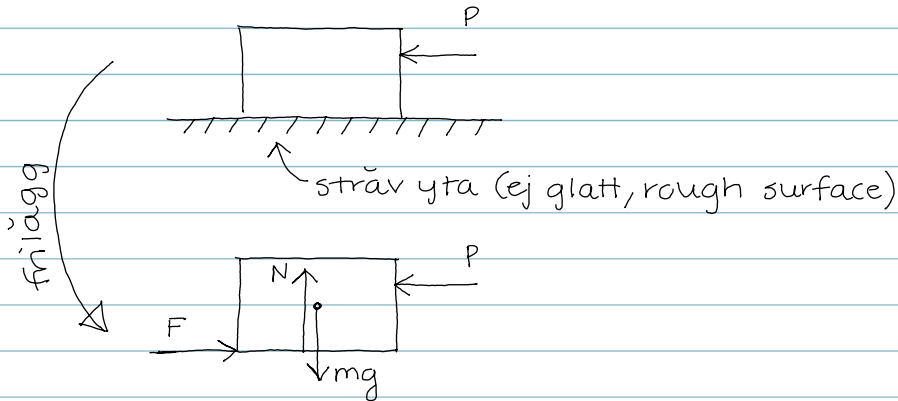


# Föreläsning 22/11-13

IDAQ: 6.1-6.3 Friktion



Vad vet vi om friktionskraften  $F$ ?

Empiriskt finner vi att friktionskraften  $F$  har ett maximalt möjligt värde  $F_{\max}$  då kropparna inte rör sig i förhållande till varandra

Vi inför en enkel modell (torr friktion eller Coulomb friktion)

$$F_{\max} = \mu_s N$$

den statiska friktionskoefficienten (dimensionslös). Beror på materialet och utförandet av ytorna etc.

Ofta har vi att  $0 < \mu < 1$

← inte alltid!

I jämvikt har vi alltså  $F < F_{\max} = \mu_s N$

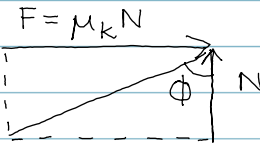
Om  $P > F_{\max} = \mu_s N$  kan jämvikt inte råda. Kroppar får då en accelererande rörelse. Vi beskriver friktionskraften med en förenklad modell (torr eller Coulomb friktion)

$$F = \mu_k N$$

den kinetiska friktionskoefficienten  
vanligtvis är  $\mu_k < \mu_s$ , men ibland  
approximerar vi  $\mu_s = \mu_k = \mu$

## Friktionsvinkel

I rörelse



Den resulterande kraften bildar en vinkel  
 $\phi = \arctan \mu_k$  med normalen till  
kontaktytan

## Olika typer av friktionsproblem

1. Vi vet att glidning sker i en viss kontaktyta  
Sätt då

$$F = \mu_k N$$

2. Vi söker villkoret för att glidning precis skall inträda

$$F = F_{\max} = \mu_s N$$

3. Vi vet ej om glidning sker i en viss kontaktyta  
Antag att glidning inte sker  
Bestäm  $F$  från jämviksekvationerna

Om  $F < F_{\max} = \mu_s N$  så var antagandet korrekt.

Annars var antagandet felaktigt och vi får gå till punkt 1

OBS I

Skilj på ett hjul som  
glider

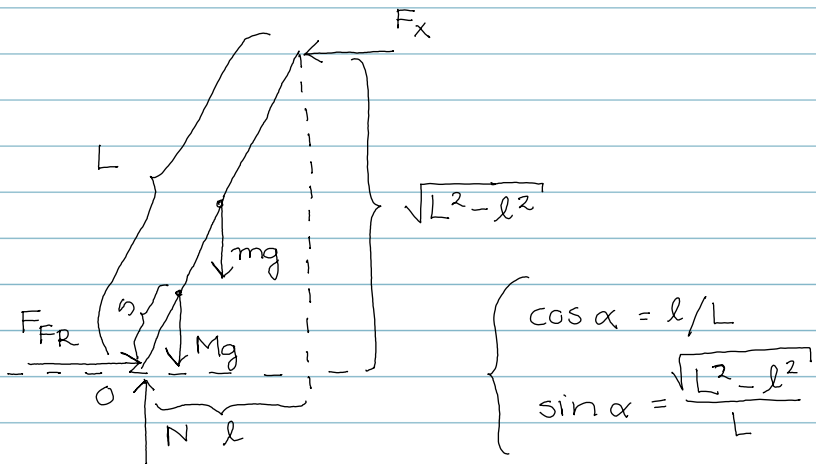
eller rullar



OBS II I ett komplicerat problem med många kontaktytor kan man ha glidning i vissa ytor men inte i andra

