R = \frac{\rho g b^3}{3}$$

Bestäm det djup z_R där en punktkraft R ska angripa för att vara stelkroppsekvivalent med tryckkraftsfördelningen

Kraftfördelningens vridmoment m.a.p O är

$$M_0 = \int_0^b dz\, z \rho g z \cdot \underset{\text{hävarmen}}{z} = \frac{1}{4} \rho g b^4$$



Detta ska vara lika med punktkraftens vridmoment m.a.p. O som är

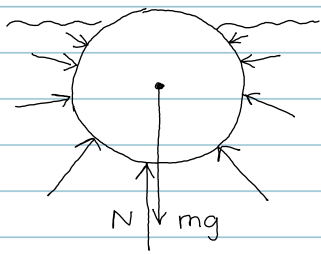
$$M_0 = z_R R = z_R \frac{\rho g b^3}{3}$$

$$\Longrightarrow \boxed{z_R = \frac{3}{4} b}$$

5/201

Arkimedes princip

Frilägg klotet när det ligger på botten
(bortser från lufttrycket)



Det är lite besvärligt att integrera tryckkraften över sfären (olika riktningar i olika punkter)

Fantastiskt knep!
Tänk bort sfären och ersätt delvis med mera fluid så att nivån behålls