Ex 6/27 Sökt: Avståndet  $s$  då stegen börjar glida

Frilägg systemet



Friktionskraft är  $\mu_s$

Plan: Hur många okända?  $\{F_{FR}, N, F_x\} + s$   
 $\Rightarrow 3$  st

Vi behöver använda alla tre jämviktsekvationerna + villkoret att  $F_{FR} = F_{max} = \mu_s N$

Ställ upp jämviktsekv.

$$\uparrow: N - mg - Mg = 0 \quad \Rightarrow \quad N = (m+M)g$$

$$\rightarrow: F_{FR} - F_x = 0 \quad \Rightarrow \quad F_x = F_{FR}$$

$$\curvearrowleft \textcircled{O}: F_x L \sin \alpha - mg \frac{L}{2} \cos \alpha - Mg s \cos \alpha = 0 \quad (*)$$

Väljer O för att  
två okända krafter  
går genom O

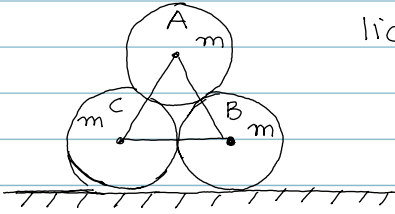
Villkor då stegen börjar glida

$$F_{FR} = \mu_s N = \mu_s g(m+M)$$

$$(*) \Rightarrow s = \frac{L}{M} \left( \mu_s (m+M) \frac{\sqrt{L^2 - l^2}}{l} - \frac{m}{2} \right) \quad \text{OBS! kolla dimensioner}$$

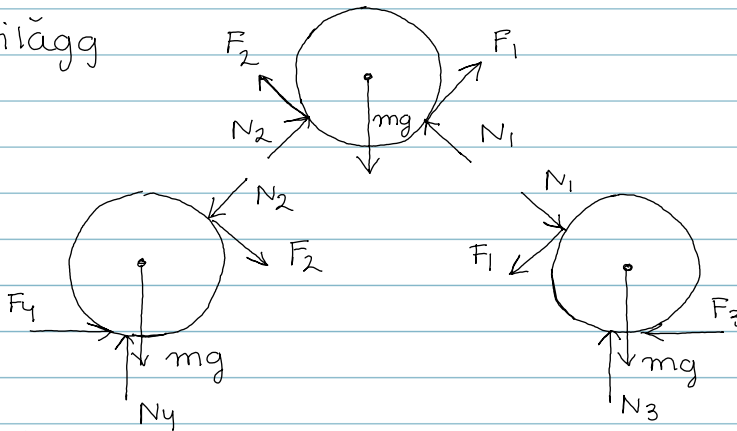
Ex 6/38

Tre likadana cylindrar  
ligger på varann



Vad är villkoret för att jämvikt ska råda?

Frilägg



Ställ upp jämviktsekv.

$$\uparrow: -mg + \frac{\sqrt{3}}{2} N_1 + \frac{1}{2} F_1 + \frac{\sqrt{3}}{2} N_2 + \frac{1}{2} F_2$$

$$\rightarrow: -\frac{1}{2} N_1 + \frac{\sqrt{3}}{2} F_1 + \frac{1}{2} N_2 - \frac{\sqrt{3}}{2} F_2 = 0$$

$$\curvearrowleft A: rF_1 - rF_2 = 0$$

$$\uparrow: -mg + N_3 + \frac{\sqrt{3}}{2} N_1 - \frac{1}{2} F_1 = 0$$

$$\rightarrow : -F_3 + \frac{1}{2} N_1 - \frac{\sqrt{3}}{2} F_1 = 0$$

$$\curvearrowleft B : rF_{33} - rF_{21} = 0$$

$\uparrow :$

$\rightarrow :$

$\curvearrowright C :$

8 obekanta ( $F_1, \dots, F_4, N_1, \dots, N_4$ )

9 ekv., men dessa är inte linjärt oberoende

$$\begin{aligned} & F_1 = F_2 = F_3 = F_4 = F \\ \text{Lös:} \quad & \Rightarrow \begin{cases} F = \frac{mg}{2(2+\sqrt{3})} \\ N_3 = N_4 = \frac{3}{2} mg \\ N_1 = N_2 = \frac{mg}{2} \end{cases} \end{aligned}$$

Beräkna kvoterna ( $F_{\max} = \mu_s N$ )

$$\frac{F_1}{N_1} = \frac{F_2}{N_2} = \frac{1}{2+\sqrt{3}}$$

$$\frac{F_3}{N_3} = \frac{F_4}{N_4} = \frac{1}{3(2+\sqrt{3})}$$



⇒ Om  $\mu < \frac{1}{2+\sqrt{3}}$  sker alltså

glidning mellan cylindrarna i övre  
kontaktytorna. Rullning mot underlaget